e-WYDANIE
SPECJALNE

FIZYKA
w Szkole z Astronomią

ISSN 0426-3383
NR 3/2026
Cena 25 zł (w tym 8% VAT)



Zwykłe i niezwykłe doświadczenia

Stanisław Bednarek

Wybór artykułów drukowanych na łamach „Fizyki w Szkole”

eprasa.pl 02e46da152

WYDANIE SPECJALNE 2/2026

Wersja elektroniczna

- Zagadnienie dwóch punktów materialnych - wyprowadzenie trzech praw Keplera
- Orientacja na sferze niebieskiej
- Astrononomiczna rachuba czasu
- Fizyczna ewolucja gwiazd
- Astrofizyka gwiazdowa
- Zadania i problemy do rozwiązania



PLIK PDF
Cena 25 zł
(w tym 8% VAT)

Formularz zamówienia i szczegóły na www.aspress.com.pl/wydania-specjalne/

eprasa.pl 02e46da152

Szanowni Czytelnicy!

Przesłanie tego wydania, autor dr Stanisław Bednarek zawarł w pierwszym akapicie, pierwszego artykułu: „Powszechnie występujące w przyrodzie zjawiska zderzeń warto zilustrować podczas nauczania doświadczeniami. Dobrze, żeby nauczyciel mógł je przygotować małym nakładem pracy, albo mogli to zrobić sami uczniowie". Autor konsekwentnie w kolejnych artykułach opisuje doświadczenia związane z różnymi prawami i zjawiskami fizycznymi lub też właściwościami materiałów. Podaje przy tym, co wydaje mi się jest bardzo cenne, jak wykonać niezbędne do przeprowadzenia doświadczeń pomoce lub jakich materiałów i przedmiotów codziennego użytku - znajdujących się pod przysłowiową ręką - użyć.
Życzę Państwu ciekawej lektury i udanych doświadczeń!

Wydawca Józef Szewczyk

Autor

Dr. hab. inż. **Stanisław Bednarek** jest zatrudniony na etacie badawczo-dydaktycznym w Katedrze Informatyki na Wydziale Fizyki i Informatyki Stosowanej Uniwersytetu Łódzkiego. Prowadzi badania w zakresie fizyki stosowanej, zwłaszcza materiałów z rozproszoną fazą ferromagnetyczną i superpramagnetyczną oraz metod wytwarzania silnych pól magnetycznych. Oprócz tego zajmuje się edukacyjnym eksperymentem fizycznym i popularyzacją fizyki.

Spis treści

4 **Zderzenia zwykłe i niezwykłe**
Powszechnie występujące w przyrodzie zjawiska zderzeń warto zilustrować podczas nauczania doświadczeniami.

10 **Wycisnąć prąd z kryształu**
Celem tego artykułu jest przedstawienie opisu kilku prostych doświadczeń, pozwalających na praktyczne zapoznanie ze zjawiskiem piezoelektrycznym.

14 **Efekt Mojżesza i bąbelki w polu magnetycznym**
Nazwy niektórych zjawisk i praw fizyki mają związek z wydarzeniami, które zaistniały w czasach starożytnych. Jedynym z nich jest efekt Mojżesza.

19 **Gigantyczny efekt Mojżesza we ferrofluidach**
Pojawienie się materiałów o niezwykłych lub nieznanych dotychczas właściwościach pozwala wykrywać i badać zjawiska trudne do zarejestrowania w materiałach spotykanych w przyrodzie.

24 **Paradoks mechaniczny w praktyce**
Praktyczne wskazówki, które ułatwiają przeprowadzenie kilku prostych doświadczeń, ilustrujących przykład zadziwiającego przypadku zderzenia sprężystego.

30 **Namiocik lub parasol wodny, czyli fizyka w zlewie kuchennym**
Proponowane eksperymenty są bardzo łatwe do przeprowadzenia – wystarczy dostęp do zlewu w kuchni, albo w łazience i kilka plastikowych opakowań.

34 **Tarcie, siła odśrodkowa i lepkość**
Do tych doświadczeń wystarczą dwa, nawet cienkie zeszyty, o jednakowej liczbie kartek i o takim samym formacie.

38 **Dia- czy paramagnetyk? Oto jest pytanie**
W artykule został opisany prosty i skuteczny układ, przeznaczony do wykrywania przedmiotów, wykazujących słabe właściwości magnetyczne.

42 **Włoskowatość, aerodynamika i rozpraszanie światła**
Kilka doświadczeń z różnych działów fizyki. Ich ważną cechą są również widowiskowe i interesujące wyniki.

46 **Dyfrakcja**
Doświadczenia z siatką dyfrakcyjną a nawet z przedmiotami mającymi ich cechy.

52 **Czy koło Maxwella może być w stanie nieważkości?**
Powszechna dostępność wag elektronicznych pozwala wykorzystać znany od dawana przyrząd, którym jest koło Maxwella, do przeprowadzenia doświadczeń ilustrujących stany nieważkości i przeciążenia.

58 **Precyzyjna waga jubilerska, jako waga magnetyczna?**
Do dokładnego wyznaczania przenikalności magnetycznej dia- i paramagnetyków używa się precyzyjnych wag.

60 **Wstęp do fizyki lotu aerodyny**
Zainteresowania latającymi obiektami cięższymi od powietrza są okazją do zainteresowania uczniów fizyką.

66 **Bezpieczny model silnika odrzutowego na „sodkę" i ocet**
Jak zbudować model silnika odrzutowego z przedmiotów codziennego użytku i co najważniejsze bezpieczny.

68 **Samochód napędzany wiatrem i ... jadący pod wiatr**
W pierwszej chwili wydaje się być sprzeczna z prawami fizyki, że pojazd może porusza się w kierunku przeciwnym do wiejącego wiatru.

70 **Kłopotliwe pytania Jasia. Grawitacja pod ścianą**

76 **Prawo Archimedesa w zastosowaniach**
Prawo Archimedesa ma również bardzo duże znaczenie praktyczne i jest wykorzystywane w wielu dziedzinach techniki oraz w życiu codziennym.

82 **Metody wizualizacji 3D i ich biofizyczne podstawy**
W jaki sposób przedstawić trójwymiarowy obiekt na płaszczyźnie, żeby jego obraz zachował najwięcej informacji o tym obiekcie i jak najwierniej z płaskich obrazów odtworzyć trójwymiarowy obiekt?

Wydawca Agencja AS Józef Szewczyk, ul. Warchałowskiego 2/28, 02-776 Warszawa Tel. 606 201 244. Mail: szewczyk24@gmail.com
Opracowanie graficzne końcowe: Agencja AS
Fotografie na okładce: Stanisław Bednarek. Fotografie i ilustracjepochodzą z następujących źródeł:
Stanisław Bednarek, Dreamstime, Adobe Stock, Fotolia.

eprasa.pl 02e46da152



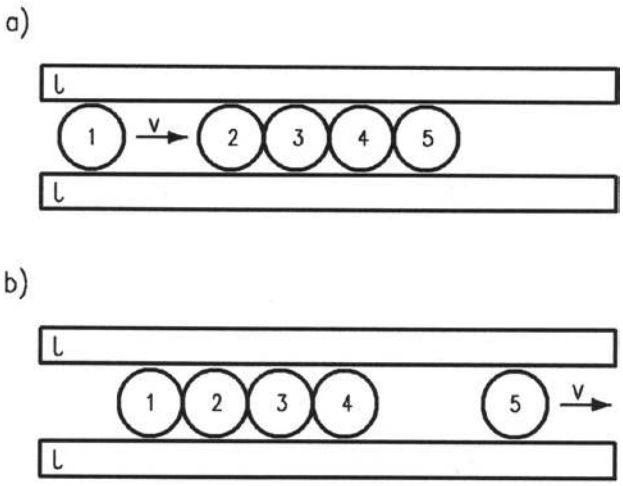
Zderzenia
zwykłe i niezwykle

Foto – Dreamstime

Stanisław Bednarek

Powszechnie występujące w przyrodzie zjawiska zderzeń warto zilustrować podczas nauczania doświadczeniami. Dobrze, żeby nauczyciel mógł je przygotować małym nakładem pracy, albo mogli to zrobić sami uczniowie. Opisy kilku interesujących doświadczeń, dotyczących zderzeń zawiera ten artykuł.

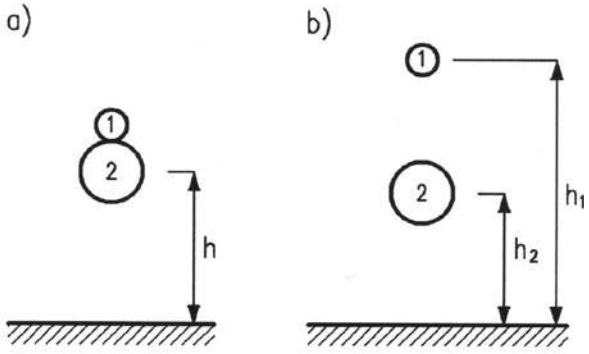
W artykule opublikowanym niedawno na łamach „Fizyki w Szkole" dr Julian Płoszajski zajął się opisem i analizą różnych przypadków zderzeń w makro- i mikroświecie [1]. Ponieważ fizyka jest nauką eksperymentalno-dedukcyjną, to doświadczenia, nawet najprostsze z wykorzystaniem przedmiotów codziennego użytku, powinny być możliwie często wykonywane podczas nauczania tego przedmiotu [2]. Niestety, praktyka pokazuje, że to wymaganie zwykle pozostaje niespełnionym życzeniem. Niniejszy artykuł ma na celu pomóc w spełnienia tego życzenia. Dlatego opisano w nim sposoby przeprowadzenia kilku łatwych i efektownych doświadczeń, pokazujących interesujące przypadki zderzeń. W prosty sposób wyjaśniono również obserwowane zjawiska lub podano wskazówki, dotyczące ich wyjaśnienia.



Rys. 1. Układ doświadczalny do pokazu zderzeń sprężystych centralnych wielu ciał o równych masach: a) sytuacja przed zderzeniem, b) sytuacja po zderzeniu; l – linijka, 1-5 – kulki lub monety o równych masach v – prędkość.

Zderzenia w jednym wymiarze

Do przeprowadzenia doświadczeń opisanych w dalszych częściach artykułu będą potrzebne sprężyste kulki stalowe o średnicy 10-15 mm. Odpowiednie kulki można wymontować ze zużytych łożysk. Stalowe kulki o takich rozmiarach są też sprzedawane w sklepach z łożyskami. Kulki te stanowią odpad przy produkcji łożysk, dlatego że mają średnice nie mieszczące się w granicach tolerancji i stąd nie nadają się do umieszczenia w łożyskach. Do przeprowadzenia opisanych eksperymentów te różnice średnic nie mają znaczenia.



Rys. 2. Układ doświadczalny do pokazu zderzeń sprężystych centralnych trzech ciał o różnych masach: a) sytuacja przed zderzeniem, b) sytuacja po zderzeniu; p – płaskownik, 1, 2 – kulki lub monety o równych masach, v_1, v_2 – prędkości odpowiednio przed i po zderzeniu.

W niektórych doświadczeniach kulki mogą być zastąpione przez monety dwu-, albo pięciozłotowe.

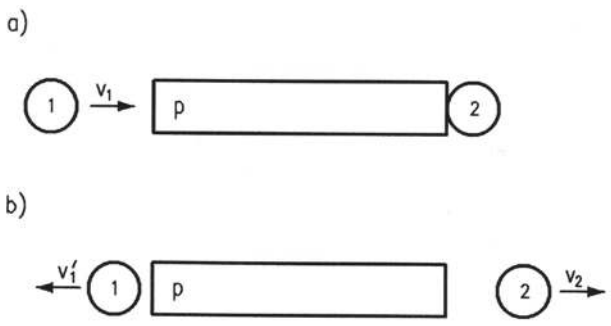
Pierwsze doświadczenie jest odpowiednikiem tzw. kołyski, albo wahadła Newtona, przeprowadzonym znacznie mniejszym kosztem (rys. 1). (Kołyskę Newtona można od czasu do czasu kupić sklepach z gadżetami lub pamiątkami za kilkadziesiąt złotych). Na gładkiej, poziomej powierzchni, np. na stole lub na kawałku szyby, należy położyć w szeregu kilka kulek o równych masach 2-5 tak, żeby kulki stykały się ze sobą. Kulki można zastąpić jednakowymi monetami. Równolegle do szeregu kulek 2-5, po obu jego stronach, kładzie się linijki l i ewentualnie przymocowuje je do powierzchni taśmą klejącą. Między linijkami l i kulkami 2-5 powinna być niewielka szczelina. W pewnej odległości z lewej strony przed kulką 2 kładzie się pojedynczą kulkę 1 i popycha ją palcami w kierunku pozostałych kulek. W wyniku tego zachodzą sprężyste i centralne zderzenia między wszystkimi kulkami [3]. W końcu z tego szeregu odskakuje skrajna kulka 5 po prawej stronie, a kulka popchnięta 1 i pozostałe kulki 2-4 zostają nieruchome. Podobnie, jak w kołysce Newtona, można powtórzyć to doświadczenie układając przed szeregiem po lewej stronie większą liczbę kulek i je popychając. Z szeregu po prawej stronie odskoczy wówczas tyle kulek, ile popchnięto, zaś pozostałe kulki będą nieruchome.

Następne doświadczenie dotyczy zderzenia sprężystego, prostego między ciałami o dużej różnicy mas (rys. 2). Na gładkiej, poziomej powierzchni należy położyć stalowy płaskownik p o grubości ok. 10 mm, porównywalnej szerokości i długości ok. 100 mm. Z prawej strony do płaskownika dotyka jedna kulka 2. Drugą kulkę 1 o takiej samej masie należy położyć od strony przeciwległego końca płaskownika p i popchnąć palcami. Kulka 1, dolatuje do płaskownika p i zderza się z jego końcem. Po zderzeniu kulka 1 odbija się w kierunku przeciwnym prawie z taką samą prędkością, jak przed zderzeniem, ale przeciwnie zwróconą. Jest to zrozumiałe, ponieważ doświadczenie ilustruje odbicie sprężyste od ciała o bardzo dużej masie, np. od ściany. Obserwuje się jednak również odbicie początkowo spoczywającej kulki 2.

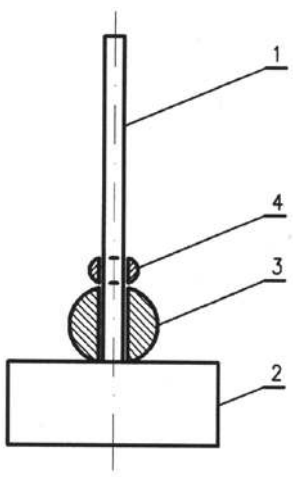
Dlaczego tak się dzieje? Po uderzeniu kulki 1 w płaskowniku p rozchodzi się fala sprężysta, odbijająca się od jego przeciwległego końca. Wracając ta fala, przekazuje energię, kulce 1. Część energii tej fali jest też przekazywana kulce spoczywającej 2 i powoduje wprawienie jej w ruch. W miejscu styku płaskownika z tą kulką opór falowy jest mniejszy, niż w przypadku przechodzenia fali do powietrza [4]. Gdyby nie było kulki spoczywającej 2, to prędkość kulki nalatującej 1 po odbiciu byłaby większa. To doświadczenie pozwala wniknąć w mikroskopowe efekty, występujące podczas zderzeń.

Zaskakujący efekt daje bardzo proste doświadczenie, którego sposób przeprowadzenia przedstawia rys. 3. Dwie sprężyste kulki 1, 2 o znacznie różniących masach należy trzymać w zetknięciu ze sobą tak, żeby kulka o mniejszej masie 1 była nad kulka 2 o masie większej. Po puszczeniu kulek swobodnie na poziomą, sprężystą powierzchnię, może to być betonowa posadzka, spadają one razem i odbijają się od tej powierzchni, Jeżeli podczas odbicia kulki pozostają w kontakcie ze sobą jedna nad drugą, to po odbiciu kulka 1 o mniejszej masie osiąga znacznie większe maksymalne wzniesienie, niż kulka 2 o masie większej. Takie zachowanie kulek wynika zasad zachowania energii i pędu [3].

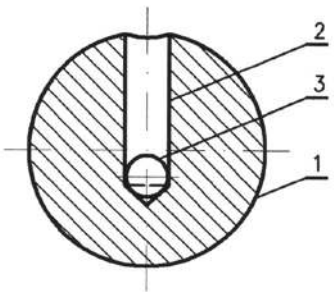
To doświadczenie wymaga pewnej zręczności, dlatego jego przeprowadzenie ułatwia przyrząd pokazany na rys. 4. Zastosowano w nim pionowy pręt 1, zamocowany w sprężystej, masywnej podstawie 2. Pręt 1 stanowi prowadnicę dla spadających wzdłuż niego kulek 3, 4 o rożnych masach z otworami przewierconymi wzdłuż ich średnic. Jeszcze bardziej niezwykły, wręcz magiczny efekt, można uzyskać, stosując rozwiązanie pokazane na rys. 5. W kulce 1 o większej masie jest wykonane cylindryczne, wydrążenie 2 skierowane wzdłuż jej średnicy. Wydrążenie wykonuje się przy użyciu twardego wiertła po zamocowaniu kulki 1 w imadle. Na dnie tego wydrążenia ukrywa się wcześniej przed widzami kulkę 3 o mniejszej masie. Następnie należy pokazać kulkę o większej masie 1, nie ujawniając, że znajduje się w niej kulka 3 i puścić swobodnie na sprężystą powierzchnię. Wówczas po odbiciu z kulki 1 wyskakuje z niej



Rys. 3. Zderzenie sprężyste z masywna płytą dwóch kulek, spadających razem: a) sytuacja przed zderzeniem, b) sytuacja po zderzeniu; 1, 2 – kulki odpowiednio: o mniejszej i o większej masie, h, h_1, h_2 – maksymalne wzniesienia środków masy nad płytą odpowiednio: układu obu kulek, kulki o mniejszej masie i kulki o większej masie.



Rys. 4. Przyrząd do pokazu różnicy maksymalnego wzniesienia po odbiciu sprężystym wspólnie spadających kulek o różnych masach; 1 – pręt, 2 – masywna podstawa, 4, 3 – kulki odpowiednio: o mniejszej i o większej masie.



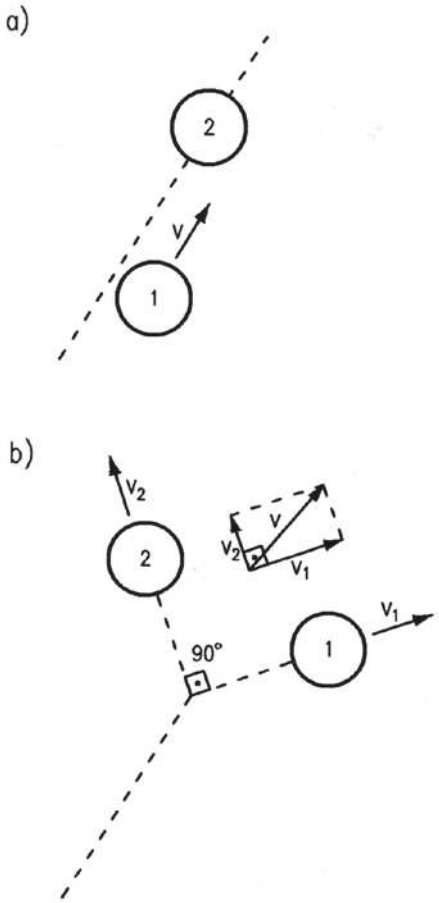
Rys. 5. Najprostszy przyrząd do pokazu różnicy maksymalnego wzniesienia po odbiciu sprężystym wspólnie spadających kulek o różnych masach; 1 – sprężysta kulka o większej masie, 2 – wydrążenie, 3 – sprężysta kulka o mniejszej masie.

kulka 3 i wznosi się na znacznie większa wysokość, niż kulka 1. Gdy poprosić widzów o wyjaśnienie tego efektu, to nie mogą oni uwierzyć, że wewnątrz kulki 1 nie ma żadnej sprężyny, ani innego mechanizmu, a zaskakujące zachowanie kulki 3 można wyjaśnić korzystając jedynie z zasad zachowania energii i pędu

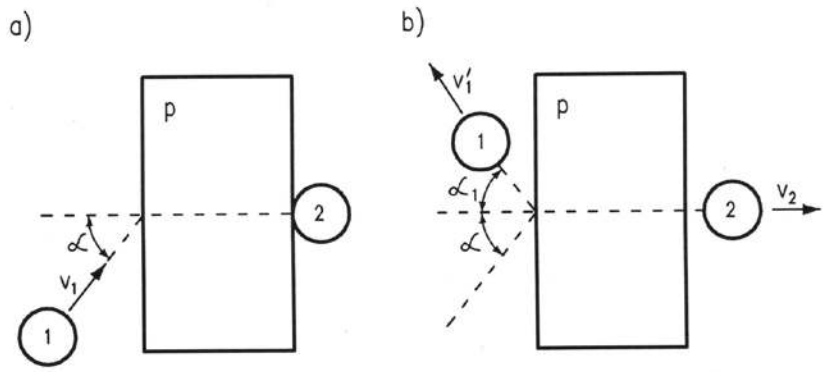
Zderzenia w dwu wymiarach

Klasyczny i interesujący przypadek takiego zderzenia zachodzi dla dwu kulek 1, 2 o równych masach, trafiających na siebie niecentralnie (rys. 6). W tym przypadku kulki po zderzeniu poruszają się w kierunkach wzajemnie prostopadłych. To doświadczenie wykonuje się układając dwie kulki o równych masach 1, 2 na gładkiej, poziomej powierzchni i popychając jedną z nich palcami tak, żeby trafiła w drugą, ale nieco z boku. Kulki można zastąpić jednakowymi monetami. Ten przypadek zderzenia odgrywa ważną rolę podczas analizy śladów reakcji w fizyce jądrowej i fizyce cząstek elementarnych, ponieważ pozwala wnioskować o równości mas oddziałujących obiektów.

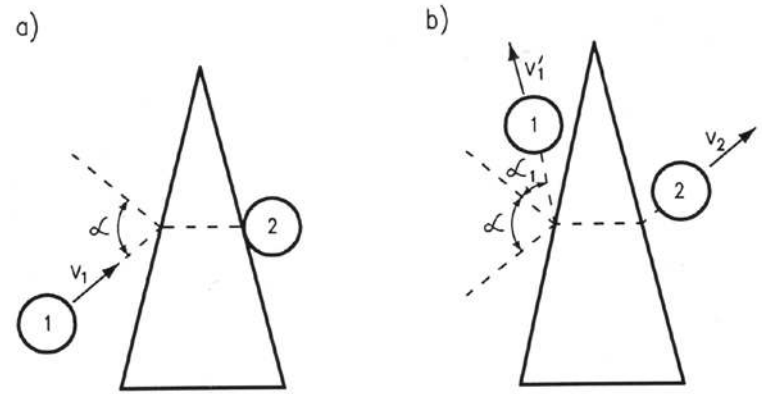
Występując podczas strzelania z broni palnej zjawisko rykoszetu to też zderzenie w dwu wymiarach, co ilustruje doświadczenie pokazane na rys. 7. Podobnie, jak poprzednim doświadczeniu na gładkiej poziomej powierzchni należy ułożyć prostokątną płytkę stalową p o długości boków kilku cm i grubości ok. 10 mm. W przypadku braku kawałka blachy stalowej o odpowiedniej grubości można wykorzystać stalową część młotka – prostokątną część tzw. obucha. Młotek wystarczy położyć wraz z trzonkiem płasko na poziomej powierzchni (fot. 1). Jeżeli z jednej strony płytki p położyć tylko kulkę 1 i popychając palcami nadać jej prędkość skierowaną ukośnie do boku płytki, to wówczas kulka 1 ulegnie odbiciu. To odbicie nastąpi pod kątem α_1, takim samym jak kąt α, pod którym kulka 1 uderzyła w płytkę p. Jest to właśnie sytuacja, która ma miejsce podczas rykoszetu. Jeżeli jednak po przeciwnej stronie do płytki p przyłożyć kulkę 2 o takiej samej masie, jak kulka 1, to wtedy kulka 2 też ulegnie odbiciu od płytki p w kierunku prostopadłym do boku, którego dotykała. Zachowanie się kulek wyjaśnia tak, jak w przypadku odbicia od płaskownika, rozchodzenie się fal sprężystych w płytce p, spowodowanych uderzeniem kulki 1. Opisane doświadczenie można łatwo powtórzyć dla płytki p w kształcie klina (rys. 8). W tym celu, jako płytkę można wykorzystać trójkątną część obucha młotka (fot. 2). Także w tej sytuacji odbicie kulki 2 nastąpi w kierunku prostopadłym do powierzchni, której dotykała.



Rys. 6. Zderzenie sprężyste niecentralne dwóch kulek o równych masach: a) sytuacja przed zderzeniem, b) sytuacja po zderzeniu; 1 – kulka nalatująca, 2 – kulka spoczywająca, v – prędkość kulki nalatującej przed zderzeniem, v_1, v_2 – prędkości kulek po zderzeniu.



Rys. 7. Odbicie sprężyste skośne kulek od masywnej płyty prostokątnej: a) sytuacja przed odbiciem, b) sytuacja po odbiciu; p – płyta prostokątna o dużej masie, 1 – kuka nalatująca, 2 – kulka spoczywająca, α, α_1 – kąty odpowiednio: padania i odbicia kulki nalatującej, v_1, v'_1, v_2 – prędkości odpowiednio: kulki nalatującej i kulki odbitej.



Rys. 8. Odbicie sprężyste skośne kulek od masywnej płyty w kształcie klina: a) sytuacja przed odbiciem, b) sytuacja po odbiciu; p – płyta w kształcie klina o dużej masie, 1 – kuka nalatująca, 2 – kulka spoczywająca, α, α_1 – kąty odpowiednio: padania i odbicia kulki nalatującej, v_1, v'_1, v_2 – prędkości odpowiednio: kulki nalatującej i kulki odbitej.



Fot. 1. Wykorzystanie obucha młotka, jako płyty prostokątnej do badania zderzeń.

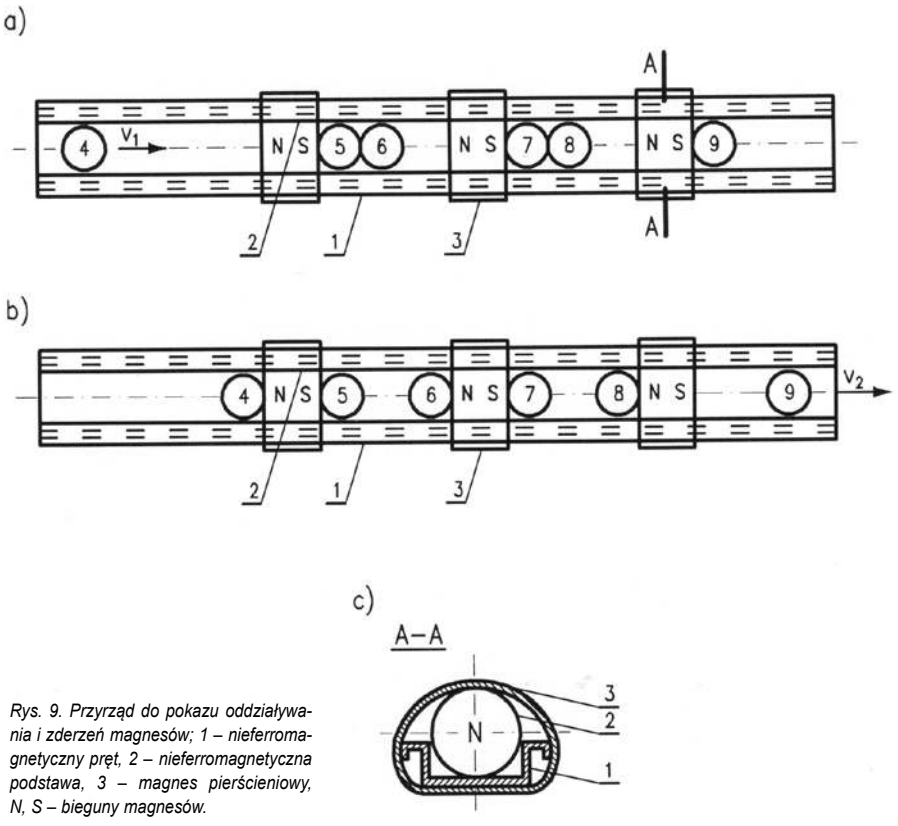


Fot. 2. Wykorzystanie obucha młotka, jako płyty trójkątnej do badania zderzeń.

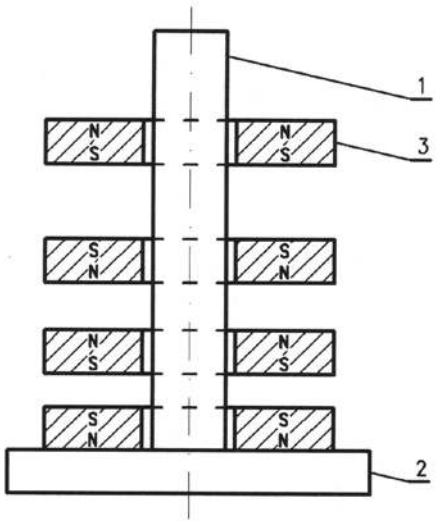
Zderzenia w układzie magnesów

Podczas zderzeń nie zawsze musi zachodzić bezpośredni kontakt powierzchni zderzających się ze sobą obiektów. Pośrednikiem przy tym mogą być pola elektryczne lub magnetyczne, wytwarzane przez te obiekty. Taki przypadek pozwala zademonstrować przyrząd pokazany na rys. 9. Do jego zbudowania wykorzystano pręt o przekroju okrągłym 1, przymocowany do podstawy 2. Pręt 1, podstawa 2 i łączące je elementy, np. wkręty muszą być wykonane z materiału nieferromagnetycznego, np. pręt z kawałka kija do szczotki, połączony z deseczką za pomocą mosiężnych wkrętów lub kleju. Na pręt nałożono kilka magnesów pierścieniowych 3, przy czym sąsiednie magnesy są zwrócone ku sobie biegunami jednoimiennymi. Dzięki temu magnesy 3 odpychają się wzajemnie. Między magnesami 3 jest dystans, malejący dla magnesów umieszczonych bliżej podstawy 2, ponieważ działa na nie większy ciężar wszystkich magnesów, położonych nad nimi. Magnesy 3 znajdują się w stanie lewitacji, stabilizowanej w kierunku poziomym przez pręt 1. Jeżeli któryś z magnesów 3 zostanie lekko popchnięty w dół lub w górę, to spowoduje on oscylacje pozostałych magnesów kierunku pionowym. Magnesy 3 zachowują się tak, jakby między nimi następowały zderzenia bez stykania się ich powierzchni. Oczywiście, za ten efekt są odpowiedzialne siły magnetyczne, działające za pośrednictwem pola magnetycznego.

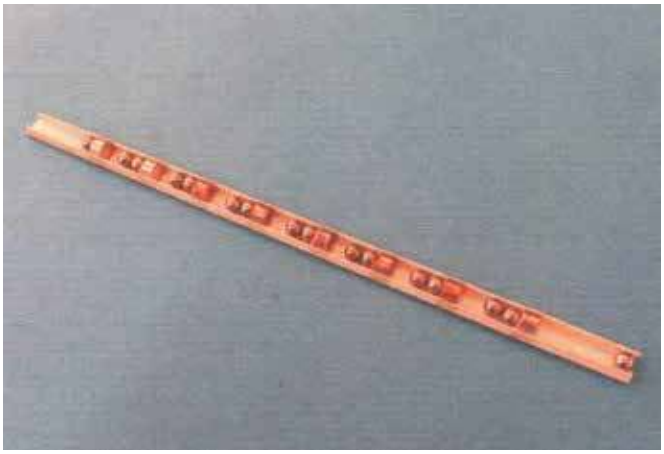
Interesującym przykładem wykorzystania zderzeń w układzie magnesów jest działo magnetyczne, nazywane też działem Gausa i pokazane na rys. 10 oraz fot. 3. Do kawałka dolnej części plastikowej osłony 1, używanej do układania kabli, zostało przymocowane w równych odstępach kilka walcowych magnesów 2 przy pomocy taśmy klejącej 3. Sąsiednie magnesy są skierowane ku sobie biegunami różnoimiennymi. Przykładowe wymiary magnesów walcowych 2, to średnica 12 mm i długość 10 mm, a odstęp między nimi 35 mm. Długość kawałka osłony 1 zależy od ilości użytych magnesów 2. Między magnesami są umieszczone jednakowe kulki stalowe 5-9. Dla podanych wymiarów magnesów odpowiednia średnica kulek wynosi 10 mm. W dalszej części rozpatrywane będzie dla



Rys. 9. Przyrząd do pokazu oddziaływania i zderzeń magnesów; 1 – nieferromagnetyczny pręt, 2 – nieferromagnetyczna podstawa, 3 – magnes pierścieniowy, N, S – bieguny magnesów.



Rys. 10. Budowa działa magnetycznego: a) sytuacja przed wystrzałem, b) sytuacja po wystrzale, c) przekrój poprzeczny działa płaszczyzną A-A; 1 – dolna część osłony do układania kabli, 2 – magnes walcowy, 3 – taśma klejąca, 4-9 – kulki stalowe, v_1, v_2 – prędkości odpowiednio: kulki nalatującej i kulki wystrzelonej, N, S – bieguny magnesów.



Fot. 3. Jeden z wykonanych modeli działa magnetycznego.

uproszczenia działo zawierające trzy magnesy, ale oczywiście liczbę tych magnesów można zwiększyć. Początkowo w odstępach między magnesami 2 umieszcza się po dwie kulki 5, 6 i 7, 8 przylegające z lewej strony do każdego z magnesów 2. Ponadto za ostatnim magnesem 2 po prawej stronie umieszcza się jedna kulkę 9, przylegającą do tego magnesu też z lewej strony. Jeżeli przed pierwszym magnesem z lewej strony zostanie umieszczona taka sama kulka 4 i lekko popchnięta kierunku tego magnesu, to kulka 9, przylegająca do ostatniego z magnesów 2 zostanie wystrzelona z prędkością v_2 znacznie większą, niż prędkość v_1 popchniętej kulki 4. Przed wystrzałem kulki 9 nastąpi też zmiana położeń pośrednich kulek 6 i 8, polegająca na tym, że zostają one przyciągnięte do prawych stron poprzedzających je magnesów 2.

W tym momencie należy postawić ważne pytanie. Skąd bierze się energia kinetyczna, potrzebna do zwiększenia prędkości kulki 9? Ta energia pochodzi ze zmiany energii potencjalnej oddziaływania magnetycznego kulek pośrednich 6, 8 i sąsiadujących z nimi magnesów 2. Kulki pośrednie 6, 8 znajdują się między magnesami 2 w tzw. stanie równowagi metatrwałej, z którego są wytrącane przez uderzenie popchniętej kulki 4. To uderzenie wytwarza falę sprężystą, która dochodzi do kulek 5 i 6, powodując oderwanie słabiej przyciąganej kulki 6. Oderwana kulka 6 jest przyspieszana w polu magnetycznym następnego magnesu 2.

Po uderzeniu w ten magnes kulka 6 zostaje do niego przyciągnięta i wytwarza kolejną falę sprężystą, ale mającą amplitudę większą, niż fala poprzednia. Ta fala, powoduje analogicznie jak wcześniej oderwanie kulki 8, która z kolei uderzając w ostatni magnes 2 powoduje wystrzelenie kulki 9. W skrócie można to sformułować tak, że kulki 6, 8, po oderwaniu od magnesów 2 z lewej strony, są przyspieszane w polu magnetycznym między magnesami i uzyskują energię kinetyczną, którą w końcu przekazują wystrzeliwanej kulce 9, [5].

Po oddaniu strzału działo należy przygotować do ponownego użycia przekładając ręcznie kulki 4, 6, 8 i 9 do początkowych pozycji. Zbadanie, od jakich parametrów zależy prędkość v_2 wystrzeliwanej kulki 9 i optymalizacja konstrukcji takiego działa, mająca na celu uzyskanie maksymalnej wartości tej prędkości są świetnym tematem na konkurs uczniowskich prac z fizyki.

Działo magnetyczne jest nie tylko ciekawostką techniczną. W ostatnich latach zainteresowali się nim wojskowi w niektórych krajach. Skuteczność podobnych dział jest testowana m.in. w Marynarce Wojennej USA. Ich zaleta polega na nadawaniu pociskom prędkości znacznie większych, niż przy użyciu w tym celu materiałów wybuchowych.

Niewątpliwymi zaletami opisanych doświadczeń są bezpieczeństwo, niskie koszty i łatwość wykonania, a w kilku przypadkach także zaskakujące efekty. Niektóre z tych doświadczeń można poddać głębszej analizie, utrwalając tory poruszających się kulek i zapisując czas ich ruchu. Pozwala to dokładniej zmierzyć kąty i wyznaczyć prędkości. Dawniej do zaznaczania torów kulek w takich doświadczeniach używano kalki do pisania i papieru. W tym celu kulki wprawiano w ruch po arkuszu kalki, pod którą podkładano papier. Innym sposobem było pokrywanie kulek sadzą, albo tuszem kreślarskim i przeprowadzanie doświadczeń na arkuszu papieru [2].

Dziś w epoce drukarek komputerowych i kserokopiarek cyfrowych kalka do pisania ręcznego lub na maszynie, czyli wykonywania tzw. przebitek, jest prawie zapomnianym rekwizytem muzealnym. Cały przebieg doświadczenia można jednak łatwo utrwalić za pomocą smartfona, albo kamery internetowej. Analiza zapisanych fotografii lub filmów otwiera nowe możliwości, które pozwalają uczniom lepiej zrozumieć prawa fizyki, rządzące obserwowanymi zjawiskami.

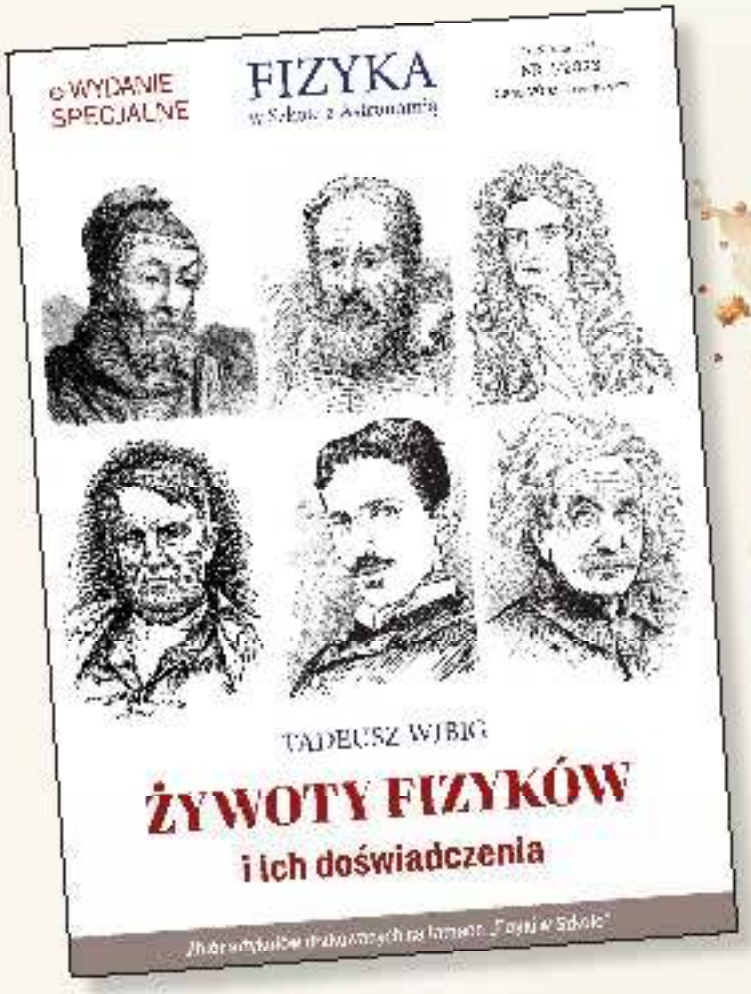
Stanisław Bednarek,
Wydział Fizyki i Informatyki Stosowanej
Uniwersytetu Łódzkiego

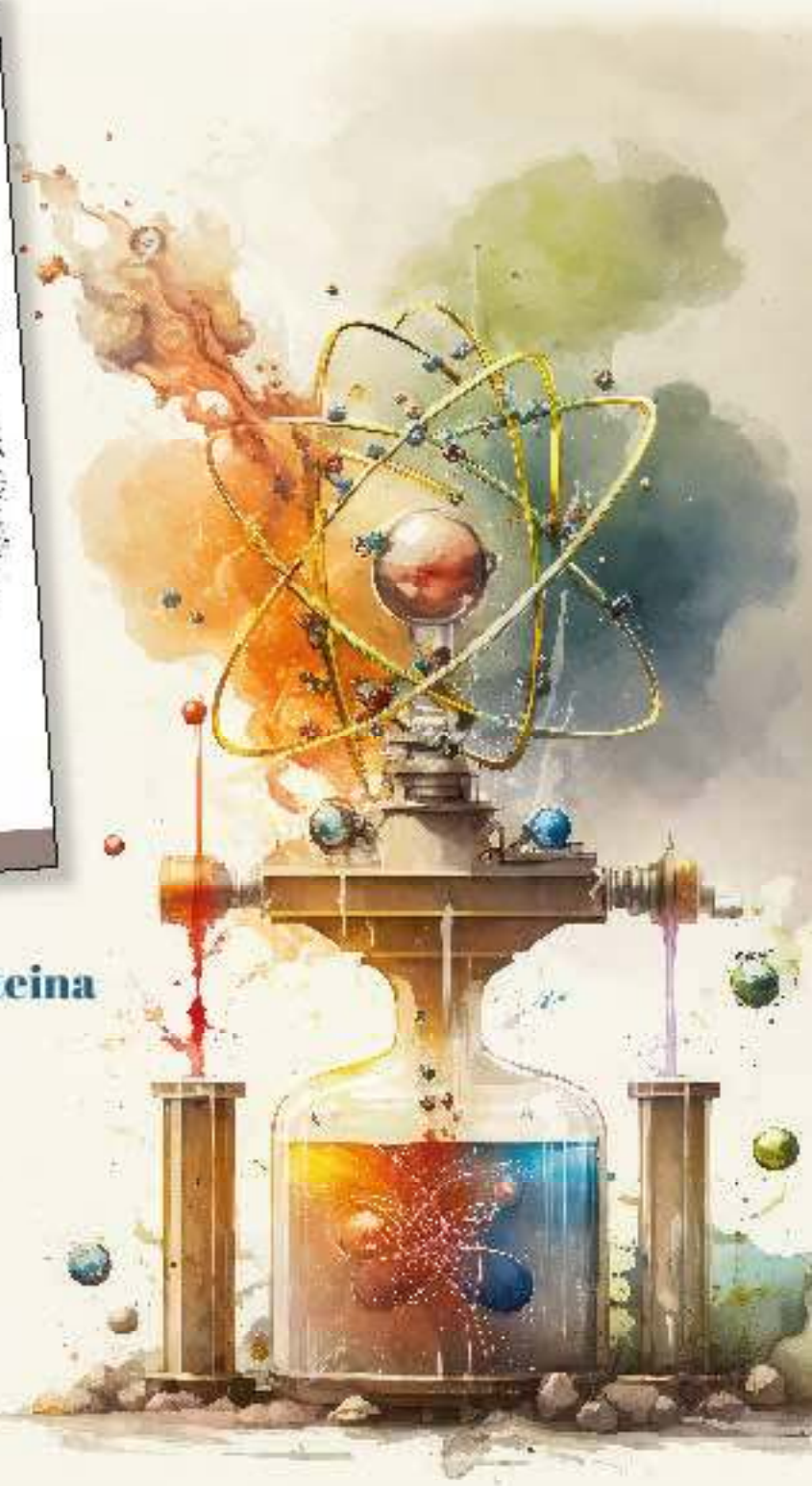
LITERATURA

[1] J. Płoszajski, Zjawiska zderzeń w makro i mikroświecie, „Fizyka w Szkole Czasopismo dla Nauczycieli", 28. Rocz. LXV, nr 1 (2020).
[2] T. Dryński, Doświadczenia pokazowe z fizyki, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa (1966).
[3] S. Szczeniowski, Fizyka doświadczalna, cz. I, Mechanika i akustyka, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa (1972).
[4] W. Mizerski (red.), Tablice fizyczno-astronomiczne, Wydawnictwo Adamantan, Warszawa (2013).
[5] S. Bednarek, Gauss, cel, pal!, „Delta – matematyka, fizyka, astronomia, informatyka", 18, Rocz. XXXVIII, nr 8 (2013).

eprasa.pl 02e46da152

Wielcy fizycy
i ich doświadczenia





- ✓ Od Archimedesa po Einsteina
- ✓ Najważniejsze odkrycia
- ✓ 27 wybitnych postaci

Cena 20 zł
(w tym 8% VAT)

WYDANIE SPECJALNE *FIZYKI W SZKOLE* W WERSJI ELEKTRONICZNEJ – PLIK PDF

Szczegóły i formularz zamówienia na www.aspress.com.pl/wydania-specjalne/

Wycisnąć prąd z kryształu

Stanisław Bednarek

Celem tego artykułu jest przedstawienie opisu kilku prostych doświadczeń, pozwalających na praktyczne zapoznanie ze zjawiskiem piezoelektrycznym. Do tego będą użyte łatwo dostępne środki, a koszty i nakład pracy niewielki. Dlatego te doświadczenia mogą być wykonane samodzielnie przez uczniów zainteresowanych fizyką w domu lub na kółku fizycznym. Ze względu na widowiskowy charakter, jedno z tych doświadczeń może zostać pokazane również na festiwalu lub pikniku naukowym.

Trochę teorii i historii

Istnieją dwie odmiany zjawiska piezoelektrycznego. Pierwszą z nich, nazywaną zjawiskiem prostym, odkryli dwaj Francuzi – bracia Jacques i Pierre Curie w 1880 r. [1]. (Pierre został później mężem Marii Skłodowskiej Curie). Istota zjawiska prostego polega na tym, że podczas odkształcania niektórych kryształów pojawiają się ładunki elektryczne na ich powierzchniach. Te kryształy mają szczególne własności w skali atomowej, polegające na braku symetrii w budowie tzw. komórki elementarnej, czyli najbardziej podstawowego, powtarzalnego elementu ich struktury i występowaniu wiązań jonowych.

Wbrew pozorom, takie kryształy nie należą do rzadkości. Ich najbardziej znanymi przykładami są: odmiana α kwarcu (ditlenku krzemu SiO_2, tzw. wysokotemperaturowego), uwodniony winian sodowo-potasowy ($NaKC_4H_4O_6$, znany też jako sól Seigentte'a), diwodorofosforan potasu (KH_2PO_4) i tytanian baru ($BaTiO_3$).

Żeby zaobserwować zjawisko piezoelektryczne, trzeba zachować odpowiednią orientację płaszczyzn próbki w stosunku do osi kryształu podczas jej wycinania. Właściwości piezoelektryczne wykazują też niektóre polimery (polipropylen, polichlorek winylu) w postaci folii o strukturze zmienionej skutkiem rozciągania i działanie na nie pola elektrycznego o dużym natężeniu [2].

Dotychczas przebadano ok. 1000 kryształów piezoelektrycznych. Ze względu na pewne niekorzystne cechy, np. wrażliwość na wilgoć, szerokie zastosowanie znalazło tylko niewiele z badanych materiałów. Druga odmiana zjawiska piezoelektrycznego, nazywanego odwrotnym, polega na zmianie rozmiarów kryształu piezoelektrycznego pod działaniem zewnętrznego pola elektrycznego. Ten efekt najpierw został przewidziany teoretycznie przez Gabriela Lippmanna w 1881 r., a następnie potwierdzony doświadczalnie również przez braci Curie.

Teorię zjawiska piezoelektrycznego opracował Woldemar Voigt w 1910 r. Zgodnie z tą teorią, do opisu zjawiska prostego stosuje się wzór

$$D = dT, \qquad (1)$$

w którym:
D – gęstość powierzchniowa indukowanego ładunku elektrycznego [D] = C/m^2,
T – naprężenie [T] = N/m^2,
d – stała ładunkowa (nazywana też modułem piezoelektrycznym) [d] = C/N.

Dla odwrotnego zjawiska piezoelektrycznego stosuje się wzór

$$S = dE, \qquad (1)$$

w którym:
S – wydłużenie względne (wielkość bezwymiarowa),
E – natężenie pola elektrycznego, przyłożonego do kryształu [E] = V/m.

Stała ładunkowa d jest rzędu 10^{-11} N/C i zależy od rodzaju materiału piezoelektrycznego. Przykładowe wartości d to: 0,023 10^{-11} N/C dla kwarcu (SiO_2) oraz 2,7 10^{-11} N/C dla tytanianu baru ($BaTiO_3$) [3].

Doświadczenia

W celu otrzymania elementu piezoelektrycznego do przeprowadzenia doświadczeń zostanie wykorzystana zapalarka do gazu (fot.1). Taką zapalarkę można kupić



Fot. 1. Wygląd zewnętrzny zapalarki piezoelektrycznej, która będzie źródłem materiałów do doświadczeń.



Fot. 2. Wygląd zewnętrzny wymontowanego z zapalarki mechanizmu uderzeniowego, zawierającego kryształ piezoelektryczny.

eprasa.pl 02e46da152

za kilka złotych w sklepie z artykułami gospodarstwa domowego. Po wykręceniu dwóch wkrętów i rozdzieleniu połówek obudowy zapalarki można z niej wyjąć mechanizm uderzeniowy wraz z przewodami (fot. 2). Ten mechanizm zawiera element piezoelektryczny w kształcie walca o długości 4 mm i średnicy 1,5 mm, który został wykonany z syntetycznego kwarcu i ma kolor brązowy.

Zadaniem mechanizmu uderzeniowego jest zwielokrotnienie i przeniesienie na element piezoelektryczny nacisku, wywieranego palcem na przycisk, wystający z obudowy zapalarki. To pozwala na wytworzenie wysokiego napięcia i przeskok iskry między elektrodami, od której zapala się gaz zawarty w zbiorniczku zapalarki.

W pierwszym doświadczeniu zostanie wykorzystany cały mechanizm uderzeniowy bez wyjmowania z niego kryształu. Oprócz tego będzie potrzebna neonówka, zapalająca się przy napięciu sieciowym 230 V. Takie neonówki są używane do sygnalizacji załączenia napięcia m.in. w tablicach rozdzielczych lub sprzęcie gospodarstwa domowego i można je kupić w sklepach z artykułami elektrotechnicznymi. Inny sposób pozyskania neonówki to wymontowanie jej ze startera do świetlówek.

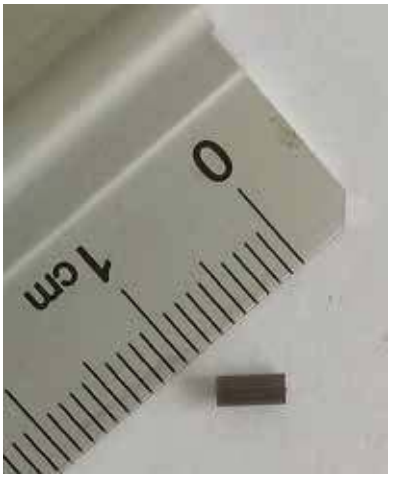
Przewody lub końcówki neonówki należy połączyć, najlepiej zlutować, z przewodami mechanizmu uderzeniowego. Miejsca połączenia przewodów muszą być grubo owinięte taśmą izolacyjną. Kryształ piezoelektryczny, poddany działaniu mechanizmu uderzeniowego wytwarza bowiem napięcie w granicach kilkuset V. Można to sprawdzić miernikiem uniwersalnym, przełączonym na zakres 750 V lub 1000 V napięcia stałego lub impulsowego.

Ponieważ natężenie przepływającego przy tym prądu jest bardzo małe, to przeprowadzanie doświadczenia nie stanowi zagrożenia dla zdrowia. Mimo tego „ukłucia" związane z przyłożeniem wysokiego napięcia do skóry nie są przez każdego odczuwane przyjemnie.

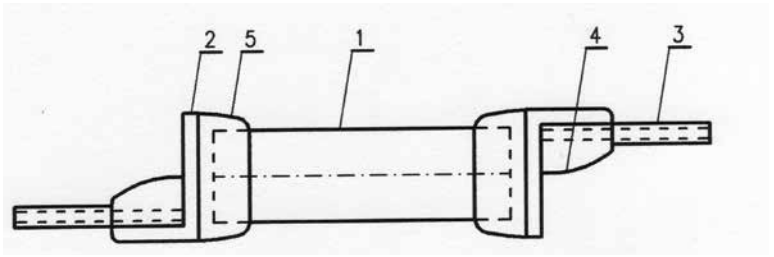
Wykonanie doświadczenia jest bardzo proste. Mechanizm uderzeniowy należy przytrzymać palcami i nacisnąć na wystającą z niego plastikową końcówkę o przekroju kwadratowym. Podczas tego naciskania neonówka rozbłyska. W celu zapewnienia dobrej widoczności



Fot. 3. Mechanizm uderzeniowy przyłączony do neonówki pozwala w efektowny sposób zademonstrować wytwarzanie napięcia piezoelektrycznego. Neonówka jest przeznaczona do świecenia po przyłożeniu napięcia sieciowego. Grube warstwy czerwonej izolacji chronią przed mało przyjemnym działaniem napięcia o takiej wielkości na skórę palców.



Fot. 4. Kryształ piezoelektryczny wymontowany z mechanizmu uderzeniowego zob. (fot. 2). Linijka pozwala na określenie rozmiarów tego kryształu.



Rys. 1. Najprostszy sposób przyłączenia elektrod do kryształu piezoelektrycznego; 1 – element piezoelektryczny, 2 – elektrody z pasków blachy mosiężnej albo miedzianej, 3 – przewody, 4 – stop lutowniczy, 5 – klej przewodzący prąd elektryczny.

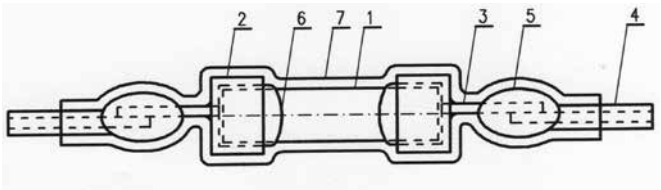
dla większej grupy osób, korzystne jest przyciemnienie pomieszczenia podczas tego doświadczenia.

Do następnych doświadczeń należy wyjąć element piezoelektryczny z mechanizmu uderzeniowego. Ponieważ ten element jest całkowicie zatopiony w tworzywie sztucznym pod metalową końcówką mechanizmu osłoniętego plastikową nakładką, to pierwszym etapem jest zdjęcie nakładki. W celu wyjęcia elementu najłatwiej posłużyć się lutownicą. Po przyłożeniu grota lutownicy do metalowej końcówki i jej ogrzaniu, tworzywo sztuczne mięknie i ulega roztopieniu. Metalowa nakładka oddziela się i w stopionym tworzywie widać niewielki walec w ciemnym kolorze – to właśnie jest poszukiwany element.

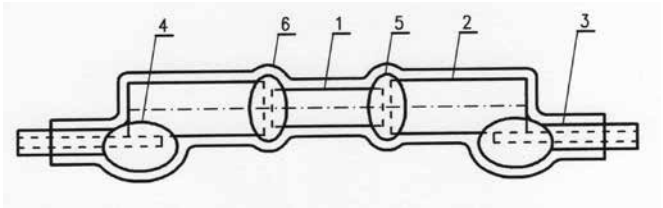
Topiąc tworzywo należy zachować odpowiednią ostrożność i wykonywać tę pracę przy otwartym oknie oraz na drewnianej podkładce. Po zeskrobaniu żyletką lub ostrym nożem resztek tworzywa sztucznego z otrzymanego elementu, kolejnym etapem przygotowań będzie przyłączenie do niego elektrod i przewodów (fot. 4).

Najprostszy sposób przyłączenia elektrod jest pokazany na rys. 1. Elektrody 2 mają kształt pasków, wyciętych z cienkiej blaszki mosiężnej lub miedzianej i zgiętej pod kątem prostym. Do tych elektrod przylutowano końcówki przewodów 3. Następnie elektrody zostały przyklejone do końców elementu piezoelektrycznego 1 przy użyciu kleju 5, przewodzącego prąd elektryczny. Taki dwuskładnikowy klej na bazie srebra lub grafitu jest dostępny w sklepach z artykułami elektronicznymi i przeznaczony do naprawy przewodów grzejnych na tylnych szybach pojazdów i ścieżek

eprasa.pl 02e46da152



Rys. 2. Trwały sposób połączenia elementu piezoelektryczny z elektrodami; 1 – element piezoelektryczny, 2 – nakładka mosiężna albo miedziana, 3 – pręcik mosiężny albo miedziany, 4 – przewód, 5 – stop lutowniczy, 6 – klej przewodzący prąd elektryczny, 7 – rurka izolacyjna z folii termokurczliwej.



Rys. 3. Budowa hybrydowego elementu piezoelektrycznego, czułego również na pole magnetyczne; 1 – element piezoelektryczny, 2 – pręcik z materiału ferromagnetycznego, 3 – przewód, 4 – stop lutowniczy, 5 – klej przewodzący prąd elektryczny, 6 – rurka izolacyjna z folii termokurczliwej.



Fot. 5. Wygląd zewnętrzny elementu piezoelektrycznego, połączonego z elektrodami w sposób pokazany na rys. 2.



Fot. 6. Wygląd zewnętrzny hybrydowego elementu piezoelektrycznego, wykonanego zgodnie z rys. 3.

na płytkach obwodów drukowanych. Po zmieszaniu ze sobą potrzebnej ilości składników i nałożeniu kleju na łączone miejsce, należy odczekać kilkanaście godzin do jego utwardzenia i uzyskania dobrej przewodności elektrycznej.

W celu przeprowadzenia doświadczeń trzeba swobodne końce przewodów elementu piezoelektrycznego, przyłączyć do miliwoltomierza na prąd stały. W obecnych warunkach, najczęściej zostanie do tego wykorzystany łatwo dostępny, uniwersalny miernik cyfrowy, tzw. multimetr, przełączony na odpowiedni do tych pomiarów najmniejszy zakres woltomierza. W popularnych miernikach jest to 200 mV.

Dla łatwiejszego przyłączenia końce przewodów można zaopatrzyć we wtyczki bananowe. Jeżeli na trzymane w palcach końce elementu piezoelektrycznego będzie wywierany nacisk, to miliwoltomierz pokaże napięcie wzrastające wraz ze wzrostem siły nacisku. W praktyce napięcie to nie przekroczy kilkudziesięciu mV. Ponieważ na skórze palców też są generowane napięcia w granicach kilku mV, to wskazane jest przeprowadzenie tego doświadczenia w rękawiczkach z materiału elektroizolacyjnego, np. z lateksu. Po zmocowaniu elementu piezoelektrycznego w dowolnym układzie do pomiaru siły ściskającej (pochodzącego np. z zestawu do mechaniki), można przeprowadzić pomiary, pozwalające na sporządzenie wykresu, przedstawiającego zależność napięcia od tej siły lub od naprężenia.

Wspomniany poprzednio klej charakteryzuje się długim czasem utwardzania, a ponadto daje kruchą spoinę. Dlatego, żeby uniknąć odłamania elektrod podczas doświadczeń, korzystniej jest zastosować rozwiązanie pokazane na rys. 2 i fot. 5. W tym przypadku elektrody 2 są nakładkami w kształcie miseczek, wykonanych np. przez wytłoczenie końcem metalowego pręta o odpowiednio dobranej średnicy z cienkiej blaszki mosiężnej albo miedzianej. W elektrodach są wywiercone otworki, przeznaczone do wlutowania końców mosiężnych lub miedzianych pręcików 3. Do zewnętrznych końców tych pręcików są z kolei przylutowane końce przewodów 4. Zagłębienia w elektrodach 2 zostały nałożone na końce elementu piezoelektrycznego 1 i podobnie jak poprzednio, przyklejone klejem przewodzącym prąd elektryczny.

Dla zwiększenia trwałości na opisany zestaw elementów nałożono rurkę izolacyjną z folii termokurczliwej, najlepiej przezroczystej o nieco większej średnicy wewnętrznej niż średnica elektrod. Następnie rurkę lekko ogrzano, co spowodowało jej obkurczenie na elementach zestawu. Dzięki takiemu rozwiązaniu znacznie zwiększono trwałość połączeń. Tak przygotowany element piezoelektryczny jest przeznaczony do przeprowadzania doświadczeń, analogicznie jak z elementem opisanym poprzednio. Ponadto można ostrożnie poddać taki element rozciąganiu i zaobserwować zmianę znaku napięcia wskazywanego przez miernik.

Naprężenia konieczne do wystąpienia efektu piezoelektrycznego można spowodować także przez przyłożenie pola magnetycznego. W tym celu należy wykonać element hybrydowy, przedstawiony na rys. 3 i fot. 6. Element piezoelektryczny 1 został umieszczony współosiowo między dwoma pręcikami 2, wykonanymi z materiału ferromagnetycznego, np. z kawałków gwoździa stalowego. Końce tych elementów zostały sklejone ze sobą klejem, przewodzącym

eprasa.pl/02e46da152

prąd elektryczny 5. W tym przypadku końce przewodów 3 można było przylutować bezpośrednio do zewnętrznych końców pręcików 2.

Podobnie jak poprzednio, całość została zabezpieczona rurką termokurczliwą 6. Jeżeli tak przygotowany element piezoelektryczny zostanie umieszczony w polu magnetycznym, skierowanym równolegle do pręcików 2, to te pręciki ulegną namagnesowaniu. W pobliżu ich wewnętrznych końców będą wyidukowane bieguny różnoimienne i pręciki zaczną się przyciągać, wywierając w ten sposób naprężenia ściskające na element piezoelektryczny 1. Miliwoltomierz przyłączony do tego układu pokaże napięcie. Opisany układ stanowi czujnik pola magnetycznego, w którym zmiana indukcji magnetycznej powoduje zmianę napięcia na końcach elementu piezoelektrycznego. Do wytworzenia pola magnetycznego nadaje się niewielka cewka lub kilka magnesów neodymowych w kształcie pierścieni, złożonych ze sobą.

Co z tego dziś mamy?

Zjawiska piezoelektryczne mogą być tematem nie tylko interesujących doświadczeń o charakterze edukacyjnym, które można łatwo wykonać. Dzięki unikalnej możliwości bezpośredniego przetwarzania naprężeń na sygnały elektryczne (konwersji w strukturze materiału bez dodatkowych mechanizmów) i odwrotnie sygnałów elektrycznych na odkształcenia, te zjawiska znalazły wiele zastosowań w nauce, technice i życiu codziennym. [4, 5].

Zjawisko piezoelektryczne proste jest wykorzystane m.in. w budowie sensorów (czujników), montowanych w wagach, zarówno tych używanych w domu, w przemyśle, jak i precyzyjnych wagach laboratoryjnych, siłomierzach, generatorach napięcia elektrycznego, transformatorach, miniaturowych i bardzo czułych mikrofonach, montowanych również w naszych smartfonach, a także w czujnikach naprężeń, przyspieszeń i oczywiście w zapalniczkach, zapalarkach oraz zapalnikach, stosowanych przez pirotechników.

Zjawisko piezoelektryczne było też często wykorzystywane we wkładkach gramofonowych. Takie, powszechnie używane kilkadziesiąt lat temu gramofony, umożliwiały odtwarzanie dźwięków zapisanych na płytach winylowych, a obecnie znów są przedmiotem zainteresowania melomanów.

Z kolei najważniejsze zastosowania odwrotnego zjawiska piezoelektrycznego to przede wszystkim różnego rodzaju konwertery (przetworniki) sygnałów elektrycznych na odkształcenia, które mogą być źródłem dźwięków. Przykładami takich przetworników są: generatory ultradźwięków m.in.: w ultrasonografach medycznych, defektoskopach przemysłowych, sonarach, wykrywaczach ruchu, odstraszaczach zwierząt, myjkach ultradźwiękowych, wykrywaczach przeszkód w tym w czujnikach cofania, urządzeniach do obróbki twardych materiałów, a także głośniki, słuchawki i brzęczyki.

Liczną grupę zastosowań stanowią rezonatory kwarcowe, których od lat używa się do stabilizacji drgań w radiostacjach i radiotelefonach. Takie rezonatory mamy też w używanych na co dzień zegarkach elektronicznych, komputerach, laptopach i tabletach. Wymieniając baterię w zegarku łatwo zauważyć mały, metalowy cylinderek z dwoma wyprowadzeniami, to właśnie jest obudowa rezonatora kwarcowego.

Odwrotne zjawisko piezoelektryczne wykorzystuje się również w aktuatorach (mechanizmach wykonawczych) umożliwiających precyzyjną zmianę położenia. Przykładem jest STM (ang. Scanning Tunneling Microscope) skaningowy mikroskop tunelowy, gdzie sterowany elektrycznie układ beleczek krzemowych przesuwa koniec igły wolframowej nad powierzchnią próbki z nanometrową dokładnością.

W technice laboratoryjnej stosowane są też piezoelektryczne mikropompy i mikrosilniki, a w niektórych samochodach układy zasilania paliwem z zaworami i wtryskiwaczami piezoelektrycznymi. Ciekawą, obiecującą i szybko rozwijaną dziedziną są obecnie MEMS-y i NEMS-y, (ang. Micro- Electro- Mechanical Systems i Nano- Electro- Mechanical Systems), czyli systemy mikro- i nanoelektromechaniczne, w których pracują zintegrowane elementy elektryczne i mechaniczne o bardzo małych rozmiarach, m.in. wykonane z krzemu beleczki piezoelektryczne [6].

Stanisław Bednarek
Wydział Fizyki i Informatyki Stosowanej UŁ

LITERATURA

[1] S. Szczenioweki, Fizyka doświadczalna, cz. III, Elektryczność i magnetyzm, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa (1972).
[2] B. Hilczer, J. Małecki, Elektrety i piezopolimery, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa (1992).
[3] W. Mizerski (red.), Tablice fizyczno-astronomiczne, Wydawnictwo Adamantan, Warszawa (2013).
[4] Oleś, Metody doświadczalne fizyki ciała stałego, Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, Warszawa (1998).
[5] A. Hrynkiewicz, E. Rokita (red.), Fizyczne metody diagnostyki medycznej i terapii, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa (2013).
[6] M. Moczała, A. Sierakowski, P. Janus, P. Grabiec, W. Leśkiewicz, T. Gosztalak, Postępy nanometrologii układów MEMS/NEMS, „Mechanik", nr. 1 (2016), DOI: 10.17814/mechanik.2016.11.459.

eprasa.pl 02e46da152



Efekt Mojżesza i bąbelki w polu magnetycznym

Nazwy niektórych zjawisk i praw fizyki mają związek z wydarzeniami, które zaistniały w czasach starożytnych lub z żyjącymi wtedy uczonymi. Jedynym z takich interesujących i prawie zupełnie nieznanych zjawisk jest efekt Mojżesza.

Stanisław Bednarek

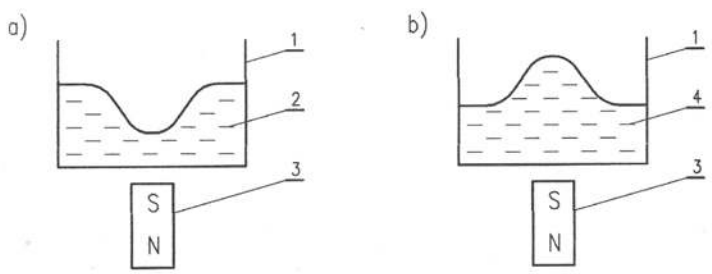
W burzliwej i dramatycznej historii Izraela często zachodziły niezwykłe zdarzenia. Jedno z nich miało miejsce podczas ucieczki z niewoli w Egipcie, gdy Izraelici pokonywali przeszkodę wodną, którą było Morze Czerwone. To zdarzenie zostało opisane w „Księdze Wyjścia", zaliczanej do ksiąg „Starego Testamentu", w następujący sposób: „[21] Mojżesz wyciągnął rękę nad morze, a Pan cofnął wody gwałtownym wiatrem wschodnim, który wiał przez całą noc i uczynił morze suchą ziemią. Wody się rozstąpiły, [22] a Izraelici szli przez środek morza po suchej ziemi, mając mur z wód po prawej i po lewej stronie" [1].

Czy jest to opis zdarzenia, które zaistniało w rzeczywistości, czy tylko w umyśle „natchnionego autora"? Czy uwzględniając warunki geofizyczne, takie zjawisko mogłoby nastąpić i jakie byłyby jego rozmiary? Czy ten opis należy traktować dosłownie i jaki jest jego sens? To na pewno interesujące pytania, ale nad odpowiedziami na nie niech pracują teologowie, egzegeci, czyli fachowcy od objaśniania Pisma Świętego i specjaliści od fizyki morza. Faktem jest, że ciecze oddziałują z polem elektrycznym i magnetycznym, a ich powierzchnia swobodna ulega z tego powodu odkształceniu i tworzy zagłębienie albo wzniesienie [2]. To zjawisko nazywa się efektem Mojżesza i będzie tematem niniejszego artykułu [3, 4].

Kształt powierzchni swobodnej cieczy

Pod względem właściwości magnetycznych ciecze dzielą się na diamagnetyki i paramagnetyki [5]. Analiza przyczyn mikroskopowych tych właściwości, znanych z łatwo dostępnych podręczników szkolnych, zostanie tutaj pominięta. Najbardziej charakterystycznym przejawem makroskopowym tych właściwości jest różnica w oddziaływaniu obu rodzajów cieczy z niejednorodnym polem magnetycznym. Diamagnetyki są wypychane z obszaru silniejszego pola, natomiast paramagnetyki są w ten obszar wciągane [6]. Z tego powodu, po zbliżeniu silnego magnesu do cieczy diamagnetycznych tworzy się zagłębienie w ich powierzchni swobodnej, a po zbliżeniu takiego magnesu do cieczy paramagnetycznych na ich powierzchni pojawia się wzniesienie. Tę sytuację przedstawia rys. 1.

W przypadku utworzenia zagłębienia mówi się o prostym efekcie Mojżesza, a w przodku wzniesienia o efekcie odwrotnym. Najczęściej używanymi parametrami, charakteryzującymi ilościowo właściwości magnetyczne ciał jest przenikalność magnetyczna względna μ_r, albo podatność magnetyczna χ. Między tymi wielkościami zachodzi zależność $\chi = \mu_r - 1$. Niestety, wartości χ dla obu rodzajów cieczy są bardzo małe. Dla cieczy diamagnetycznych te wartości są rzędu -10^{-8}, a dla paramagnetycznych rzędu 10^{-7}, przy czym dla cieczy diamagnetycznych są one ujemne. To właśnie utrudnia obserwację oddziaływania cieczy z niejednorodnym polem magnetycznym w warunkach szkolnej pracowni fizycznej lub w domu. Żeby pokonać tę trudność



Rys. 1. Schematyczne przedstawienie efektu Mojżesza: a) efekt prosty, b) efekt odwrotny; 1 – otwarte przezroczyste naczynie, 2 – ciecz diamagnetyczna, 3 – magnes neodymowy, 4 – ciecz paramagnetyczna.

eprasa.pl 02e46da152

trzeba stosować silne pola magnetyczne, np. wytwarzane przez magnesy neodymowe, albo budować specjalne układy, np. z użyciem wiązki światła laserowego, do wykrywania małych zmian kształtu powierzchni swobodnej cieczy.

Przedmiotem rozważań będzie teraz kształt powierzchni swobodnej cieczy diamagnetycznej, umieszczonej w niejednorodnym polu magnetycznym (rys. 2). Ponieważ ciecze nie mają własnego kształtu, to warunkiem pozostawania ich równowadze jest prostopadłość wypadkowego elementu różniczkowego siły dQ, działającego na ciecz w dowolnym punkcie, do jej powierzchni swobodnej. W rozpatrywanym przypadku wybrano punkt A, natomiast siła dQ jest wypadkową pionowo skierowanego elementu różniczkowego siły ciężkości dW i poziomo skierowanego elementu różniczkowego siły odpychania magnetycznego dF. Użycie tzw. „elementów różniczkowych", czyli nieskończenie małych sił, działających na element różniczkowy objętości cieczy dV, umożliwi łatwe wyprowadzenie równania, opisującego kształt powierzchni swobodnej cieczy h(r). Wartości obu elementów sił wyrażają się wzorami

$$dW = \rho g dV \tag{1}$$

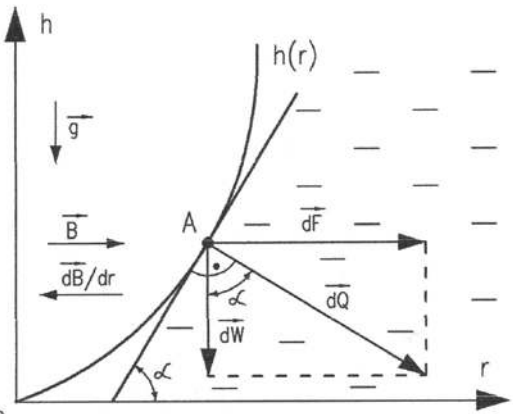
$$dF = -\mu_0(\mu_r - 1)B\frac{dB}{dr}dV \tag{2}$$

w których ρ oznacza gęstość cieczy, g – przyspieszenie ziemskie, g = 9,81 m/s^2, zaś μ_0 przenikalność magnetyczną próżni, μ_0 = 12,56×10^{-7} H/m. Wzór (2) na element różniczkowy siły magnetycznej jest znany z literatury [7]. Znak minus we wzorze (2) oznacza, że siła dF jest zwrócona w stronę malejących wartości indukcji pola magnetycznego B, czyli przeciwnie do zwrotu gradientu dB/dr. Ponadto stosunek wartości obu sił spełnia warunek

$$tg\alpha = \frac{dF}{dW} \tag{3}$$

Tangens kąta α można również wyrazić znanym z podstaw rachunku różniczkowego wzorem

$$tg\alpha = \frac{dh}{dr} \tag{4}$$



*Rys. 2. Siły działające w punkcie A na ciecz diamagnetyczną, umieszczoną w polu siły ciężkości i w niejednorodnym polu magnetycznym; **g** – przyspieszenie ziemskie, **B** – indukcja pola magnetycznego, d**B**/dr – składowa radialna gradientu indukcji pola magnetycznego, d**F**, d**W**, d**Q** – elementy różniczkowe odpowiednio: siły odpychania magnetycznego, siły ciężkości i siły wypadkowej, r – odległość od osi naczynia, h – wysokość słupa cieczy, α – kąt nachylenia stycznej do krzywej h(r), opisującej kształt powierzchni swobodnej cieczy.*

Po podstawieniu wzorów (1), (2) do równania (3) i porównaniu stronami równań (3) i (4), otrzymuje się równanie

$$\frac{dh}{dr} = -\frac{\mu_0(\mu_r - 1)B\frac{dB}{dr}dV}{\rho g dV} \tag{5}$$

które po uproszczeniu przyjmuje postać

$$dh = -\frac{\mu_0(\mu_r - 1)BdB}{\rho g} \tag{6}$$

Scałkowanie obu stron równania (6) przy użyciu elementarnych wzorów daje wynik

$$h(r) = -\frac{\mu_0(\mu_r - 1)B^2}{2\rho g} + C \tag{7}$$

Równanie (7) opisuje parabolę, natomiast C jest stałą całkowania. Ponieważ środek układu współrzędnych został tak przyjęty, że pokrywa się z wierzchołkiem tej paraboli, to C = 0. Ostatecznie więc otrzymuje się równanie powierzchni swobodnej cieczy w postaci

$$h(r) = -\frac{\mu_0(\mu_r - 1)B^2}{2\rho g} \tag{8}$$

Wiadomo, że dla cieczy diamagnetycznych $\mu_r < 1$, to (μ_r – 1) < 0 i dlatego ramiona paraboli są skierowane ku górze, czyli taka parabola odpowiada zagłębieniu w powierzchni swobodnej cieczy, natomiast dla cieczy paramagnetycznych $\mu_r > 1$ i zachodzi sytuacja odwrotna. Otrzymany wzór jest identyczny, ze wzorem podanym na angielskojęzycznej stronie Wikipedii nt. efektu Mojżesza [4]. Polskojęzycznej wersji strony na ten temat nie udało się znaleźć w Wikipedii. Prawdopodobnie jeszcze jej nie opracowano. Trzeba jednak dodać, że wzór (8) odnosi się bardzo uproszczonego przypadku rozkładu przestrzennego pola magnetycznego, w którym indukcja pola i jego gradient mają ten sam kierunek poziomy.

W ogólniejszym przypadku na ciecz działa również siła magnetyczna skierowana pionowo i wtedy zamiast prostego równania (6) otrzymuje się skomplikowane równanie różniczkowe, które można rozwiązać tylko metodami numerycznymi. Choć warto o tym wspomnieć uczniom, to z oczywistych względów ten ogólniejszy przypadek nie będzie tutaj rozpatrywany.

Ciecze również oddziałują z polem elektrycznym i dlatego efekt Mojżesza pojawia się również po umieszczeniu cieczy w niejednorodnym polu elektrycznym. Niech ciecz zostanie umieszczona w niejednorodnym polu elektrycznym, którego wartość natężenia wynosi E, ma kierunek poziomy i taki sam kierunek ma jego gradient dE/dr. Wtedy łatwo jest podać przez analogię równanie dla powierzchni swobodnej cieczy dla tego przypadku. Takie równanie ma postać

$$h(r) = -\frac{\varepsilon_0(\varepsilon_r - 1)E^2}{2\rho g} \tag{9}$$

przy czym ε_0, ε_r oznaczają odpowiednio przenikalność dielektryczną próżni, ε_0 = 8,85×10^{-12} F/m i względną przenikalność dielektryczną cieczy.

eprasa.pl 02e46da152

W przypadku wszystkich cieczy $\varepsilon_r > 1$ i dlatego ramiona parabol opisanych wzorem (9) są skierowane w dół, czyli takie parabole zawsze odpowiadają wzniesieniu powierzchni swobodnej cieczy. Ponadto, wartości względnej przenikalności dielektrycznej cieczy ε_r są liczbowo znacznie większe niż wartości ich względnej przenikalności magnetycznej μ_r. Typowe wartości ε_r wynoszą od kilka, a dla wody, która jest dielektrykiem polarnym ta wartość wynosi ok. 79 w temp. 25°C.

W niektórych tablicach fizycznych, zamiast wartości μ_r lub χ są podawane podatności magnetyczne właściwe χ_w, zdefiniowane, jako stosunek χ/ρ i wyrażane w jednostkach m^3/kg lub cm^3/g, co nieco upraszcza obliczenia h(r) na podstawie wzoru (8) [5]. Należy też dodać, że zarówno w przypadku pola magnetycznego jak i pola elektrycznego, wytworzenie zagłębienia, albo wzniesienia na powierzchni cieczy nie zależy od zwrotu i wektora B, albo E, tylko od tego, czy względne przenikalności cieczy μ_r, lub ε_r są większe, czy mniejsze od 1, a ponadto wielkość tego odkształcenia powierzchni szybko rośnie, wraz ze wzrostem wartości B, albo E.

Możliwości obserwacji efektu Mojżesza

Jak wspomniano wcześniej, wartości podatności magnetycznej cieczy są małe i zamiany wysokości poziomu cieczy h(r) w polu magnetycznym lub elektrycznym zależą od kwadratu natężeń tych pól. Te dwa czynniki są przyczyną trudności podczas obserwacji efektu Mojżesza. Do uzyskania dobrze widocznego efektu należałoby zastosować pola o dużych natężeniach i odpowiednio dobrane ciecze. W warunkach szkolnych lub domowych, dobór cieczy jest ograniczony, ponieważ z doświadczeń należy wykluczyć ciecze żrące, np. kwas siarkowy lub toksyczne węglowodory, jak np. N-metyloformamid, mające duże wartości μ_r oraz ε_r. W wyniku tych ograniczeń do doświadczeń pozostają praktycznie dwie ciecze – woda i alkohol etylowy.

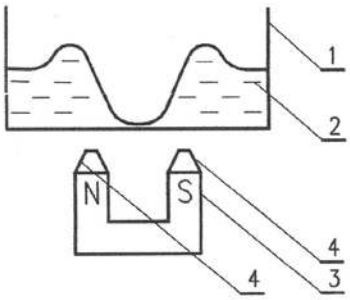
Natężenia pól, które można wytworzyć też są ograniczone do pól magnetycznych, wytwarzanych przez magnesy neodymowe i pól elektrycznych, uzyskanych podczas elektryzowania ciał przez pocieranie, albo za pomocą maszyny elektrostatycznej i generatora Van de Graffa. Pojedyncze magnesy neodymowe o rozmiarach 2-3 cm wytwarzają w odległości ok. 1 cm od ich powierzchni pole o indukcji ok. B = 0,3 T, co odpowiada natężeniu H = 240 000 A/m, natomiast maksymalne natężenia pól elektrostatycznych, wytwarzane przez wspomniane przyrządy wynoszą E = 50 000 V/m.

Dla uzyskania wyraźnego efektu Mojżesza ważne są nie tylko duże wartości natężeń, ale również ich gradienty, czyli pola powinny być, jak najbardziej niejednorodne. Gradient pola występuje bowiem we wzorze (2) i chociaż w wyprowadzonym wzorze (8) nie jest widoczny w postaci jawnej, to wartość B powinna zależeć od r, żeby w dwóch punktach o różnych odległościach od osi otrzymać różne wysokości h.

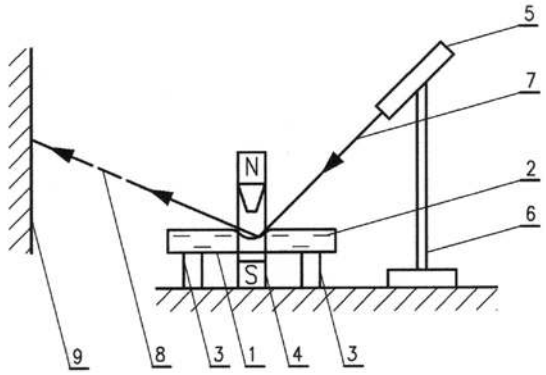
Średnie wartości gradientów można łatwo obliczyć mierząc natężenia pola w dwóch punktach, znajdujących się w znanej odległości od siebie, np. 5 mm i dzieląc różnicę wartości otrzymanych natężeń przez odległość między tymi punktami. W celu zwiększenia gradientu pola magnetycznego stosuje się nakładki na bieguny, tzw. nabiegunniki, o specjalnych kształtach – graniastosłupów o przekroju trapezowym, ściętych ostrosłupów lub ściętych stożków.

Wartość natężenia pola magnetycznego zwiększy się, jeżeli zamiast pojedynczego magnesu będzie zastosowany układ magnesów tworzący kształt litery C i ciecz zostanie umieszczona w przewie między końcami ramionami tego układu, zaopatrzonymi w nabiegunniki. Z kolei, żeby zwiększyć gradient pola elektrycznego używa się elektrod zakończonych ostrzami. W tabl. 1 zostały zebrane różnice wysokości poziomów wody i alkoholu etylowego Δh, obliczone na podstawie wzorów (8) i (9) dla rozpatrywanych wcześniej i możliwych do uzyskania parametrów pola magnetycznego i elektrycznego oraz parametrów charakteryzujących właściwości tych cieczy [5]. Różnice Δh obliczono jako zmianę wysokości w polach o podanej wartości natężenia w stosunku do poziomu cieczy w dużej odległości od miejsca przyłożenia pola, gdzie H = 0, E =0 i Δh = 0, a powierzchnia cieczy jest pozioma.

Mimo, że otrzymane różnice wysokości wynoszą od kilu dziesiątych mm do kilku mm, to przy dołożeniu należytej staranności, m.in. zabezpieczeniem przed wstrząsami i zastosowaniu odpowiednich sposobów można te różnice zauważyć. Jeden z tych sposobów, polegający na obserwacji kształtu powierzchni cieczy w dużym powiększeniu za pomocą odpowiednio przystosowanego do tego celu mikroskopu, może okazać się zbyt trudny do realizacji w szkole.



Rys. 3. Sposób wytworzenia prostego efektu Mojżesza w cieczy paramagnetycznej; 1 – otwarte przezroczyste naczynie, 2 – ciecz paramagnetyczna, 3 – magnes neodymowy, 4 – nabiegunnik.



Rys. 4. Schemat układu do obserwacji efektu Mojżesza za pomocą wiązki światła laserowego; 1 – otwarte przezroczyste naczynie z poczernionym dnem, 2 – ciecz diamagnetyczna, 3 – wspornik, 4 – magnes neodymowy z nabiegunnikiem, 5 – wskaźnik laserowy, 6 – statyw, 7, 8 – wiązka światła odpowiednio: padająca i odbita, 9 – ekran.

eprasa.pl 02e46da152

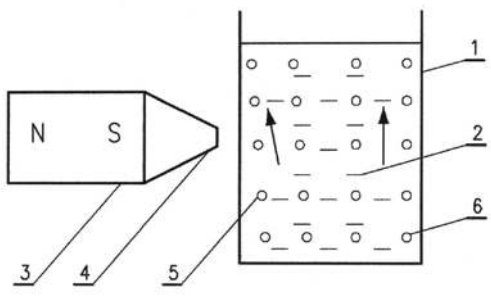
Tablica 1. Zestawienie zmian wysokości powierzchni Δh wody i alkoholu etylowego w polu magnetycznym i elektrycznym.

Parametry cieczy (w temp. 25°C) [5]		Natężenie pola	
		elektrycznego H = 250 000 A/m	magnetycznego E = 50 000 V/m
woda	$\rho = 998$ kg/m^3 $\chi_w = -0{,}905$ m^3/kg $\varepsilon_r = 78{,}9$	$\Delta h = -3{,}62$ mm	$\Delta h = 0{,}86$ mm
alkohol etylowy	$\rho = 7658$ kg/m^3 $\chi_w = -0{,}917$ m^3/kg $\varepsilon_r = 24{,}6$	$\Delta h = -3{,}67$ mm	$\Delta h = 0{,}34$ mm

Drugi sposób, to wykorzystanie odbicia wiązki światła ze wskaźnika laserowego, od powierzchni cieczy zakrzywionej przez pole magnetyczne lub elektryczne. Służący do tego celu układ jest pokazany na rys. 4. Wiązka światła po odbiciu pada na ekran lub ścianę umieszczoną w odległości kilku metrów od punktu odbicia. Dzięki temu, niewielka zmiana kąta odbicia spowodowana zakrzywieniem powierzchni cieczy, zostaje uwidoczniona w postaci przesunięcia plamki świetlne na ekranie o kilka centymetrów i zmiany jej kształtu. Żeby usnąć plamkę spowodowaną odbiciem wiązki od dna naczynia należy zastosować naczynie o czarnym dnie. W tym celu do dna naczynia można przykleić kawałek czarnej, matowej folii przy użyciu wodoodpornego kleju.

Zamiast obserwacji zakrzywienia powierzchni swobodnej cieczy, do obserwacji oddziaływania pola magnetycznego na płyny można wykorzystać oddziaływanie tego pola na unoszące się w wodzie pęcherzyki tlenu lub dwutlenku węgla. Bardzo prosty układ służący do tego celu przedstawia rys. 5. Zastosowano w nim wodę utlenioną, która stanowi nietrwały związek chemiczny i po lekkim ogrzaniu wydzielają się z niej pęcherzyki tlenu. Tlen jest pierwiastkiem, który wykazuje silne właściwości paramagnetyczne, szczególnie stanie ciekłym, ale jako gaz też nadaje się do tego rodzaju doświadczenia. Woda utleniona można być zastąpiona lekko gazowaną wodą mineralną i wtedy obserwowany będzie ruch pęcherzyków dwutlenku węgla.

W rozpatrywanych przypadkach zagłębienie lub wzniesienie powierzchni cieczy miało kształt okrągły. Nic jednak nie stoi na przeszkodzie, żeby wytworzyć takie odkształcenie w formie podłużnego kanału. W tym celu, zamiast magnesu w kształcie walcowym, należy użyć magnesu sztabkowego, namagnesowanego w kierunku pionowym. Taki magnes powinien mieć nałożony od góry nabiegunnik w postaci stalowej listwy, mającej pionowy przekrój poprzeczny w kształcie trapezu, który zwiększy gradient pola magnetycznego. Przy niewielkiej wysokości słupka cieczy w naczyniu i dostatecznie dużych wartościach parametrów pola magnetycznego może się udać uzyskać głębokość kanału sięgającego dna naczynia.



Rys. 5. Schemat układu do obserwacji ruchu bąbelków tlenu, wypływających ku górze z wody utlenionej, umieszczonej w niejednorodnym polu magnetycznym, skierowanym poziomo; 1 – otwarte, przezroczyste naczynie, 2 – lekko podgrzewana woda utleniona, 3 – magnes neodymowy, 4 – nabiegunnik, 5, 6 – pęcherzyki tlenu odpowiednio: odchylone i nie odchylone przez niejednorodne pole magnetyczne.

Efekt Mojżesza można też wytworzyć nie tylko przy użyciu pola niejednorodnych pól magnetycznego albo elektrycznego. Taki efekt pojawi się również po skierowaniu prostopadle na powierzchnię cieczy impulsu z światła z lasera o dużej mocy, wynoszącej ok. 5×10^6 W. Ponieważ promieniowanie padając na powierzchnię wywiera ciśnienie, to spowoduje ono zrównoważenie ciśnienia hydrostatycznego cieczy i odsłonięcie dna naczynia przy wysokości słupka cieczy ok. 3 mm. Oczywiście, lasery o takich mocach są używane tylko w specjalistycznych laboratoriach. Dla porównania, popularne wskaźniki laserowe mają moc kilka mW.

Inny sposób uzyskania efektu Mojżesza, dostępny w szkolnej pracowni fizycznej, to wytworzenie fali stojącej w płytkiej warstwie cieczy, umieszczonej w prostokątnym, otwartym naczyniu. Falę stojącą wytwarza się przez uderzanie z odpowiednio dobraną częstotliwością prostoliniowym kawałkiem listewki, ustawionym poziomo w kierunku prostopadłym do powierzchni cieczy i równoległym do ścianek naczynia.

Listewkę można wprawić w drgania za pomocą wibratora elektromagnetycznego, wykonanego z głośnika i zasilanego z generatora o regulowanej częstotliwości. W miejscach strzałek takiej fali, gdzie amplituda drgań jest największa, ciecz zostanie rozsunięta na boki. Jest sytuacja analogiczna, jak w przypadku wytwarzania fali stojącej na poziomej płycie, posypanej drobnymi ziarnkami piasku. Wtedy obserwuje się miejsca pozbawione pisaku i miejsca jego zagęszczenia, nazywane figurami Chladniego [6].

Jeszcze inny sposób uzyskania efektu Mojżesza to skierowanie prostopadle na powierzchnię cieczy strumienia powierza, wydmuchiwanego np. ze słomki do picia napojów. Jest to sposób najprostszy i najbardziej zbliżony do pierwowzoru, bo jak w Księdze Wyjścia napisano „Pan cofnął wody gwałtownym wiatrem".

Stanisław Bednarek

LITERATURA

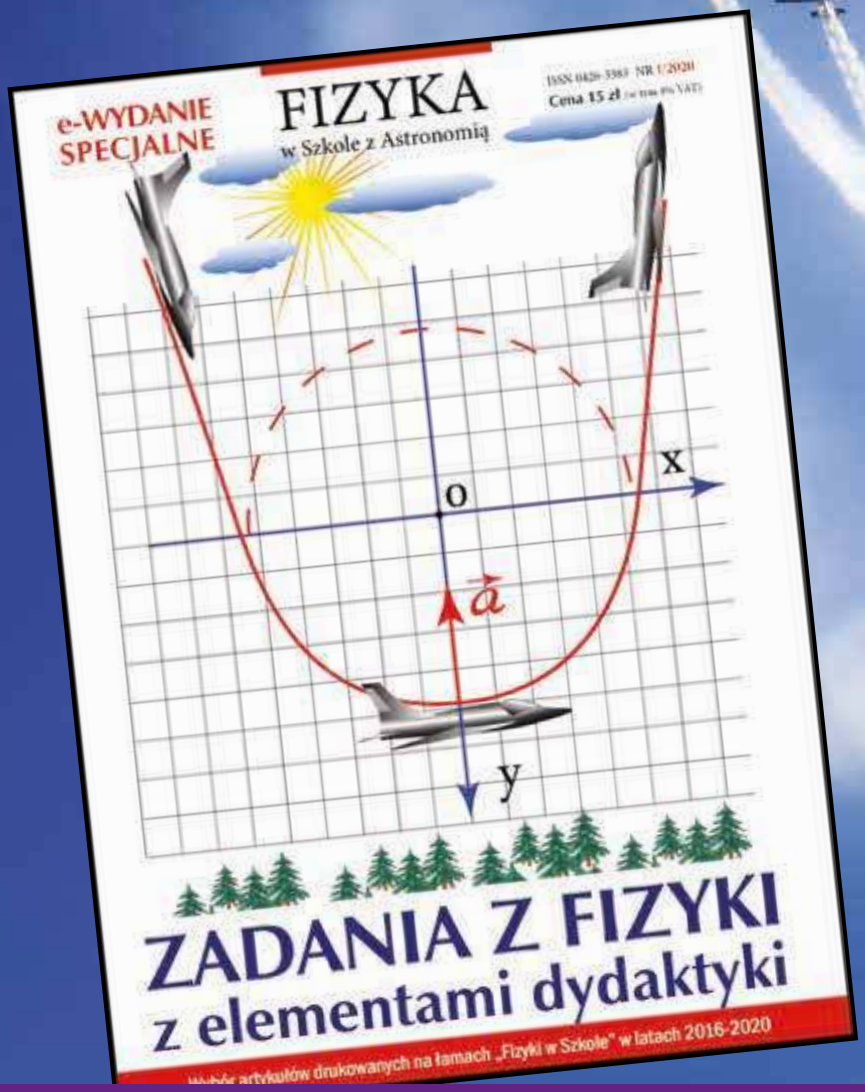
[1] Pismo Święte Starego i Nowego Testamentu, Biblia Tysiąclecia, Wydawnictwo Pallottinium, Poznań (2003), s. 82, (Księga Wyjścia, Rozdział 14, 21-22).
[2] S. Szczeniowski, Fizyka doświadczalna, cz. III, Elektryczność i magnetyzm, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa (1969), s. 191.
[3] E. Bormashenko, Moses effect: physics and application, „Advances in Colloid and Interface Science", no. 269, p. 1-6, (2019).
[4] https://en.wikipedia.org/wiki/ Moses_effect, [dostęp:20.02 2022].
[5] W. Mizerski, Tablice fizyczno-astronomiczne, Wydawnictwo Adamantan, Warszawa (2013), s.187.
[6] S. Szczeniowski, Fizyka doświadczalna, cz. I, Mechanika i akustyka, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa (1972), s. 438.
[7] H. Rawa, Elektryczność i magnetyzm w technice, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa (1994), s. 396.

eprasa.pl 02e46da152

90 zadań, 20 przykładów i 10 problemów

(z omówieniem niektórych rozwiązań)

- ✔ **Dlaczego fizyka**
  jest trudna dla nauczyciela?
- ✔ **Światowe trendy**
  w dydaktyce fizyki
- ✔ **Które zadania**
  są dla ucznia interesujące?
- ✔ **Czynniki wpływające**
  na zapamiętywanie wiedzy



Wydanie specjalne w wersji elektronicznej (PDF)

Ceny 15 zł!

Szczegóły i formularz zamówienia na www.aspress.com.pl/wydania-specjalne/

eprasa.pl 02e46da152



Gigantyczny efekt Mojżesza w ferrofluidach

Osiągnięcia nowoczesnych technologii prowadzą do pojawienia się materiałów o niezwykłych lub nieznanych dotychczas właściwościach. Dzięki temu przy użyciu łatwo dostępnych środków można wykrywać i badać zjawiska trudne do zarejestrowania w materiałach spotykanych w przyrodzie.

Stanisław Bednarek

Zmiany niektórych wielkości w interesujących zjawiskach fizycznych jest trudno zmierzyć, nawet przy użyciu profesjonalnych przyrządów. Ma to miejsce w przypadku magnetostrykcji, czyli zmiany wymiarów ciała m.in. w wyniku jego namagnesowania lub magnetooporu, polegającego na zamianie oporu elektrycznego w polu magnetycznym. Rozwój technologii pozwala jednak wytworzyć materiały, w których takie zamiany okazują się bardzo duże i przez to zjawiska w tych materiałach nazwano gigantycznymi lub kolosalnymi.

Dla przykładu, w układzie cienkich warstw, złożonych z materiałów ferromagnetycznych i niemagnetycznych, pojawia się gigantyczny i kolosalny magnetoopór [1, 2]. Za odkrycie tego zjawiska Albert Fert i Peter Grynberg otrzymali w 2007 r. Nagrodę Nobla z fizyki.

Z kolei w stopach dysprozu, terbu i żelaza wykryto gigantyczną magnetostrykcję [3, 4]. Interesujący, ale bardzo niewielki efekt Mojżesza, polegający na zmianie kształtu powierzchni swobodnej cieczy w niejednorodnym polu magnetycznym, staje się kilka tysięcy razy większy w specjalnym rodzaju zawiesin [5]. Tymi zawiesinami są ferrofluidy, które stały się łatwo dostępne, m.in. w sprzedaży internetowej [6]. Dlatego efektowi Mojżesza w tych zawiesinach poświecono trochę uwagi w niniejszym artykule.

Efekt Mojżesza i ferrofluidy

W celu wprowadzenia do tematu zostanie podana tutaj tylko najbardziej podstawowa informacja na temat efektu Mojżesza. Jeżeli ciecz ma właściwości diamagnetyczne, czyli jej względna przenikalność magnetyczna $\mu_r < 1$, wtedy ta ciecz jest wypychana z obszaru, wypełnionego przez silniejsze pole magnetyczne [3]. To powoduje, że poziom cieczy w obszarze silniejszego pola magnetycznego się obniża i jej powierzchnia swobodna jest wklęsła. Ten wariant zjawiska jest nazywany prostym efektem Mojżesza.

Dla cieczy paramagnetycznej $\mu_r > 1$ i zachodzi jej wciąganie do obszaru silniejszego pola magnetycznego. Skutkiem tego powierzchnia swobodna cieczy ma kształt wypukły i ten wariant zjawiska jest nazywany odwrotnym efektem Mojżesza. W polu elektrycznym pojawia się tylko odwrotny efekt Mojżesza, ponieważ względne przenikalności elektryczne cieczy $\varepsilon_r > 1$. Więcej informacji dotyczących tego efektu, pochodzenia jego nazwy i zastosowań zawierają liczne publikacje i Wikipedia [7-9].

Ferrofluidy są stabilnymi zawiesinami cząstek materiału magnetycznego o bardzo małych rozmiarach w cieczach, np. w oleju albo w wodzie, które są nazywane cieczami

dyspersyjnymi [10, 11]. Ponieważ rozmiary cząstek wynoszą 10^{-9}-10^{-8} m, to te cząstki są nazywane nanocząstkami. Materiałami używanymi do wytworzenia nanocząstek są najczęściej magnetyt lub hematyt.

Mimo, że gęstość materiału nanocząstek jest większa, niż gęstość cieczy dyspersyjnej, to nanocząstki nie opadają na dno naczynia pod działaniem ich ciężaru. Dzieje się tak dlatego, że nanocząstki wykonują ruchy Browna i na skutek tego znajdują się w całej objętości cieczy dyspersyjnej. Niestety, nanocząstki mają tendencję do łączenia się ze sobą i tworzenia aglomeratów o większych rozmiarach, które opadają na dno naczynia. Żeby zapobiec temu niekorzystnemu zjawisku, nanocząstki są pokryte warstwą substancji powierzchniowo czynnej, np. kwasu oleinowego, która uniemożliwia nadmierne zbliżenie się i łączenie cząstek.

Suma objętości nanocząstek zwieszonych w cieczy dyspersyjnej jest zwykle w granicach 5-15% objętości ferrofluidu. Objętość substancji powierzchniowo czynnej wynosi ok. 10%. Pozostała część objętości ferrofluidu jest wypełniona przez ciecz dyspersyjną. Dzięki temu ferrofluidy nie umieszczone w polu magnetycznym mają właściwości podobne do zwykłych cieczy.

Większość cząstek o podanych rozmiarach zawiera tylko jedną domenę magnetyczną. Dlatego podczas magnesowania ferrofluidów nie pojawia się histereza, chociaż ich krzywa namagnesowania może być nieliniowa [11]. Takie cząstki nazywane są superparamagnetycznymi. Względna przenikalność magnetyczna ferrofluidów μ_r jest znacznie większa niż przenikalność substancji paramagnetycznych i zwykle ma wartość od kilku do kilkunastu. Udało się też wytworzyć ferrofluidy o μ_r = 120-150 w temperaturze 200 K i rekordowej wartości $\mu_r \approx 200$ w temperaturze ciekłego azotu [10]. Dzięki temu ferrofluidy wykazują łatwo zauważalne oddziaływanie z polem magnetycznym, nawet o niewielkim natężeniu. Jest to jedna z istotnych cech, różniących ferrofluidy od cieczy dia- i paramagnetycznych.

Pole magnetyczne powoduje wzrost lepkości ferrofluidów i przez to uzyskanie właściwości cieczy reologicznych. Współczynnik lepkości takich cieczy nie jest stały, ale zależy od szybkości wywierania ciśnienia i innych czynników. Umożliwia to m.in. kierowanie ruchem ferrofluidów i otrzymanie niezerowego modułu sztywności, charakterystycznego dla ciał stałych. Jeżeli natężenie pola magnetycznego jest większe od krytycznego, to w ferrofluidach pojawiają niestabilności. Wtedy wewnątrz ferrofluidu cząstki łączą się w długie włókna i grupują w kolumny. To przejawia się utworzeniem na powierzchni swobodnej ferrofluidu, charakterystycznych wypustek, podobnych do kolców lub igieł.

Dzięki unikalnemu połączeniu właściwości ciekłych, magnetycznych i reologicznych oraz łatwym sterowaniu tymi właściwościami przez pole magnetyczne ferrofluidy znalazły liczne zastosowania. Zakres zastosowań jest bardzo szeroki i zawiera m.in. kontrolę dozowania leków podczas chemioterapii nowotworów, tłumiki drgań, czujniki, filtry i przetworniki sterowane polem magnetycznym. Również efekt Mojżesza jest interesującym zjawiskiem nie tylko w powodów poznawczych, ale również ze względu na szerokie zastosowanie w zaawansowanych technologiach, umożliwiające np. poprawę działania układów elektronicznych, a nawet tworzenie innowacyjnych aranżacji artystycznych [12-14].

Budowa układu eksperymentalnego

O wyborze ferrofluidu do doświadczeń zdecydowała wspomniana wcześniej duża wartość przenikalności magnetycznej w porównaniu z innymi cieczami. Najczęściej podawany literaturze wzór na zmianę wysokości poziomu cieczy w wyniku efektu Mojżesza ma postać [7, 9]

$$h(r) = \frac{\mu_0(\mu_r - 1)H^2(r)}{2\rho g} \qquad (1).$$

Znaczenie symboli we wzorze (1) jest następujące: H – natężenie pola magnetycznego ρ – gęstość cieczy, r – odległość od osi źródła pola, μ_r – względna przenikalność magnetyczna cieczy, g – przyspieszenie ziemskie, $\mu_0 = 4\pi\times10^{-7}$ (Vs)/(Am) i oznacza przenikalność magnetyczną próżni.

Wzór (1) został wyprowadzony przy następujących założeniach upraszczających. Pierwsze założenie polega na tym, że rozkład przestrzenny pola magnetycznego ma tzw. symetrię cylindryczną i jego oś jest skierowana pionowo. Symbol r oznacza odległość od tej osi mierzoną w kierunku radialnym. Drugie założenie polega na tym, że siła magnetyczna działa na ciecz tylko w kierunku radialnym. Kierunek działania siły magnetycznej jest wyznaczony przez kierunek gradientu pola, czyli wielkości wektorowej, obliczanej jako pochodna jego natężenia względem przyjętych współrzędnych. Dlatego gradient przy tym założeniu musi mieć tylko jedną składową skierowaną radialnie, której wartość zależy od zmiennej r. Oprócz tego na ciecz działa jej ciężar, skierowany pionowo. W stanie równowagi powierzchnia swobodna cieczy w każdym punkcie jest prostopadła do wypadkowej siły magnetycznej i ciężaru.

Jako źródło pola magnetycznego zastosowano odcinek prostoliniowego przewodnika skierowanego pionowo, w którym płynął prąd elektryczny. Jeżeli taki przewodnik jest odpowiednio długi, to z dobrym przybliżeniem w otoczeniu środkowej części wytwarza pole magnetyczne, spełniające założenia przyjęte do wyprowadzenia wzoru (1). Stosując to przybliżenie tzw. nieskończenie długiego przewodnika, natężenie pola magnetycznego można wyrazić znanym z podręczników szkolnych wzorem

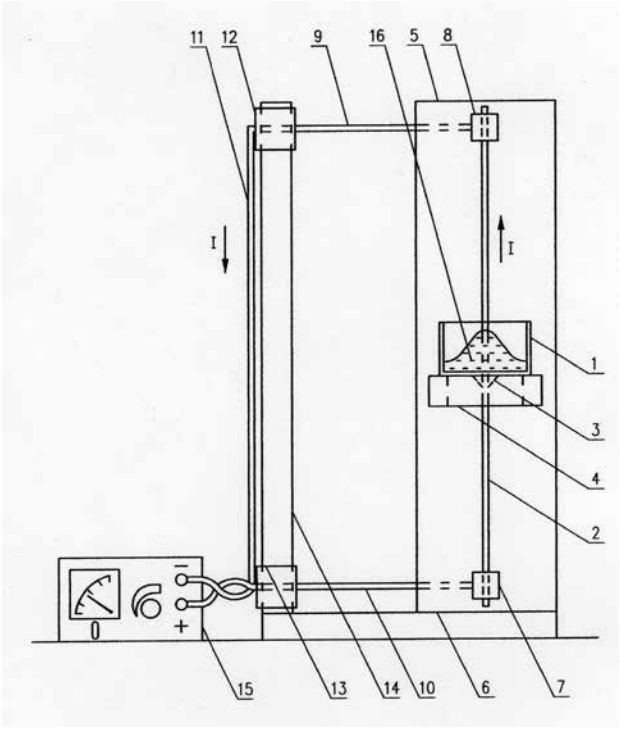
$$H(r) = \frac{I}{2\pi r} \qquad (2).$$

Po podstawieniu wzoru (2) do wzoru (1) otrzymuje się następujący wzór

$$h(r) = \frac{\mu_0(\mu_r - 1)I^2}{8\pi^2\rho g r^2} \qquad (3),$$

który wyraża zależność zmiany wysokości poziomu cieczy m.in. od natężenia prądu I w przewodniku. Zastosowanie przewodnika z prądem, jako źródła pola magnetycznego jest też uzasadnione łatwym wytwarzaniem pola o zadanym natężeniu $H(r)$ przez zmianę natężenia prądu.

eprasa.pl 02e46da152



Rys. 1. Budowa układu doświadczalnego: 1 – przezroczyste naczynie, 2 – drut miedziany, 3 – uszczelka z silikonu, 4 – wspornik, 5 – płyta pionowa, 6 – płyta pozioma, 7, 8 – zaciski, 9 – przewód górny 10 – przewód dolny, 11 – zasilacz, 12 – przewód pionowy, 13 – opaska górna, 14 – opaska dolna, 15 – słupek, 16 – ferrofluid.

Schemat układu eksperymentalnego przedstawia rys. 1. W układzie zastosowano przezroczyste naczynie 1, otwarte od góry i wykonane z poliestru. Wymiary podstawy naczynia wnosiły 50×50 mm. Przez otwór w środku dna naczynia 1 przechodził pionowo drut 2, w którym płynął prąd elektryczny. Drut 2 miał średnicę 3 mm, długość 40 cm i był wykonany z miedzi. Miejsce przejścia drutu 2 przez dno naczynia 1 uszczelniono od dołu silikonem 3. Odcinek drutu ponad tym miejscem przejścia pokryto cienką warstwą silikonu, żeby zminimalizować zwilżanie drutu przez ferrofluid. Skutkiem tego, kiedy przez drut prąd nie płynął, to powierzchnia ferrofluidu w jego otoczeniu była płaska.

Naczynie 1 zostało ustawione na poziomym wsporniku 4 z otworem, przez który przechodził drut 2. Wspornik 4 był przymocowany do płyty pionowej 5 połączonej z podstawą 6. W płycie pionowej 5 osadzono zaciski 7, 8, umożliwiające łatwą wymianę drutu 2 wraz z naczyniem 1. Zaciski 7, 8 łączyły końce drutu 2 z przewodami w izolacji: górnym 9 i dolnym 10, skierowanymi poziomo. Przewód górny 9 został zagięty pod kątem prostym i był poprowadzony w dół, jako przewód pionowy 11, przymocowany opaskami 12 i 13 do słupka 14, połączonego z płytą poziomą 6. Końce przewodu dolnego 10 i pionowego zostały skręcone ze sobą i przyłączone do zasilacza 15, dającego prąd stały o regulowanym natężeniu I w granicach kilkunastu A. Przewód pionowy 11 był oddalony od drutu 2 na odległość 15 cm w celu ograniczenia natężenia pola magnetycznego, wytwarzanego przez ten przewód w objętości naczynia 1.

Ponieważ kierunki prądu w drucie 2 i w pionowym przewodzie 11 były przeciwne, to pole magnetyczne wytwarzane przez ten przewód 12 zmniejszałoby natężenie pola magnetycznego wytwarzanego przez drut 2 w objętości naczynia 1. Dla uniknięcia rozpraszania pola magnetycznego poziomy wspornik 4, płytę pionową 5, podstawę 6 i słupek 14 wykonano z materiału nieferromagnetycznego, którym była sklejka. Również dlatego połączenia tych elementów wykonano przy użyciu kleju epoksydowego oraz kołków drewnianych.

Część układu doświadczalnego z naczyniem 1 i utrzymującą je opisaną konstrukcją jest przedstawiona na fot. 1. Do naczynia 1 wlano ferrofluid 16, w którym podczas przepływu prądu pojawiał się efekt Mojżesza. Zastosowano ferrofluid dostępny w handlu, wyprodukowany przez firmę Supermagnete i zawierający nanocząstki magnetytu zawieszone w oleju. Parametry tego ferrofluidu były następujące: względna przenikalność magnetyczna $\mu_r = 2{,}14$, gęstość $\rho = 1{,}59\times10^3$ kg/m^3. Dla porównania, względne przenikalności magnetyczne cieczy dia- lub paramagnetycznych są w granicach 10^{-7}-10^{-5} [15].

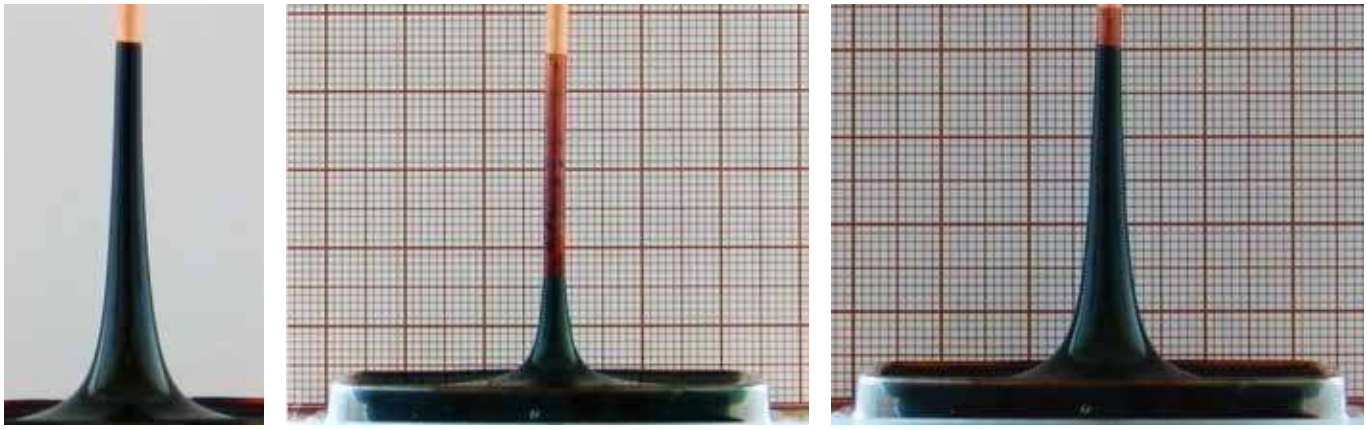
W przypadku braku w szkolnej pracowni fizycznej odpowiedniego zasilacza prądu stałego można wykorzystać prostownik do ładowania akumulatorów. Należy jednak pamiętać, że prąd o natężeniu kilku A, płynąc przez przewodnik powoduje jego nagrzewanie. Dlatego używając prądów o większym natężeniu należy zachować ostrożność.

Dla zaobserwowania efektu Mojżesza prąd wystarczy włączyć na kilka sekund. Między kolejnym włączeniami należy stosować przerwy, trwające 1-2 minut, niezbędne do ochłodzenia układu. Wskazane jest przyłączenie zasilacza szeregowo przez zabezpieczający opornik suwakowy o oporności kilku omów, nawinięty grubym drutem. Najlepiej, żeby zasilacz był wyposażony w bezpiecznik



Fot. 1. Wygląd zewnętrzny fragmentu układu doświadczalnego z naczyniem zawierającym ferrofluid i konstrukcją nośną.

eprasa.pl 02e46da152



Fot. 2. Efekt Mojżesza w polu magnetycznym, wytwarzanym przez prąd elektryczny, przepływający w prostoliniowym odcinku drutu – kolumny ferrofluidu otrzymane podczas wzrostu natężenia prądu.

elektromagnetyczny, automatycznie wyłączający prąd o zbyt dużym natężeniu.

Wyniki eksperymentów i podsumowanie

Prąd elektryczny przepływający przez drut 2 wytwarza wokół niego niejednorodne pole magnetyczne. Zgodnie ze wzorem (2) natężenie pola jest odwrotnie proporcjonalne do odległości *r* od osi drutu 2. W tej sytuacji ferrofluid jest wciągany do obszaru silniejszego pola magnetycznego, który znajduje się bliżej jego osi. Skutkiem tego obserwuje się utworzenie efektownej kolumny ferrofluidu otaczającej drut. Przykłady uzyskanych w ten sposób wyników przedstawia fot. 2.

Ze wzoru (3) wynika, że powierzchnia swobodna ferrofluidu ma kształt hiperboloidy obrotowej. Wzrost wysokości poziomu ferrofluidu *h(r)* jest wprost proporcjonalny do kwadratu natężenia prądu *I*, płynącego przez drut 2 i odwrotnie proporcjonalny do kwadratu odległości *r* od jego osi.

W celu dalszej analizy wyników eksperymentu kolumnę ferrofluidu można sfotografować. Oś optyczną obiektywu aparatu fotograficznego, np. w smartfonie, należy ustawić poziomo. Dzięki temu otrzymuje się profil powierzchni swobodnej ferrofluidu. W celu łatwiejszych porównań i pomiarów, jako tło fotografii jest korzystne zastosowanie prostokątnego kawałka papieru z siatką milimetrową przyklejonego do wspornika 4, (fot. 2.b, c).

Mierząc natężenie prądu *I* za pomocą amperomierza, wbudowanego w zasilacz lub prostownik, albo oddzielnego amperomierza, włączonego szeregowo do obwodu i fotografując powierzchnię swobodną ferrofluidu przy zmierzonych natężeniach prądu, uzyskuje się dane, które po opracowaniu umożliwią sprawdzenie zależności *h(I)* oraz *h(r)* wyrażonych wzorem (3).

Do ilościowego opracowania wyników należy fotografie wydrukować i wykonać pomiary na wydrukach przy użyciu linijki. Dla zwiększenia dokładności wydruki mogą być powiększone, ale wtedy podczas pomiarów należy uwzględnić współczynnik ich powiększenia. Powiększenie wydruków jest korzystne przy mniejszych zmianach wysokości poziomu ferrofluidu *h(r)*, które pojawiają się dla niewielkich natężeń prądu *I*.

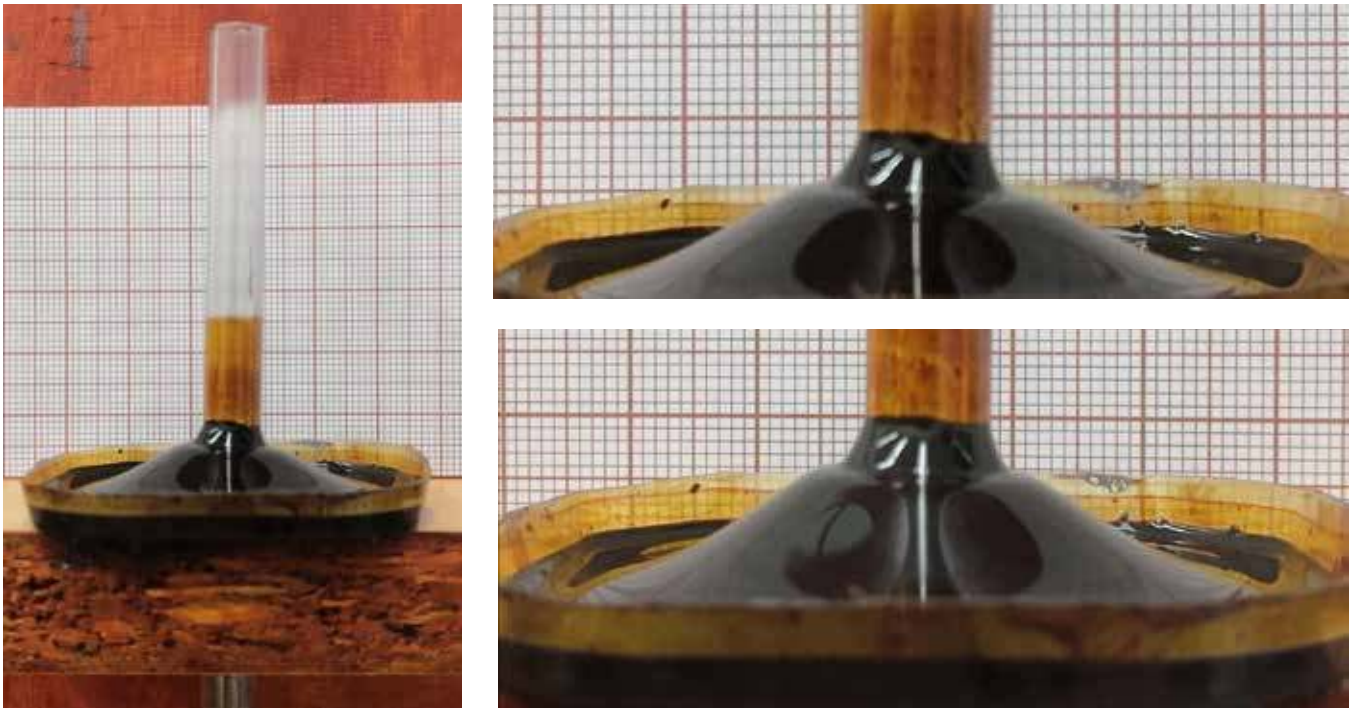
Zastosowanie ferrofluidu pozwala na uzyskanie zmian wysokości *h(r)* w granicach kilku mm, nawet przy stosunkowo niewielkich natężeniach prądu, wynoszących kilka A. Gdyby zamiast ferrofluidu były zastosowane inne ciecze dia- lub paramagnetyczne, wtedy te zmiany wynosiłyby setne części mm i byłyby trudne do zauważenia w warunkach szkolnej pracowni fizycznej.

Pole magnetyczne niezbędne do uzyskania efektu Mojżesza w ferrofluidach można też wytworzyć przy użyciu kilku cienkich magnesów neodymowych w kształcie walca o średnicy ok. 3 mm. W tym celu trzeba nieco zmodyfikować układ doświadczalny. W środku dna przezroczystego naczynia 1, takiego samego jak poprzednio, należy wykonać otwór i zamocować w nim kawałek przezroczystej, cienkościennej rurki szklanej lub plastikowej o długości ok. 5 cm. Średnica wewnętrzna rurki musi być nieco większa od średnicy magnesów tak, żeby magnesy można w niej swobodnie przesuwać. Zamocowanie rurki najłatwiej wykonać przy pomocy przezroczystego kleju epoksydowego lub silikonu. Ważne jest szczelne połączenie rurki z brzegiem otworu.

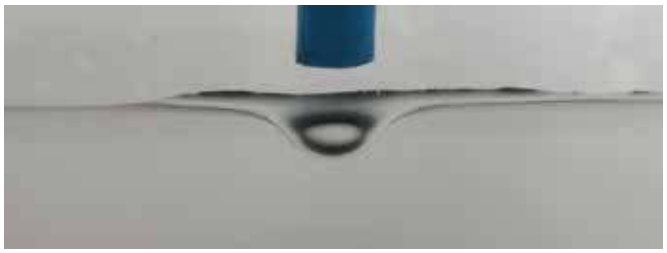
Tak przygotowane naczynie 1 ustawia się na wsporniku 4 i wlewa do niego ferrofluidu 16, podobnie jak w poprzednim doświadczeniu. Powierzchnia swobodna ferrofluidu powinna być pozioma. Następnie kilka magnesów neodymowych łączy się ze sobą biegunami różnoimiennymi i utworzony w ten sposób „pręcik" wsuwa od dołu do rurki. Oddziaływanie ferrofluidu z polem magnetycznym zachodzi w sposób analogiczny, jak poprzednio. Przykład wytworzonej w ten sposób kolumny ferrofluidu przedstawia fot. 3. Kształt i wysokość tej kolumny zmienia się przez przesuwanie układu magnesów wewnątrz rurki.

Ten wariant doświadczenia jest łatwiejszy do wykonania pokazów, ale trudniejszy do interpretacji ilościowej, ponieważ wymaga przeprowadzenia pomiarów indukcji pola magnetycznego z zastosowaniem czujnika hallotronowego o małej powierzchni. Nie należy też używać magnesów, wytwarzających zbyt silne pole magnetyczne, ponieważ w ferrofluidzie nastąpi agregacja cząstek magnetycznych. Wtedy, zamiast gładkiej, zakrzywionej przez pole magnetyczne powierzchni, pojawią się znane z wielu fotografii

eprasa.pl 02e46da152



Fot. 3. Efekt Mojżesza w polu magnetycznym, wytwarzanym przez „pręcik" złożony z małych magnesów neodymowych, wsuwanych od dołu do rurki – kształt powierzchni swobodnej cieczy dla różnych położeń magnesu. Magnes jest widoczny u dołu for. 3.a.



Fot. 4. Efekt Mojżesza spowodowany przez strumień powietrza, wypływający z rurki prostopadle na powierzchnię wody.

wypustki, przypominające kolce jeża. Zjawisko jest niewątpliwie efektowne, ale nie o to chodzi w tym doświadczeniu.

Używając ferrofluidów łatwo można też pokazywać i badać efekt Mojżesza w polach magnetycznych o innych rozkładach przestrzennych. Dla przykładu, w polach wytwarzanych przez dwa równoległe przewodniki, w których płynie prąd elektryczny lub przez magnesy, skierowane poziomo i umieszczone pod dnem naczynia z ferrofluidem. Takie doświadczenia z użyciem małych magnesów neodymowych są inspirujące dla uczniów i co najważniejsze bezpieczne, Należy zachować ostrożność głównie podczas przelewania ferrofluidu, ponieważ ta ciecz pozostawia brunatne plamy, trudne do usunięcia, zwłaszcza z odzieży.

Kończąc warto zauważyć, że efekt Mojżesza pojawia się w wielu sytuacjach, gdy ciecz, a także materiały sypkie, znajdują się w niejednorodnym polu sił. Mogą to być również siły elektryczne, grawitacyjne lub nierównomiernie rozłożone w przestrzeni ciśnienie gazu, albo innej, nie mieszającej się cieczy. Widowiskowy efekt Mojżesza można uzyskać w bardzo prosty sposób kierując strumień powietrza, wydmuchiwany z rurki o średnicy kilku mm, prostopadle na powierzchnię wody (fot. 4). Efekt Mojżesza ma nie tylko znacznie poznawcze, ale też praktyczne zastosowania, m.in. do wyznaczania podatności magnetycznej cieczy [7].

Wszystkie fot. i rys. wykonane przez autora.

Stanisław Bednarek
Wydział Fizyki i Informatyki Stosowanej Uniwersytetu Łódzkiego

Literatura

[1] E. Hirota, K. Inomata, Giant Magneto-Resistance Devices, Springer, Berlin, p. 30 (2002).
[2] A. Fert, P.M. Levy, S. Zhang, Electrical conductivity of magnetic multilayered structures, ,,Physical Review Letters", Vol. 65, p. 1643–1646 (1990).
[3] A.E. Clark, Ferromagnetic Materials, Vol. 1, E.P. Wolfhart (Editor), North-Holland, Amsterdam, p. 531 (1986).
[4] http://aml.seas.ucla.edu/research/areas/magnetostrictive/mag-composites/ [dostęp: 27.07 25].
[5] S. Bednarek, Efekt Mojżesza i bąbelki w polu magnetycznym, Fizyka w Szkole z Astronomią, Czasopismo dla Nauczycieli", Nr 5 (382), Rocz. LXVII, s. 30-33 (2022).
[6] E. Blums, A. Cebers, M. M. Maiorov, Magnetic fluids, Walter de Gruyter, Berlin, New York, p. 163 (1997).
[7] D. Shulman, M. Lewkowicz, E. Bromashenko, Measurement of magnetic susceptibility of diamagnetic liquids exploiting the Moses effect, ,,Journal of Magnetism and Magnetic Materials", Vol. 571, p. 170553 (2023).
[8] N. Sirota, T. Homma, H. Sugawara, K. Kitazawa, M. Iwasaka, S. Ueno, H. Pokoi, Y. Kakudate, S. Fujiwara, Rise and Fall of Surface Level of Water Solutions under High Magnetic Field, ,,Japanese Journal of Applied Physics", Vol. 34, no. 8A, p. L991-L993 (1995).
[9] https://en.wikipedia.org/wiki/Moses_effect [dostęp: 27.07 25].
[10] C. Scherer, A. M. Figueiredo Neto, Ferrofluids: Properties and Applications, ,,Brazilian Journal of Physics", Vol. 35, no. 3A, p. 718-727 (2005).
[11] R. E. Rosensweig, Magnetic Fluids, ,,Scientific American", Vol., 247, no. 4, p. 136-145 (1982).
[12] A.Y. Solovyova, E.A. Elfimova, The initial magnetic susceptibility of high-concentrated, polydisperse ferrofluids: Universal theoretical expression, „Journal of Magnetism and Magnetic Materials", Vol. 495, p. 165946 (2020).
[13] S. Bednarek, Ferrofluidy – ciekłe materiały magnetyczne, „Przegląd Elektrotechniczny, Organ Stowarzyszenia Elektryków Polskich", Rocz. LXXI, nr 1, s. 1-5 (1995).
[14] S. Bednarek, Dyspersyjne materiały ferromagnetyczne, „Postępy Fizyki, Dwumiesięcznik Polskiego Towarzystwa Fizycznego", Tom 46, Zesz. 2, s. 103-122 (1995).
[15] W. Mizerski, Tablice fizyczno-astronomiczne, Wydawnictwo Adamantan, Warszawa, s. 187 (2013).

eprasa.pl 02e46da152

Paradoks mechaniczny w praktyce

Stanisław Bednarek

Artykuł nawiązuje do wcześniejszej publikacji na łamach „Fizyki w Szkole" i zawiera praktyczne wskazówki, które ułatwiają przeprowadzenie kilku prostych doświadczeń, ilustrujących przykład zadziwiającego przypadku zderzenia sprężystego.

Artykuł dra Juliana Płoszajskiego, zatytułowany „Paradoks mechaniczny" [1] dotyczy interesującego przypadku odbicia od poziomej powierzchni dwóch spadających razem kulek umieszczonych jedna nad drugą. Górna z tych kulek ma znacznie mniejszą masę niż dolna. Po odbiciu mniejsza kulka wznosi na wysokość prawie 9 razy większą od wysokości początkowej, z której kulki zostały puszczone. Autor na zakończenie swojej pracy zachęca do podjęcia dyskusji nt. doświadczalnych aspektów realizacji tego przypadku. Niniejszy artykuł zawiera wskazówki, pozwalające na wykonanie służących temu celowi doświadczeń przy użyciu ławo dostępnych przedmiotów oraz dodatkowe informacje o zderzeniach, interesujące dla uczniów i nauczycieli.

Uwagi formalne

Na początek kilka uwag w kwestii formalnej. Podany w cytowanym artykule zestaw wzorów nr 4 na prędkości kulek po zderzeniu v_1', v_2' byłby bardziej zrozumiały, gdyby przed nim podać założenie $M >> m$ i końcowe części tych wzorów zapisać w postaci

$$v_1' = \frac{M-3m}{M+m}v = \frac{1-3\frac{m}{M}}{1+\frac{m}{M}}v \approx v\,, \tag{1}$$

$$v_2' = \frac{3M-m}{M+m}v = \frac{3-\frac{m}{M}}{1+\frac{m}{M}}v \approx 3v\,. \tag{2}$$

Symbole M i m oznaczają masy kulek, a v ich prędkość, z którą uderzają o poziomą powierzchnię. Alternatywnie można użyć symbolu granicy (lim) i zapisać te wzory w następujący sposób

$$\lim v_{1(M\to\infty)}' = \lim_{(M\to\infty)}\left(\frac{1-3\frac{m}{M}}{1+\frac{m}{M}}\right)v = v\,, \tag{3}$$

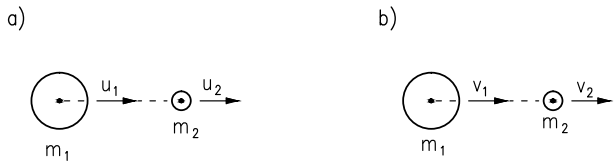
$$\lim v_{2(M\to\infty)}' = \lim_{(M\to\infty)}\left(\frac{3-\frac{m}{M}}{1+\frac{m}{M}}\right)v = 3v\,. \tag{4}$$

Żeby uniknąć górnych wskaźników ′ („prim") przy prędkościach i ułatwić zapis w dalszych rozważaniach będzie konsekwentnie stosowany najczęściej przyjmowany sposób oznaczeń podany z rys. 1. Zgodnie z tym prędkości kulek przed zderzeniem będą oznaczane jako u_1, u_2, a po zderzeniu jako v_1, v_2, zaś masy kulek będą miały symbole m_1, m_2. Zgodnie z tymi oznaczeniami wzory (1) i (2) przyjmują postać

$$v_1 = \frac{m_1-3m_2}{m_1+m_2}u\,, \tag{5}$$

$$v_2 = \frac{3m_1-m_2}{m_1+m_2}u\,. \tag{6}$$

Symbol u we wzorach (5), (6) oznacza jednakową prędkość obu kulek, z którą razem uderzają o poziomą powierzchnię.



Rys. 1. Oznaczenia przyjęte do analizy zderzeń.

Więcej informacji o zderzeniach

Dla lepszego pokazania, jak zmieniają się prędkości v_1, v_2 obu kulek po zderzeniu wykonano obliczenia stosunków ich prędkości do prędkości przed zderzeniem, czyli v_1/u i v_2/u w szerokim zakresie stosunku mas tych kulek m_1/m_2. Wyniki otrzymane z obliczeń zostały podane w tab. 1. Na podstawie tych wyników wykreślono wykresy przedstawione na rys. 2 i 3. Dla lepszego zobrazowania zależności wykres na rys. 3 został wykonany w skali logarytmicznej dla stosunku mas m_1/m_2.

Wzory (1), (2) i (3), (4) są szczególnymi przypadkami ogólnych wzorów na prędkości kulek po zderzeniu sprężystym, centralnym. Podany zostanie teraz sposób wyprowadzenia wzorów ogólnych. Wiadomo, że w zderzeniu sprężystym jest zachowana energia kinetyczna i pęd. Zgodnie zasadami zachowania tych wielkości dla pędu można napisać równanie

$$m_1u_1 + m_2u_2 = m_1v_1 + m_2v_2\,, \tag{7}$$

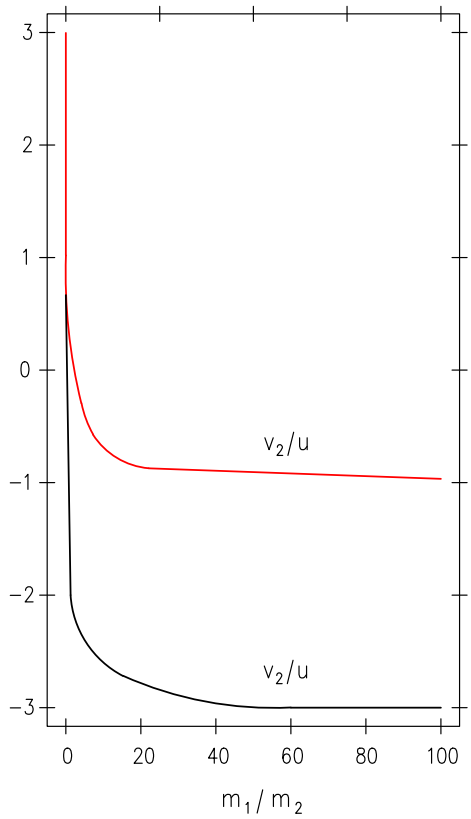
a dla energii kinetycznej

$$\frac{m_1u_1^2}{2} + \frac{m_2u_2^2}{2} = \frac{m_1v_1^2}{2} + \frac{m_2v_2^2}{2}\,. \tag{8}$$

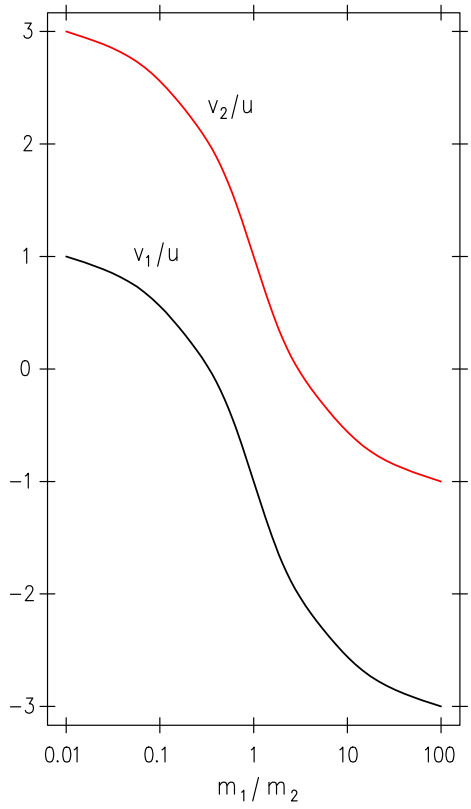
Wyprowadzenie wzorów na prędkości po zderzeniu v_1, v_2 nie jest trudne, jeżeli zastosuje się następujące podejście.

Tabela 1. Wartości prędkości względnych v_1/u, v_2/u obliczone na podstawie wzorów (5), (6) dla różnych wartości stosunku mas m_1/m_2 i wykorzystane do sporządzenia wykresów podanych na rys. 2, 3.

$\frac{m_1}{m_2}$	100	50	20	10	5	2	1	0,5	0,2	0,1	0,05	0.02	0,01	0
$\frac{v_1}{u}$	-2,96	-2,92	-2,81	-2,64	-2,33	-1,67	-1	-0,33	0,33	0,64	0,81	0,92	0,96	1
$\frac{v_2}{u}$	-0,96	-0,92	-0,81	-0,64	-0,33	0,33	1	1,67	2,33	2,64	2,82	2,92	2,96	3



Rys. 2. Wykresy względnych prędkości kulek po zderzeniu sprężystym v_1/u, v_2/u w zależności od ich stosunku mas m_1/m_2 wyrażonego w skali liniowej.



Rys. 3. Wykresy względnych prędkości kulek po zderzeniu sprężystym v_1/u, v_2/u w zależności od ich stosunku mas m_1/m_2 wyrażonego w skali logarytmicznej.

Obie strony równania (7) podniesie do kwadratu i od równia (8) odejmie stronami równanie otrzymane z tego poniesienia do kwadratu. Wtedy na zależność między prędkościami otrzymuje się prosty wzór

$$v_2 = u_1 - v_1 - u_2 \ . \qquad (9)$$

Po podstawieniu wzoru (9) do równania (7) i niezbędnych uproszczeniach wyprowadza się wzór na prędkość v_1 w postaci

$$v_1 = \frac{(m_1 - m_2)u_1 + 2m_2u_2}{m_1 + m_2} \ . \qquad (10)$$

Wyznaczając z kolei prędkość v_1 ze wzoru (9) i podstawiając do równania (7) otrzymuje się po uproszczeniach wzór na prędkość v_2 w postaci

$$v_1 = \frac{(m_2 - m_1)u_2 + 2m_1u_1}{m_1 + m_2} \ . \qquad (11)$$

Łatwo sprawdzić, że dla $u_1 = u_2 = u$ otrzymuje się ze wzorów (10) i (11) wcześniej podane wory (5), (6), a po zamianie symboli również wzory (1) i (2). Warto zwrócić uwagę na ważną prawidłowość, że po elementarnym przekształceniu równania (9) otrzymuje się równanie

$$v_2 - v_1 = -(u_2 - u_1) \ , \qquad (12)$$

oznaczające, że różnice prędkości, czyli prędkości względne, kulek przed zderzeniem i po zderzeniu mają równe wartości, ale przeciwne znaki [2, 3].

Wszystko, co zostało dotychczas napisane dotyczy zderzenia idealnie sprężystego, które jest tylko przybliżeniem zderzeń rzeczywistych. Nieco bardziej dociekliwy uczeń zapyta: „No dobrze, ale w praktyce materiały służące do wykonywania kulek nie są idealnie sprężyste, więc jakie będą prędkości takich kulek po zderzeniu?" Zderzenie częściowo sprężyste bywa nazywane uderzeniem i do jego opisu ilościowego wprowadza się współczynnik restytucji, oznaczany zwykle literą k i zdefiniowany wzorem [3, 4]

$$k = -\frac{v_1 - v_2}{u_1 - u_2} \ . \qquad (13)$$

Wartości tego współczynnika są wyznaczane doświadczalnie i wynoszą np. dla: ołowiu 0,2, suchego drewna 0,5, stali konstrukcyjnej zwykłej jakości 0,56, kości słoniowej 0,89, a dla szkła 0,94. (Używanie szklanych kulek do badania zderzeń jest jednak dość ryzykowne ze względu na kruchość tego materiału). Wyprowadzone przy użyciu współczynnika k wzory na prędkości kulek v_1, v_2 po zderzeniu częściowo sprężystym są następujące [5, 6]

$$v_1 = \frac{(m_1 - km_2)u_1 + (1+k)m_2u_2}{m_1 + m_2}\,, \qquad (14)$$

$$v_2 = \frac{(m_2 - km_1)u_2 + (1+k)m_1u_1}{m_1 + m_2}\,. \qquad (15)$$

Oczywiście dla ciała doskonale sprężystego $k = 1$, zaś dla „doskonale niesprężystego", np. plasteliny $k = 0$, więc łatwo sprawdzić, że po podstawieniu $k = 1$ do wzorów (14), (15) otrzymuje się wcześniej wyprowadzone wzory (10), (11) dla zderzenia doskonale niesprężystego. Z kolei podstawiając $k = 0$ otrzymuje się dobrze znany wzór na wspólną prędkość v kulek po zderzeniu doskonale niesprężystym, gdy kulki „sklejają" się ze sobą, czyli

$$v = \frac{m_1u_1 + m_2u_2}{m_1 + m_2}\,. \qquad (15)$$

W zderzeniu częściowo sprężystym energia kinetyczna kulek nie jest zachowana i część tej energii ΔE zostaje zmieniona na inne rodzaje energii np. na przyrost energii wewnętrznej kulek lub pracę wykonaną podczas ich odkształcenia. Zmiana energii ΔE wyraża się wzorem

$$\Delta E = \frac{1}{2}(1-k^2)\frac{m_1m_2}{m_1+m_2}(u_1-u_2)^2\,. \qquad (16)$$

Łatwo zauważyć, że $\Delta E = 0$ dla $k = 1$, co oznacza, że energia kinetyczna jest zachowana w całości. Z kolei dla $k = 0$ ilość energii kinetycznej ΔE, zmieniona na inne rodzaje energii jest maksymalna i wyraża się wzorem

$$\Delta E = \frac{1}{2}\frac{m_1m_2}{m_1+m_2}(u_1-u_2)^2\,. \qquad (17)$$

Występujący we wzorze (16) iloczyn mas kulek podzielony przez ich sumę jest nazywany masą zredukowaną m_z układu, czyli

$$m_z = \frac{m_1m_2}{m_1+m_2}\,. \qquad (18)$$

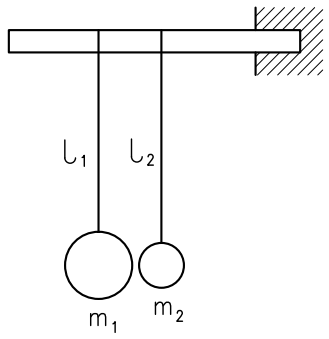
Masa zredukowana jest wielkością często pojawiającą się w różnych problemach mechaniki, np. we wzorach opisujących ruch pod działaniem sił centralnych, m.in. planet pod wpływem sił grawitacji (tzw. problem dwóch ciał).

Praktyczne układy doświadczalne

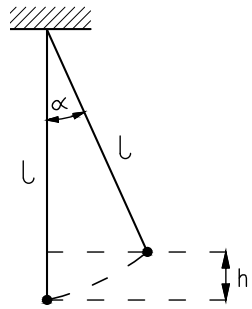
Zostaną teraz rozpatrzone praktyczne problemy realizacji doświadczeń. Uzyskanie dobrego efektu w układzie pokazanym na rys. 1-3 w cytowanym artykule jest bardzo trudne, ponieważ wymaga dokładnego nadania obu kulkom odpowiednich, prędkości, zależnych od średnic kulek i odległości od krawędzi stopnia, na którym spoczywa mniejsza kulka [1]. W przeciwnym przypadku mniejsza kulka spadnie ze stopnia albo większa kulka uderzy w jego krawędź przed zderzeniem obu kulek ze sobą. Nadanie takich prędkości ręcznie wymaga wielu prób, z których większość okazuje się nieudana. Dlatego w tej części niniejszego artykułu opisano kilka innych układów doświadczalnych, umożliwiających pokazanie odbicia małej kulki ze znacznie większą prędkością niż prędkość kulki dużej

Najprostszy z układów przeznaczony realizacji wspomnianego celu jest pokazany na rys. 4. Dwie kulki z materiału sprężystego, np. stalowe kulki łożyskowe o znacznie różniących się średnicach, należy trzymać palcami, tak żeby dotykały do siebie. Mniejsza kulka powinna znajdować się nad większą, a środki obu kulek być na osi pionowej. Jako sprężystą powierzchnię odbijającą można wykorzystać boczną ściankę obucha dużego młotka, położnego na poziomej powierzchni – ławki, albo podłogi [7]. Obie kulki należy jednocześnie puścić swobodnie nad tą powierzchnią. Wówczas większa kulka uderzy najpierw o poziomą powierzchnię, a potem uderzy w nią mniejsza kulka. Odstęp czasu między tymi uderzeniami jest niezauważalny, ponieważ wynosi ułamki milisekundy – jest to czas przejścia fali sprężystej przez dolną kulkę. Prędkość tej fali jest zbliżona do prędkości dźwięku w materiale kulki. W wyniku odbicia mniejsza kulka wzniesie się znacznie wyżej niż kulka większa.

Sprawne przeprowadzenie tego doświadczenia wymaga jednak trochę ćwiczeń i zręczności. Często mniejsza kulka odbija się ukośnie zamiast pionowo. Dzieje się tak dlatego, że układ kulek jest bardzo wrażliwy na małe niedokładności ustawienia ich środków i punktu styku wzdłuż jednej osi pionowej. Ponadto podczas spadania mniejsza kulka jest prawie w stanie nieważkości i nie naciska na powierzchnię większej kulki. Z kolei podczas odbicia mniejsza kulka znajduje się w stanie równowagi chwiejnej, gdyż zajmuje najwyższe położenie na kulce większej i łatwo zostaje z tego położenia wyprowadzona. Skutkiem tego zderzenie kulek staje się niecentralne, a doświadczenie nieudane.



Rys. 5. Typowy układ kulek o masach m_1, m_2, zawieszonych na niciach o długości l_1, l_2, wykorzystywany do badania zderzeń sprężystych.



Rys. 6. Schemat do obliczania wysokości h wzniesienia kulki po zderzeniu, zwieszonej na nici o długości l, odchylonej o kąt α.

eprasa.pl 02e46da152

Ta wada rozpatrywanego układu uzasadnia poszukiwanie innych sposobów przeprowadzenia doświadczenia.

Klasyczny układ do badania zderzeń stanowią dwie kulki o masach m_1, m_2, wykonane z materiału sprężystego i zawieszone na niciach o odpowiednio dobranych długościach l_1, l_2, tak żeby punkt styku kulek leżał na prostej pochodzącej przez ich środki (rys. 5). W takim układzie o wiele łatwiej jest uzyskać zderzenie centralne kulek.

Przeprowadzenie doświadczenia polega na tym, że przy początkowo nieruchomych obu kulkach odchyla się kulkę o większej masie od początkowego położenia w płaszczyźnie pionowej, przechodzącej przez środki oraz punkt styku obu kulek i puszcza tę kulkę swobodnie. Kulka o mniejszej masie odbija się wówczas na znacznie większą wysokość niż była odchylona kulka o większej masie. Jeżeli taki układ zostanie ustawiony przed pionową tablicą, na której można zaznaczyć kąt maksymalnego odchylenia α kulki po odbiciu lub jej maksymalną wysokość h, to wówczas taki układ nadaje się do doświadczeń ilościowych. Na podstawie rys. 6 i zasady zachowania energii dla kulki o prędkości maksymalnej v i masie m można napisać zależności

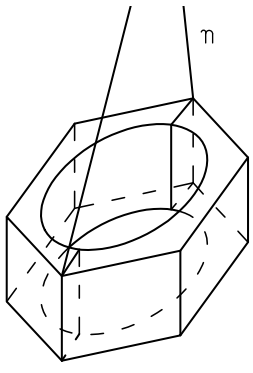
$$h = l(1-\cos\alpha) \quad , \qquad (19)$$

$$\frac{mv^2}{2} = mgh \quad . \qquad (20)$$

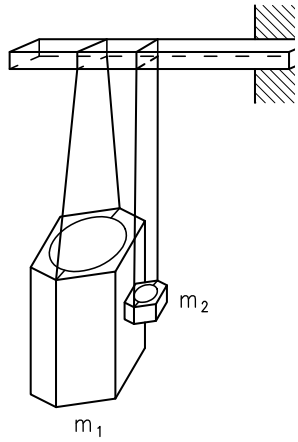
Symbol g we wzorze (20) oznacza przyspieszenie ziemskie. Wzory (19) i (20), zależnie od przyjętego wariantu doświadczenia pozwalają np. na wyznaczenie prędkości maksymalnej kulki v.

Problemem w zbudowaniu układu doświadczalnego według rys. 5 może być brak odpowiednich kulek z otworami, umożliwiającymi przełożenie nici i ich zawieszenie. Często łatwiej dostępne są twarde i sprężyste kulki łożyskowe bez otworów. Otwory w twardych kulkach można wywiercić wiertłem, mającym krawędzie tnące z węglików spiekanych. Żeby otwory przechodziły dokładnie wzdłuż średnicy kulek należy kulki podczas wiercenia zamocować w imadle i używać wiertarki zamocowanej na stojaku lub wiertarki kolumnowej.

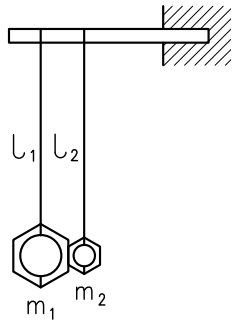
Innym sposobem przewiercenia twardych kulek jest ich rozhartowanie przez ogrzanie do temperatury ok. 500-600°C (tzw. temperatura czerwonego żaru) i pozostawienie w celu powolnego ochłodzenia do temperatury



Rys. 7. Sposób przywiązania nici n do nakrętki sześciokątnej.



Rys. 8. Sposób zwieszenia nakrętek sześciokątnych o znacznie różniących się masach m_1, m_2.



Rys. 9. Prostszy sposób zwieszenia nakrętek sześciokątnych o zbliżonych masach m_1, m_2.

pokojowej. W wyniku tego stal ulega zmiękczeniu i kulki są łatwiejsze w obróbce. Po wywierceniu otworów kulki należy ponownie zahartować przez ogrzanie do podanej wcześniej temperatury i szybkie ochłodzenie w wyniku zanurzenia w wodzie. W ten sposób materiał kulek znów staje się twardy i sprężysty.

Kulki można z dobrym skutkiem zastąpić sześciokątnym nakrętkami zawieszonym na odpowiednio przywiązanych do nich niciach. Przykładowy sposób przywiązania nici do nakrętki o dużych rozmiarach został pokazany na rys. 7, a sposób zawieszenia nakrętek z tak przywiązanymi nićmi na rys. 8. Jeden ze zbudowanych w ten sposób układów doświadczalnych przedstawia fot. 1. Do nakrętek o mniejszych rozmiarach można zastosować prostszy sposób przywiązania nici i zwieszenia przedstawiony na rys. 9. Celem zapewnienia prawidłowych warunków zderzeń w obu przypadkach nakrętki powinny stykać się ze sobą płaskimi powierzchniami, przez które nie przechodzą nici. Stalowe



Fot 1. Jeden z wykonanych układów nakrętek o znacznie różniących się masach.



Fot. 2. Przykłady zestawów złożonych z większych kulek z wywierconym otworem i mniejszych kulek przeznaczone do badania zderzeń.

eprasa.pl 02e46da152

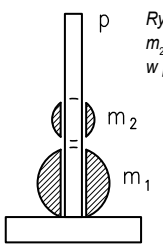
nakrętki o zróżnicowanych wymiarach od kilku mm do kilku cm są tanie i ławo dostępne w sklepach z artykułami metalowymi lub w hipermarketach budowlanych.

Autor cytowanego artykułu proponuje, żeby w większej kulce z wydrążeniem zastosować „jakiś „opornik" przeszkadzający opaść kulce na dno przed doświadczeniem" – mowa tu o mniejszej kulce umieszczonej w wydrążeniu kulki większej (zob. rys. 4 w publikacji [1]). Okazuje się, że taki „opornik" jest zbędny i bez niego mniejsza kulka wylatuje po zderzeniu z wydrążenia w kulce większej na wysokość znacznie większą, niż ta wysokość, na którą odbija się kulka większa. „Opornik" jest zbędny, ponieważ kulka mniejsza podczas spadania pozostaje w wydrążeniu prawie w stanie nieważkości i nie wywiera nacisku na jego dno. Ważne jest natomiast, żeby średnica wydrążenia była nieco większa niż średnica mniejszej kulki, co zapewni jej swobodę ruchu. Zestaw takich kulek wykonany i przetestowany przez autora niniejszego artykułu przedstawia fot. 2.

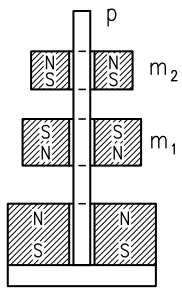
Autor cytowanego artykułu [1] proponuje też „Znalezienie, nawiercenie i podniesienie kuli o masie np. 20 kg". Jest to niecelowe, a nawet niebezpieczne. Do doświadczeń w zupełności wystarcza większa kulka o masie rzędu 100 g. Z danych zawartych w tab. 1 oraz z wykresów na rys. 2 i 3 wynika, że już przy stosunku mas kulek wynoszącym 20 osiąga się wzrost prędkości 2,81 razy, co powoduje bardzo łatwo zauważalny stosunek wysokości odbicia $2{,}81^2 = 7{,}99$ razy. Osiągnięcie w doświadczeniu granicznego stosunku prędkości 3 i stosunku wysokości 9 jest niemożliwe, m.in. z powodu niedoskonałej sprężystości kulek i oporów powietrza. Kula o masie 20 kg też nie usunie całkowicie tych przeszkód.

Doświadczenie można zrealizować również w układzie złożonym z dwóch kulek zaopatrzonych w otwory, przez które przechodzi pionowy pręt p przymocowany do sprężystej, masywnej podstawy (rys. 10). W tym celu obie kulki podnosi się razem na pewną wysokość i puszcza swobodnie. Po odbiciu kulek od podstawy i od siebie, górna kulka o mniejszej masie m_2 wznosi się na większą wysokość, niż dolna kulka o większej masie m_1.

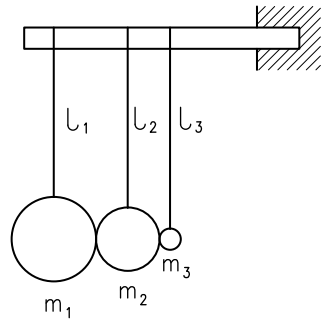
Podobne „odbicie" występuje też mimo braku bezpośredniego kontaktu oddziałujących ze sobą ciał o znacznie różniących się masach. Do tego celu służy pokazany na rys. 11 układ z magnesami trwałymi w kształcie pierścieni, nałożonymi na pionowy pręt p, przymocowany do podstawy. Na podstawie też znajduje się magnes pierścieniowy,



Rys. 10. Układ do badania zderzenia kulek o masach m_1, m_2, prowadzonych wzdłuż pionowego pręta p, pokazany w przekroju osiowym.



Rys. 11. Układ do badania bezkontaktowego odbicia w układzie magnesów pierścieniowych o masach m_1, m_2, prowadzonych wzdłuż pionowego pręta p, pokazany w przekroju osiowym.



Rys. 12. Układ trzech kulek o masach m_1, m_2, m_3, zawieszonych na niciach o długości l_1, l_2, l_2, przeznaczony do uzyskania wielokrotnego wzrostu prędkości po odbiciu ostatniej kulki o masie m_3. Masy kulek powinny spełniać warunek $m_1 >> m_2 >> m_3$.

a sąsiadujące magnesy są zwrócone ku sobie biegunami jednoimiennymi. Ponadto pionowy pręt i podstawa muszą być wykonane z materiału nieferromagnetycznego i elektroizolacyjnego. Ma to na celu uniemożliwienie przyciągania magnesów do tych elementów i wyeliminowanie przepływu w nich prądów wirowych podczas ruchu magnesów.

Zgodnie ze przeprowadzonymi na początku tego artykułu obliczeniami maksymalny wzrost prędkości podczas doskonale sprężystego, centralnego odbicia dwóch kulek wynosi $n = 3$. Można jednak zastosować większą liczbą kulek o znacznie różniących się masach, spełniających warunki $m_1 >> m_2 >> m_3$ i zawieszonych w sposób pokazany na rys. 12. W tej sytuacji maksymalny przyrost prędkości $n = 3$ przypadałby na każdy stopień takiego układu, czyli jedną parę sąsiadujących ze sobą kulek, Zbudowany według tej reguły „powielacz prędkości" o n stopniach (parach kulek), umożliwiałby wzrost prędkości końcowej v_1 ostatniej kulki w postępie geometrycznym zgodnie ze wzorem

$$v_1 = vn^{m-1} \quad , \qquad (21)$$

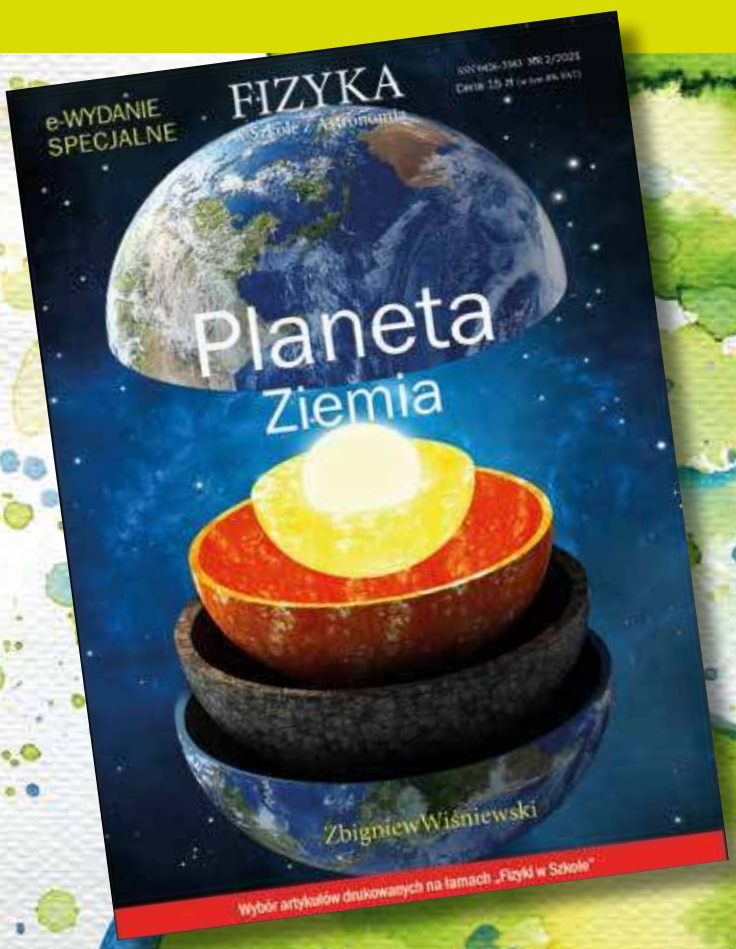
w którym v oznacza prędkość pierwszej kuli, z którą uderzyła w sąsiednią kulkę, natomiast m jest ilością stopni układu, czyli liczbą par kulek stykających się ze sobą bezpośrednio. Na zakończenie warto zauważyć, że przyrost prędkości ciała odbitego o mniejszej masie, zachodzi również podczas zderzeń ciał częściowo sprężystych. Ten efekt można obserwować np. podczas kolizji pojazdów o rożnych masach, a także podczas potrącenia pieszego przez pojazd, np. przez samochód osobowy. Masa pojazdu jest znacznie większa niż masa pieszego. Dlatego bywa, że pieszy zostaje wyrzucony w górę, albo odrzucony nawet na odległość kuliku metrów od miejsca kolizji. No cóż, prawa fizyki mają charakter uniwersalny i opisują też dramatyczne zdarzenia.

LITERATURA:

[1] J. Płoszajski, Paradoks mechaniczny, „Fizyka w Szkole", 38, Rocz. LXIV, nr 1 (2022).
[2] S. Szczeniowski, Fizyka doświadczalna, cz. 1, Mechanika i akustyka, Państwowe Wydawnictwa Naukowe, Warszawa (1972).
[3] J. Leyko, Mechanika ogólna, t. II, Dynamika, Wydawnictw Naukowe PWN, Warszawa (1978).
[4] W. Mizerski (red.), Tablice fizyczno-astronomiczne, Wydawnictwo Adamantan, Warszawa (2013).
[5] E. Jarzębowski, W. Jarzębowski, Mechanika ogólna, Wydawnictw Naukowe PWN, Warszawa (2000).
[6] M. Głowacki, Mechanika techniczna i dynamika, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa (2001).
[7] S. Bednarek, Zderzenia zwykłe i niezwykłe, „Fizyka w Szkole", 30, Rocz. LXIII, nr 3 (2021).

eprasa.pl 02e46da152

WYDANIE SPECJALNE W WERSJI ELEKTRONICZNEJ – PLIK PDF



15 artykułów o tym, dlaczego Ziemia jest planetą wyjątkową!

Cena 15 zł
(w tym 8% VAT)

Szczegóły i formularz zamówienia na www.aspress.com.pl/wydania-specjalne/

eprasa.pl 02e46da152

Namiocik lub parasol wodny,
czyli fizyka w zlewie kuchennym

Stanisław Bednarek

Zgodnie ze znanym powiedzeniem „Nie ma takiego złego, co by na dobre nie wyszło”, trwająca od dwu lat pandemia wirusa Covid-19 przyczyniła się m.in. do przyspieszenia rozwoju metod nauczania zdalnego i poszukiwania prostych doświadczeń, które uczniowie mogliby łatwo wykonywać w domu [1, 2].

Autor opublikowanego niedawno na łamach „Fizyki w Szkole” artykułu opisał takie właśnie doświadczenia. Ich tematem jest mechanika płynów i można je przeprowadzić niemal w każdej kuchni. Jeden z opisanych w cytowanym artykule efektów to odskok hydrauliczny strumienia cieczy, skierowanego na twardą powierzchnię. Uderzająca w powierzchnię ciecz, w eksperymentach kuchennych woda, rozpływa się po tej powierzchni radialnie i tworzy warstwę o niewielkiej grubości, otoczoną podwyższonym brzegiem z widocznymi zawirowaniami (zob. rys. 6.b [1] i fot. 1). Należy przy tym też zauważyć pewien szczegół. Polega on na tym, że woda z odskoku, dopływająca do ściany zlewu wznosi się na pewną wysokość i przy górnym brzegu tego wzniesienia tworzy „zgrubienie”, w którym jest widoczna większa ilość zawirowań.

W niniejszym artykule będzie przedstawiony interesujący efekt, który również zachodzi w cieczy. Został on zauważony przypadkowo, także w kuchennym zlewie, podczas ogrzewania butelki z napojem wyjętym z lodówki w strumieniu ciepłej wody. Efekt ten stanowi bardziej złożony przypadek odskoku hydraulicznego, którego opis zawiera cytowany artykuł [1].



Fot. 1. Odskok hydrauliczny wody od dna zlewu kuchennego.



Fot. 2. Odskok hydrauliczny i rozpływ wody na zakrętce plastikowej butelki od szamponu.

Opisy eksperymentów

Proponowane eksperymenty są bardzo łatwe do przeprowadzenia i praktycznie nie wymagają żadnych przygotowań – wystarczy dostęp do zlewu w kuchni, albo w łazience i kilka plastikowych opakowań. Żeby przeprowadzić pierwsze doświadczenie potrzebna będzie plastikowa butelka, np. od szamponu lub kefiru z płaską zakrętką.

Dla lepszej stabilności butelkę można napełnić wodą, a następnie należy szczelnie zakręcić i ustawić w zlewie, tak żeby środek zakrętki znalazł się pod wylotem rurki odpływowej kranu. W praktyce odległość zakrętki od końca rurki wynosić od kilku do kilkunastu cm.

Powoli odkręcając kran kieruje się strumień wody na zakrętkę. Wypływ wody powinien zachodzić strumieniem laminarnym, tzn. nie wykazującym zaburzeń. Najczęściej na koniec rury odpływowej kranu jest wkręcona tulejka,

eprasa.pl 02e46da152

zawierająca zespół sitek, tzw. perlator, który zapewnia laminarność wypływającego strumienia. Obserwuje się wtedy, że woda padającą na środek zakrętki odbija się od niej i rozpływa radialnie we wszystkich kierunkach. Warstwa tej wody tworzy tzw. film cieczy i po przekroczeniu brzegu zakrętki porusza się w powietrzu po powierzchni przypominającej powierzchnię paraboloidy lub elipsoidy (fot. 2).

W przeprowadzonym doświadczeniu, oprócz odskoku hydraulicznego obserwuje się rzut poziomy, realizowany za pomocą warstwy wody spływającej z zakrętki. Jeżeli zostaną pominięte opory ruchu i zakrzywienie powierzchni filmu wodnego w dolnej części, to zasięg tego rzutu *z* wyraża się wzorem

$$z = v_0\sqrt{\frac{2h}{g}}\,. \qquad (1)$$

We wzorze (1) v_0 oznacza prędkość początkową, zaś *h* jest wysokością, z której następuje rzut, natomiast *g* to przyspieszenie ziemskie. W rozpatrywanym przypadku v_0 jest prędkością wody spływającej zakrętki, a *h* wysokością butelki. Zasięg rzutu *z* jest promieniem okręgu, wzdłuż którego powierzchnia paraboloidy utworzonej z wody przecina powierzchnię zlewu. Żeby jakościowo sprawdzić słuszność zastosowania wzoru (1) wystarczy zwiększyć prędkość strumienia wody spływającej na zakrętkę. Dokonuje się tego bardziej odkręcając kran, co powoduje wzrost rozmiarów powierzchni paraboloidy i zasięgu *z*.

Do obserwacji opisanego efektu można wykorzystać nie tylko butelkę, ale również inne naczynie z płaską pokrywką, np. pudełko od pasty do czyszczenia naczyń, albo dowolny przedmiot o płaskiej powierzchni górnej, na którą zostanie skierowany strumień wody. Taka wersja doświadczenia została przedstawiona na fot. 3.Ważne jest, żeby pokrywka nie miała obrzeża, wystającego ponad środkową część jej powierzchni. Powierzchnia, na którą pada strumień cieczy nie powinna też być zbyt duża.

Jeżeli te warunki nie będą spełnione, np. do doświadczenie zostanie użyty odwrócony talerz, mający zwykle od spodu wystający brzeg i dość dużą powierzchnię, to strumień wody rozpływający się po nim wytraci swoją prędkość. Nastąpi to w wyniku działania sił lepkości i zamiany energii kinetycznej na energię potencjalną ciężkości, potrzebną do pokonania wystającego brzegu. Spływająca z brzegu takiego przedmiotu woda będzie miała prawie zerową prędkość skierowaną poziomo i nie utworzy efektownej powierzchni paraboloidy obrotowej, tylko będzie opadała pionowymi strużkami (fot. 4).

Efekt formowania przez wodę po odskoku hydraulicznym powierzchni w kształcie paraboloidy obrotowej można zrealizować w dużej skali, porównywalnej ze wzrostem człowieka i wykorzystać do celów rekreacyjnych lub edukacyjnych, np. w ogrodzie doświadczeń lub w aquaparku. Atrakcją będzie umożliwienie zwiedzającym wejścia do pod utworzoną z wody powierzchnię bez konieczności zmoczenia ubrania.

Jednym ze sposobów realizacji takiego pomysłu jest ustawienie kolumny z płaską powierzchnią górną, na którą



Fot. 3. Odskok hydrauliczny i rozpływ wody na pokrywce pudełka od pasty do czyszczenia naczyń.

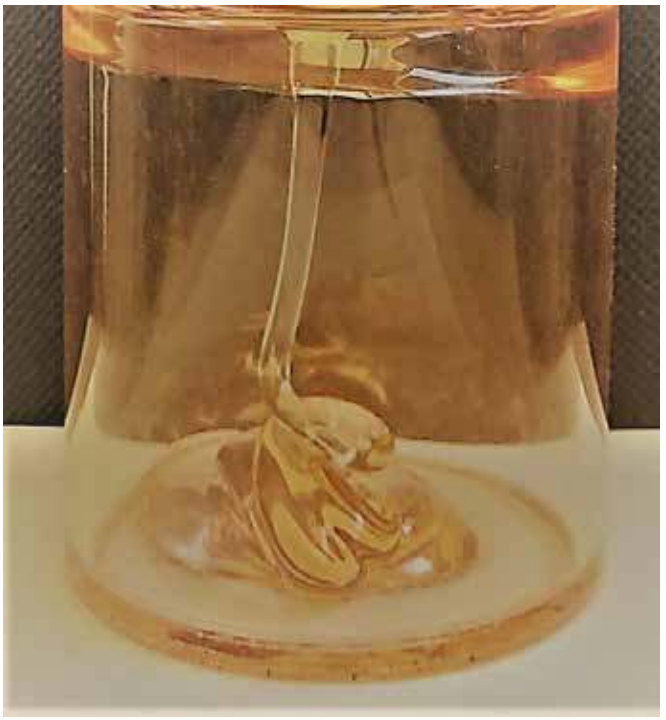


Fot. 4. Skutek użycia do doświadczenia przedmiotu o zbyt dużej powierzchni – plastikowej tacki od produktów spożywczych.

eprasa.pl 02e46da152



Fot. 5. „Namiocik wodny" spowodowany przez odskok hydrauliczny i rozpływ wody na zakrętce plastikowej butelki od szamponu z ogranicznikiem rozpływu wykonanym z kawałka drutu (fragment spinacza biurowego), przymocowanym taśmą klejącą do brzegu zakrętki.



Fot. 6 Odskok hydrauliczny i rozpływ cieczy nienewtonowskiej o bardzo dużej lepkości w tzw. klepsydrze żelowej (efekt Fano).





Fot. 7. Zakrzywienie dolnej powierzchni „parasola wodnego" w kierunku osiowym w zależności od prędkości wypływu: a) kształt zbliżony do powierzchni paraboloidy, b) kształt bardziej przypominający fragment powierzchni elipsoidy. Efekt uzyskano w wyniku rozpływu wody po odrzucie hydraulicznym na zakrętce plastikowej butelki od kefiru.

eprasa.pl 02e46da152

będzie padał pionowo strumień wody. Na pewnym odcinku przy brzegu tej powierzchni należy umieścić ogranicznik w kształcie wystającego ku górze obrzeża. Dzięki temu w powierzchni paraboloidy utworzonej z opadającej wody pojawi się przerwa, stanowiąca „drzwi", które umożliwią wejście do takiego namiotu wodnego. Mały model opisanego namiotu wodnego albo, jak kto woli parasola, wykonany w zlewie został pokazany na fot. 5.

Efekt odbicia hydraulicznego przybiera szczególnie interesującą formę w przypadku opadania strumienia cieczy o bardzo dużej lepkości, która zależy od szybkości przepływu. Ciecze wykazujące taką właściwość są nazywane cieczami nienewtonowskimi, albo cieczami reologicznymi. Przykładami takich cieczy są: żywice epoksydowe, a także różnego rodzaju zawiesiny, m.in. farby.

W warunkach kuchennych najłatwiej będzie wytworzyć zawiesinę reologiczną w postaci mieszaniny mąki ziemniaczanej i wody, w której udział objętościowy obu wymienionych składników wynosi ok. 50%. Opadający strumień cieczy reologicznej tworzy swego rodzaju kolumnę, wykonującą ruch obrotowy wokół osi pionowej. Gdy ten strumień dotknie poziomej powierzchni, może być to dno naczynia lub powierzchnia już zebranej w nim cieczy, wówczas ta kolumna układa się jak opuszczana lina i powoli rozpływa w kierunku radialnym, tworząc współśrodkowe okręgi.

Opisane zjawisko jest nazywane efektem Fano [3]. Można je obserwować w kuchni przy użyciu wspomnianej zawiesiny maki ziemniaczanej i wody, ale też podczas wlewania ciasta do brytfanny. Od czasu do czasu w sklepach zabawkami lub gadżetami można kupić przedmiot nazywany klepsydrą żelową. Jest to przezroczyste, dwukomorowe naczynie w kształcie cylindra, zaopatrzone w przegrodę z otworem, umieszczoną w połowie jego wysokości i wypełnione częściowo zabarwioną cieczą reologiczną. Efekt Fano w takim naczyniu przedstawia fot. 6.

Podsumowanie

Opisane doświadczenia dobrze nadają się na temat pokazów, pozwalających zainteresować fizyką i zachęcić do samodzielnych poszukiwań, skutkujących ciekawymi spostrzeżeniami. Bo chociaż, jak wspomniano na wstępie tego artykułu, opisany efekt został zauważony przypadkowo, to jednak przypadek nie sprzyja osobom bezczynnym. Co ciekawe, nie udało się znaleźć przy pomocy wyszukiwarki Google fotografii ani opisów tego efektu w materiałach o otwartym dostępie, znajdujących się w Internecie.

Opisany tutaj efekt może też stanowić temat bardziej zaawansowanych prac ilościowych, wykonywanych podczas zajęć koła zainteresowań lub konkursu fizycznego. W tym drugim przypadku przedmiotem uczniowskich badań może być wyodrębnienie i sformułowanie związków między wielkościami fizycznymi, wpływającymi na kształt powierzchni paraboloidy, tworzonej przez opadającą ciecz, w szczególności weryfikacja granic stosowalności wzoru (1).

Film wodny po odrzucie czasem zachowuje się w zaskakujący sposób i wraz ze zmianą prędkości wypływu zmienia kształt z powierzchni paraboidalnej na silnie zwężoną u dołu powierzchnię zbliżoną do fragmentu powierzchni elipsoidalnej (por. fot. 7.a i 7.b). Prawdopodobną przyczyną tego jest dzianie sił między cząsteczkami wody (siły spójności) i napięcie powierzchniowe, które dążą do zachowania ciągłości powierzchni, mimo wzrostu prędkości opadania.

Problem ten wymaga jednak dokładniejszego zbadania. Odskok hydrauliczny ma również istotne znacznie praktyczne, ponieważ zachodzi podczas przepływu w różnych budowlach hydrotechnicznych, np. stopniach wodnych, śluzach, zaporach. Naturalnym miejscem występowania tego efektu są niektóre wodospady. Dlatego to zjawisko stanowi częsty temat ćwiczeń laboratoryjnych dla studentów niektórych kierunków technicznych, np. budownictwa wodnego [4]. W podręcznikach i instrukcja do tych ćwiczeń znajduje się wiele informacji przydanych do dokładniejszego poznania tego zjawiska.

Stanisław Bednarek
Wydział Fizyki i Informatyki Stosowanej Uniwersytetu Łódzkiego

Fotografie autora

LITERATURA

[1] M. Lisicki, Kuchenna mechanika płynów, czyli fizycy uwięzieni, „Fizyka w Szkole Czasopismo dla Nauczycieli", nr 2 (379), s. 16 (2022)
[2] A. J. T. M. Mathijssen, M. Lisicki, V. N. Prakash i E. J. L. Mossige, Culinary fluid mechanics and other currents in food science, arXiv:2201.12128 [cond-mat, physics:physics], sty. 2022. Dostępne na:http://arxiv.org/abs/2201.12128
[3] S. Bednarek, Podstawowe doświadczenia pokazowe z reologii i magnetoreologii, „Postępy Fizyki, Dwumiesięcznik Polskiego Towarzystwa Fizycznego", z. 1, t. 53, s. 33 (2002)
[4] J. Sawicki, W. Szpakowski, K. Weinerowska (red.), E. Wołoszyn, P. Zima, Laboratorium mechaniki płynów, Wydawnictwo Politechniki Gdańskiej, Gdańsk, s. 149 (2004)

eprasa.pl 02e46da152

„Doświadczenia skutków rzeczy pod zmysły podpadających ...”

– tarcie, siła odśrodkowa i lepkość

W latach 1765-1776 r. zostało wydane w Poznaniu dzieło życia księdza Józefa Feliksa Rogalińskiego pod długim, barokowym tytułem, zaczynającym się od słów zacytowanych w tytule tego artykułu [1]. Jest to obszerna, czterotomowa praca, licząca ponad 2000 stron, uważna obecnie za pierwszy podręcznik fizyki w języku polskim.

Stanisław Bednarek

Początkowe słowa tytułu bardzo dobrze charakteryzują proces poznawczy w naukach przyrodniczych, gdzie rozstrzygające znacznie mają eksperymenty i obserwacje. Chociaż obecnie skutki tych działań są przetwarzane i rejestrowane przy użyciu coraz bardziej skomplikowanej aparatury naukowej i komputerów, to i tak w końcu oddziałują na zmysły eksperymentatorów. Celem tego artykułu jest podanie opisów kilku interesujących i łatwych do wykonania doświadczeń, których wyniki w zaskakujący sposób mogą podziałać na zmysły uczniów i nauczyciela.

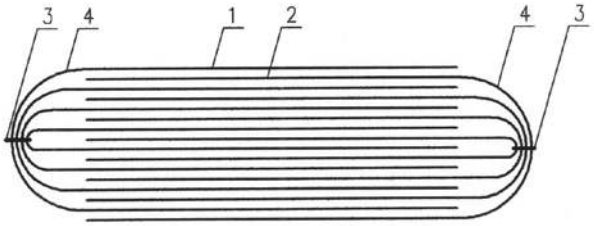
Tarcie zeszytów

Do tych doświadczeń wystarczą dwa, nawet cienkie zeszyty, o jednakowej liczbie kartek i o takim samym formacie. W przeprowadzonych eksperymentach wykorzystano dwa zeszyty szesnastokartkowe formatu A5, czyli o rozmiarach ok. 210×149 mm. Takie zeszyty są dostępne już po 95 gr. za sztukę. Można też wykorzystać zeszyty zapisane, jeżeli ich kartki nie są pogniecione.

Przygotowanie zeszytów do doświadczeń polega na połączeniu dwóch zeszytów ze sobą. W tym celu kartki i okładki jednego zeszytu należy powkładać na przemian między kartki drugiego zeszytu w sposób pokazany na rys. 1. W podstawowej wersji doświadczenia kartki powinny zachodzić na siebie prawie na całą szerokość zeszytów. Tak przygotowane zeszyty przedstawia fot. 1.

Do wykonania doświadczenia potrzebne są dwie osoby. W wersji interaktywnej można zaprosić dwóch uczniów, którzy stają naprzeciw siebie. Każdy uczeń chwyta oburącz za jeden zeszyt, trzymając go placami po stronie grzbietowej, gdzie znajdują się zszywki. Polecamy uczniom, żeby rozdzielili zeszyty, ciągnąc je każdy w swoim kierunku. Okazuje się, że mimo usilnych starań jest to niewykonalne. Do tego celu jest potrzebna bardzo duża siła, przekraczająca możliwości człowieka.

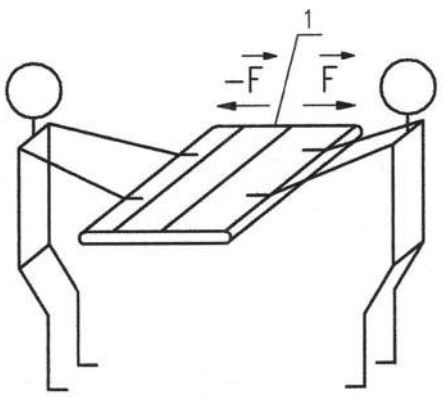
To doświadczenie należy powtórzyć w dwóch wariantach, zmieniając sposób połączenia zeszytów. W pierwszym wariancie kartki zeszytów należy poprzekładać, podobnie jak poprzednio, ale powinny one zachodzić na siebie tylko do połowy ich szerokości (rys. 3, fot. 2). W drugim wariancie kartki powinny zachodzić na siebie prawie na całą szerokość zeszytów, ale przekładając je należy składać razem po dwie kartki z każdego zeszytu (rys. 4).



Rys. 1. Sposób poprzekładania kartek zeszytów pokazany z boku – wersja podstawowa: 1 – kartka pierwszego zeszytu, 2 – kartka drugiego zeszytu, 3 – zszywka, 4 – część grzbietowa zeszytu.

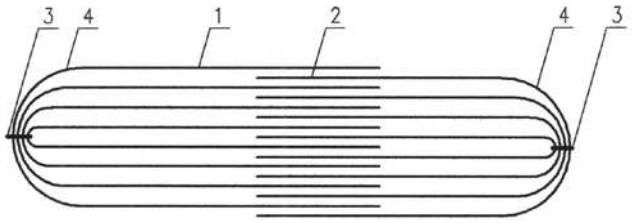


Fot. 1. Podstawowa wersja przygotowania zeszytów do doświadczeń.



*Rys. 2. Schemat doświadczenia z wyciąganiem zeszytów: 1 – zeszyty z poprzekładanymi kartkami; **F** – siła rozciągająca.*

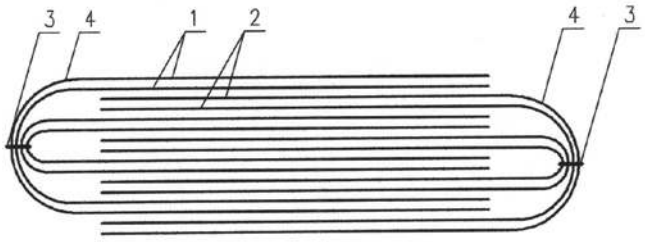
eprasa.pl 02e46da152



Rys. 3. Sposób poprzekładania kartek zeszytów pokazany z boku – wersja ze zmniejszoną powierzchnią kartek; oznaczenia cyfrowe są takie same jak na rys. 1.



Fot. 2. Przygotowanie zeszytów do doświadczeń w wersji o zmniejszonej powierzchni.



Rys. 4. Sposób poprzekładania kartek zeszytów pokazany z boku – wersja ze złożonymi wielokrotnie kartkami: 1 – złożone kartki pierwszego zeszytu, 2 – złożone kartki drugiego zeszytu, 3 – zszywka, 4 – część grzbietowa zeszytu.

Po powtórzeniu doświadczenia z zeszytami, których kartki zostały złożone według dwóch zmienionych sposobów okazuje się, że rozdzielenie zeszytów jest znacznie łatwiejsze. Wykonując to doświadczenie nie zaszkodzi zachować ostrożność i zapewnić trochę wolnego miejsca wokół osób rozciągających zeszyty, żeby w przypadku ich rozdzielenia ktoś przypadkowo nie uderzył w twardy przedmiot lub w inną osobę.

Teraz pytanie; dlaczego tak się dzieje? Na lekcjach fizyki uczniowie dowiadują się, że wartość siły tarcia T zależy od siły nacisku N i od współczynnika tarcia f, zgodnie ze wzorem

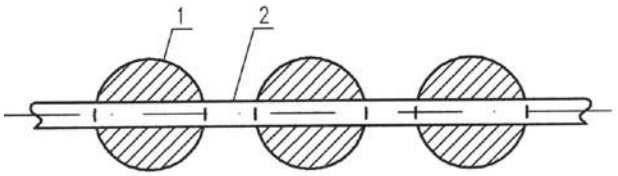
$$T = f N \qquad (1)$$

natomiast nie zależy od wielkości trących się powierzchni. To jest jednak znacznie uproszczony opis zjawiska tarcia [2, 3]. Rozdzielenie zeszytów złożonych według dwóch zmienionych wariantów okazało się o wiele łatwiejsze, ponieważ w tych przypadkach wielkość trących się powierzchni była mniejsza. Zgodnie z tym, we wzorze (1) należy dodać drugi składnik, który zależy od powierzchni styku trących się ciał S i ten składnik w pewnych przypadkach ma decydujące znacznie, co okazało się w przeprowadzonych eksperymentach.

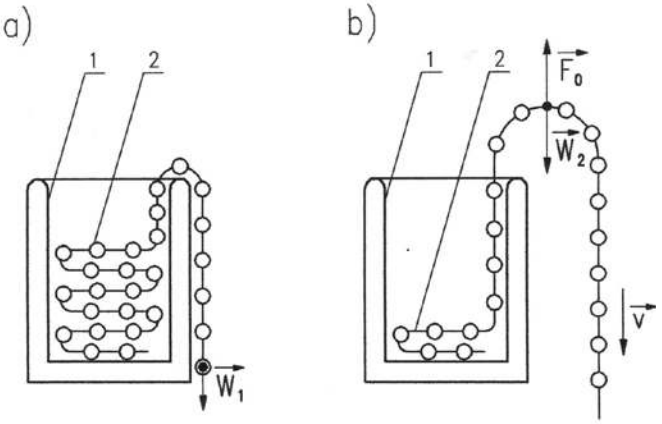
Zaskakujący łańcuszek

Żeby wykonać to doświadczenie należy zaopatrzyć się w łańcuszek o długości ok.1 m lub większej, przeznaczony do zwijania rolet lub przesuwania zasłon i trzy niewielkie naczynia szklane o różnych wysokościach. Wspomniany łańcuszek ma budowę pokazaną na rys. 5 i składa się z metalowych, albo plastikowych kulek o średnicy ok. 3 mm, zamocowanych w równych odległościach od siebie na giętkiej lince, wykonanej z plastiku. Naczyniami szklanymi mogą być małe zlewki, szklanki lub kieliszki. Ważne, żeby górny brzeg tych naczyń był zaokrąglony – może być wygięty na zewnątrz, jak w przypadku zlewek, i nie był zbyt cienki. Pojemność najmniejszego naczynia powinna umożliwiać włożenie do niego całego łańcuszka. Zaokrąglony lub wywinięty brzeg naczynia zmniejsza hamowanie łańcuszka.

Przed rozpoczęciem doświadczenia łańcuszek należy włożyć do naczynia o średniej wysokości w sposób pokazany na rys. 6.a. Ważne jest, żeby kolejne odcinki łańcuszka nie były poprzeplatane ze sobą w kierunku pionowym, ani splątane, a tylko leżały jeden na drugim. Naczynie z łańcuszkiem należy trzymać poniesione wysoko jedną ręką. W tej pozycji drugą ręką trzeba wyciągnąć z naczynia górny



Rys. 5. Budowa łańcuszka pokazana w przekroju: 1 – kulka, 2 – linka.



Rys. 6. Sposób przeprowadzenia doświadczenia z łańcuszkiem: a) sytuacja początkowa, b) sytuacja końcowa: 1 – małe naczynie szklane, 2 – łańcuszek, $\mathbf{W}_1$ – ciężar zwisającej części łańcuszka, $\mathbf{F}_o$ – siła odśrodkowa, $\mathbf{W}_2$ – ciężar zewnętrznej części łańcuszka, $\mathbf{v}$ – prędkość łańcuszka.

eprasa.pl 02e46da152



Fot. 3. Łańcuszek w sytuacji początkowej.



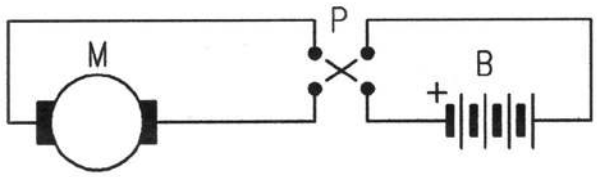
Fot. 4. Łańcuszek w końcowej fazie ruchu.

odcinek łańcuszka o długości kilkunastu centymetrów i poprzez brzeg naczynia skierować go pionowo w dół, a następnie puścić swobodnie (fot. 3). W tej sytuacji łańcuszek zaczyna opadać, początkowo ślizgając się po brzegu i wyciągając jego kolejne odcinki z naczynia. Po upływie kilku sekund odcinek łańcuszka poruszający się nad brzegiem naczynia unosi się ku górze i tworzy coraz większy łuk (rys. 6.b, fot. 4).

Co jest przyczyną tego zadziwiającego zachowania się łańcuszka? Odcinek łańcuszka, nad górnym brzegiem naczynia musi poruszać się po łuku. Dlatego na ten odcinek działa siła odśrodkowa, skierowana ku górze. Prędkość łańcuszka wzrasta, wraz ze wzrostem długości jego części, która już wysunęła się z naczynia. Wzrost prędkości powoduje również zwiększenie siły odśrodkowej, a jej wartość w pewnym momencie staje się większa niż wartość ciężaru odcinka łańcuszka, znajdującego się na zewnątrz naczynia i wtedy ten odcinek łańcuszka unosi się ku górze.

Ruch łańcuszka odbywa się pod działaniem wzrastającego ciężaru jego odcinka, który już wysunął się z naczynia. Masa tego odcinka też wzrasta. Jest to więc przykład ruchu ciała o zmiennej masie pod dzianiem zmiennej siły [4]. Dokładny opis tego ruchu wymaga zastosowania skomplikowanego równania różniczkowego, uwzględniającego wiele czynników. Nieco łatwiej przybliżony opis ruchu można uzyskać stosując zasadę zachowania energii mechanicznej. W tym przypadku należy napisać Hamiltonian, czyli funkcję całkowitej energii mechanicznej łańcuszka w zależności od czasu.

Zamiast rozważań teoretycznych łatwiej wykonać jeszcze dwa eksperymenty. Doświadczenie należy powtórzyć po ułożeniu łańcuszka raz w naczyniu o mniejszej wysokości, a następnie w naczyniu o wysokości większej. W pierwszym przypadku wysokość, osiągnięta przez łańcuszek na brzegiem naczynia będzie większa. Powód tego stanowi wzrost prędkości łańcuszka, który jest łatwiej przyspieszany. Bez trudu da się zauważyć, że tym przypadku do wprawienia w ruch pozostaje odcinek łańcuszka o mniejszej długości i mniejszej masie, znajdujący wewnątrz naczynia między jego górnym brzegiem i częścią łańcuszka, leżącą na jego dnie. W przypadku naczynia o większej wysokości sytuacja będzie odwrotna.



Rys. 7. Schemat obwodu mieszadełka: M – mikrosilnik na prąd stały, P – przełącznik, B – bateria.

Mieszanie cieczy

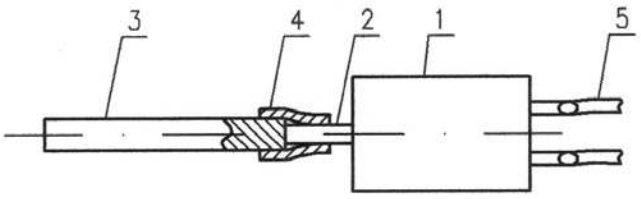
Do doświadczenia będzie potrzebne małe mieszadełko z napędem elektrycznym. Takie mieszadełko łatwo wykonać samemu, wykorzystując mikrosilnik elektryczny, czyli mały silniczek prądu stałego np. od napędu zabawek o napięciu zasilania 3-6 V. Schemat połączenia elementów mieszadełka przedstawia rys. 7. Przełącznik służy do zmiany kierunku obrotów silniczka. Do jego zasilania zastosowano baterie typu AA, czyli tzw. „paluszki", umieszczone w pojemniku. Bardzo prostymi i wygodnym rozwiązaniem okazało się przymocowanie wyłącznika od lampki nocnej do obudowy silniczka taśmą izolacyjną oraz wykorzystanie krokodylków i wtyczek bananowych do zmiany jego kierunku obrotów (fot. 5). Elementem obracającym się i zanurzanym w cieczy był pręcik z tworzywa sztucznego o średnicy 8 mm i długości 6 cm, połączony z osią silniczka za pomocą kawałka koszulki termokurczliwej (rys. 8). Oprócz tego należy przygotować dwa niewielkie, szklane naczynia z cieczami o znacznie różniących się lepkościach. Najprostszym rozwiązaniem jest użycie wody jako pierwszej z tych cieczy i słoików od produktów spożywczych o pojemności ok. 200 ml w roli naczyń. Jako druga ciecz najlepszy okazał się sos tatarski, ale dobrze widoczny efekt uzyskano też z innymi sosami, musztardą, farbą emulsyjną i żywicą epoksydową.

Wykonanie doświadczenia jest bardzo proste. Koniec obracającego się pręcika należy włożyć do naczynia z wodą. Widać wtedy, że wokół pręcika utworzy się zagłębienie w kształcie lejka (rys. 9.a, fot. 6). Jeżeli zmienić kierunek obrotu pręcika, to okaże się, że kształt tego zagłębienia będzie taki sam. Gdy jednak koniec obracającego się pręcika zostanie zanurzony w naczyniu z jedną z cieczy wymienionych w drugim przypadku, wtedy zachodzi zadziwiający efekt. Zamiast spodziewanego zagłę-

eprasa.pl 02e46da152



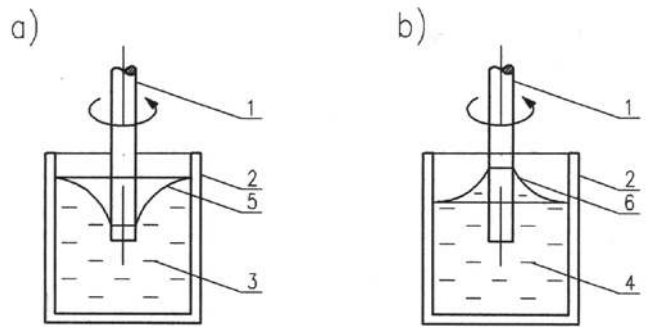
Fot. 5. Przykład wykonania mieszadełka.



Rys. 8. Przykładowy sposób połączenia mikrosilnika z prętem: 1 – mikrosilnik na prąd stały, 2 – oś mikrosilnika, 3 – pręt, 4 – koszulka termokurczliwa, 5 – przewód silnika.

bienia obserwuje się wzniesienie cieczy wokół pręcika (rys. 9.b, fot. 7). Wygląda na to, że ciecz „nawija się" na wirujący pręcik. Kształt tego wzniesienia również nie zależy do kierunku obrotów pręcika.

Co jest przyczyną tak różnego zachowania się obu cieczy? Potocznie mówi się, że woda i jedna cieczy użytych w drugiej części doświadczenia, np. sos, różnią się gęstością. Zgodnie z nazewnictwem przyjętym w fizyce jest to nieporozumienie. Gęstość w fizyce jest zdefiniowana masa jednostki objętości ciała. Przy takiej definicji gęstości sosu i wody są prawie takie same i nie można na tej podstawie wytłumaczyć ich zupełnie różnego zachowania. Na obie



Rys. 9. Sposób przeprowadzenia doświadczenia z cieczami o różnej lepkości: a) z cieczą newtonowską, b) z cieczą nienewtonowską: 1 – wirujący pręt, 2 – małe naczynie szklane, 3 – ciecz newtonowska, 4 – ciecz nienewtonowska, 5 – powierzchnia zagłębiania, 6 – powierzchnia wzniesienia.



Fot. 6. Zagłębienie w wodzie spowodowane ruchem obrotowym.



Fot. 7. Wzniesienie cieczy nienewtonowskiej (sos tatarski) spowodowane ruchem obrotowym.

tych cieczy podczas mieszania działa przecież siła odśrodkowa, która powinna spowodować utworzenie zagłębiania.

Powszechnie widomo, że sos jest znacznie trudniej wprawić w ruch, np. przez mieszanie lub wylewanie ze słoika, niż wodę. Tej własności cieczy, polegającej na stawianiu przez nie oporu podczas przepływu. W fizyce przypisuje się wielkość nazywaną lepkością. Tak więc sos czy olej mają większą lepkość niż woda. Jednak duża wartość lepkości nie wystarcza, żeby uzyskać wzniesienie cieczy podczas mieszania. Do tego potrzeba jeszcze, żeby lepkość miała różne wartości w różnych kierunkach, czyli była anizotropowa. Taka sytuacja występuje m.in. w pewnych zawiesinach, do których należą także sosy i farby. W przypadku tych cieczy ruch w jednym kierunku powoduje, dzięki oddziaływaniu ze sobą ich składników, również ruch w kierunku prostopadłym. To właśnie tłumaczy „nawijanie się" sosu na pręcik podczas mieszania.

Zaobserwowane zjawisko nazywa się efektem Weisenberga i można je zaobserwować m.in. podczas wyrabiania ciasta, mieszania farb i klejów. Dodatkowo lepkość niektórych cieczy zależy od prędkości ruchu [5]. Ciecze o takiej własności są nazywane reologicznymi albo nienewtonowskimi w odróżnieniu od cieczy newtonowskich, dla których lepkość jest stała, np. wody.

Stanisław Bednarek
Wydział Fizyki i Informatyki Stosowanej Uniwersytetu Łódzkiego

(fotografie autora)

Literatura

[1] J.F. Rogaliński, Doświadczenia skutków rzeczy pod zmysły podpadających na publicznych posiedzeniach w szkołach poznańskich Societatis Jesu na widok wystawione y wykładane przez x. Józefa Rogalińskiego, tegoż zakonu, matematyki i fizyki doświadczającey nauczyciela, a dla łatwiejszego słuchających y patrzących poięcia za dozwoleniem zwierzchności do druku poddane, (pisownia oryginalna), Drukarnia Jezuicka, Poznań 1765-1776.
[2] H. Stöker, Nowoczesne kompendium fizyki, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2010.
[3] W. Mizerski (red.), Tablice fizyczno-astronomiczne, Wydawnictwo Adamantan, Warszawa 2013.
[4] J. Leyko, Mechanika ogólna, t. 1, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2016.
[5] J. Ferguson, Z. Kembłowski, Reologia stosowana płynów Wydawnictwo Marcus, Łódź 1995.

eprasa.pl 02e46da152

Dia- czy paramagnetyk? Oto jest pytanie!

W artykule został opisany prosty i skuteczny układ, przeznaczony do wykrywania przedmiotów, wykazujących słabe właściwości magnetyczne. Korzystając z tego układu można wykonać doświadczenia, których zwykle nie wykonuje się w szkole, ponieważ są uważane za zbyt trudne lub się nie udają.

Stanisław Bednarek
Jacek Ćwik

Wykrywanie przedmiotów wykonanych z materiałów ferromagnetycznych jest łatwe, ponieważ te przedmioty są silnie przyciągane przez magnesy trwałe i jest to powszechnie znane. Wiele przedmiotów w naszym otoczeniu jest jednak zrobionych z materiałów, które słabo albo bardzo słabo oddziałują z polem magnetycznym. Są to materiały dia-, albo paramagnetyczne.

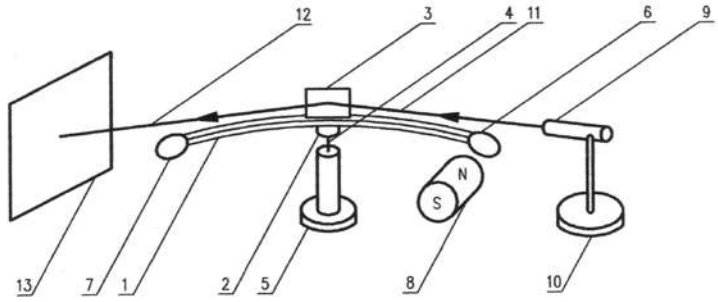
Materiały diamagnetyczne bardzo słabo oddziałują z polem magnetycznym i są wypychane z obszaru o większej wartości indukcji pola. Z kolei materiały paramagnetyczne oddziałują z polem magnetycznym nieco silniej i ulegają wciąganiu w obszar pola o większej wartości indukcji [1].

Informacja o tym jest zwykle podawana uczniom „na wiarę" bez poparcia eksperymentalnego, ponieważ wykonanie odpowiedniego doświadczenia w warunkach szkolnych jest uważane za zbyt trudne. Okazuje się, że wcale tak być nie musi. Opisany w tym artykule układ doświadczalny pozwala przy użyciu prostych środków skutecznie wykrywać materiały o słabych właściwościach magnetycznych i odróżniać diamagnetyczne od paramagnetycznych.

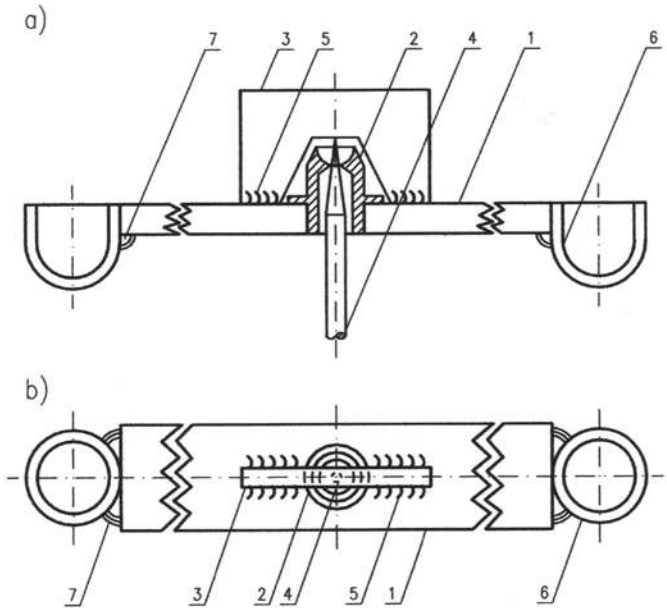
Budowa układu doświadczalnego

W budowie układu wykorzystano dwa pomysły. Pierwszy z nich polega na zwiększeniu niewielkiej siły oddziaływania dia- albo paramagnetyków z ogólnie dostępnymi magnesami trwałymi, tak żeby pokonać moment sił oporu ruchu i zauważyć skutek tego oddziaływania [2]. Ten pomysł zrealizowano przez zastosowanie długiej i lekkiej dźwigni, która może obracać się z małym tarciem. Drugi pomysł polega na uwidocznieniu dla dużej grupy osób małych zmian położenia dźwigni. Odbywa się to na ekranie przy użyciu wiązki światła ze wskaźnika laserowego, czyli tzw. „dźwigni optycznej" [3]. Układ doświadczalny, w którym dwa wspomniane pomysły są zastosowane przedstawia rys. 1.

Do budowy układu będzie potrzebna cienka i lekka listewka 1 o długości ok. 1 m i przekroju poprzecznym w kształcie prostokąta lub kwadratu o boku 3-5 mm. Listewka może być wykonana z drewna sosnowego i wtedy jest do nabycia w sklepie z artykułami budowlanymi, albo z balsy – bardzo lekkiego i dość wytrzymałego drewna i takie listewki są dostępne w sklepach z artykułami dla modelarzy lub dla plastyków. W połowie długości listewki należy wywiercić przelotowy otwór o średnicy, umożliwiającej umieszczenie w nim dolnej części metalowej końcówki 2 zużytego wkładu do długopisu (rys. 2). Końcówka 2 powinna być wcześniej umyta alkoholem z resztek tuszu i należy z niej wypchnąć piszącą kuleczkę przy pomocy igły. Dolną część tak przygotowanej końcówki 2 smaruje się klejem epoksydowym 5, np. Poxipol i umieszcza w otworze listewki 1 (rys. 2a).



Rys. 1. Schemat układu doświadczalnego; 1 – cienka listewka sosnowa albo z balsy, 2 – łożysko z końcówki wkładu do długopisu, 3 – zwierciadełko płaskie z kawałka folii lustrzanej, 4 – cienka igła, 5 – podstawka igły, 6 – badany obiekt, np. owoc winogrona, 7 – przeciwciężar, 8 – magnes trwały neodymowy, 9 – wskaźnik laserowy, 10 – podstawka wskaźnika laserowego, 11 – wiązka światła padająca, 12 – wiązka światła odbita, 13 – ekran.



Rys. 2. Szczegóły przygotowania listewki: a) widok z boku, b) widok z góry; cyfry 1-4 mają takie same znaczenie, jak na rys. 1, 5, 7 – klej epoksydowy, 6 – połowa kapsułki od lekarstwa, albo miseczka z wytłoczki (tzw. blistra) od tabletek.

eprasa.pl 02e46da152



Fot. 1. Wygląd wykonanej listewki do wykrywania materiałów magnetycznych z owocami winogrona na końcach.

Po stwardnieniu kleju 5, trwającym ok. 10 min., nad wystającą z listewki 1 ku górze końcówką wkładu 2 należy przykleić małe zwierciadełko płaskie 3, używając tego samego kleju 5. Najprostszy sposób uzyskania takiego zwierciadełka, to wycięcie prostokąta o wymiarach ok. 1,5 x 3 cm z kawałka folii lustrzanej. Arkusz takiej folii formatu A4 można kupić w sklepach z artykułami papierniczymi lub artykułami dla plastyków. W arkuszu należy też zrobić trójkątne wycięcie na wystającą część końcówki 2 od wkładu. Zwierciadełko 3 ustawia się w podłużnej płaszczyźnie symetrii listewki 1, (rys. 2.b), nakłada klej 5 na jego dolny brzeg oraz wycięcie i pozostawia nieruchome w tej pozycji przez ok. 10 min.

Tak przygotowaną listewkę 1 trzeba nałożyć na ostrze cienkiej igły 4, osadzonej w podstawce 5, wykonanej z materiału nieferromagnetycznego (fot. 1). Igłę 4 wprowadza się od dołu w otwór końcówki 2 wkładu do długopisu. Można również wykorzystać w tym celu drewnianą lub plastikową podstawkę od igły magnetycznej. Ważne jest, żeby ostrze igły 4 weszło luźno do otworu końcówki 2, a listewka 1 obracała się w płaszczyźnie poziomej z jak najmniejszym tarciem. Gdyby ostrze w gotowej podstawce było zbyt grube, należy je spiłować.

Eksperymenty

Oczywiście, doświadczenia muszą być wykonywane w miejscu, gdzie nie ma powiewów powietrza i wstrząsów. Dla zachowania poprawności metodologicznej (kanonów jedynej różnicy i jedynej zgodności), należy najpierw pokazać, że końce listewki 1 bez umieszczonych na nich badanych przedmiotów lub materiałów 6 nie oddziałują w zauważalny sposób z polem magnetycznym zastosowanych magnesów. Co prawda, drewno jest diamagnetykiem. Jeżeli jednak zastosowana listewka jest dostatecznie cienka i nie zwiera zanieczyszczeń, szczególnie materiałami ferromagnetycznymi, np. drobnymi opiłkami, żelaza, które mogły się do niej przypadkowo przykleić w czasie obróbki, to jej oddziaływanie będzie niezauważalne.

Badane przedmioty lub materiały 6, umieszcza się na jednym z końców listewki 1 i równoważy przeciwciężarem 7, tak żeby ramiona listewki zajmowały pozycję symetryczną względem pionowej osi obrotu. Jeżeli obiekt jest miękki, np. owoc winogrona, truskawka, kawałek plasteliny, to można go nałożyć na listewkę wbijając na jej koniec (fot. 1). Obiekty o małych rozmiarach w granicach kilku milimetrów, np. kawałek grafitu, można położyć bezpośrednio na końcu listewki.

Po umieszczeniu badanego obiektu na końcu listewki trzeba poczekać aż ustaną jej wahania. Do badanych obiektów należy powoli zbliżyć na odległość kilku milimetrów magnes trwały 8, wykonany ze spieku proszków żelaza, neodymu i boru, pokryty ochronną warstwą niklu, nazywany potocznie magnesem neodymowym.

Jeżeli badany obiekt ma właściwości diamagnetyczne, bo np. zwiera dużo wody, tak jak owoce winogrona, to nastąpi jego odpychanie od magnesu. W przypadku obiektów paramagnetycznych efekt będzie odwrotny. Ponieważ listewka ma pewien moment bezwładności, więc po przeniesieniu magnesu na przeciwną stronę obiektu należy poczekać aż jej ruch ulegnie wyhamowaniu i wtedy dopiero będzie widoczny właściwy efekt oddziaływania obiektu z magnesem.

Szczególnie widowiskowe i łatwe do wykonania jest wykazanie właściwości diamagnetycznych wody przy użyciu dwóch dużych owoców winogrona. Listy substancji dia- i paramagnetycznych wraz z wartościami przenikalności lub podatności magnetycznej, które stanowią informację o sile ich oddziaływania z polem magnetycznym są podawane w tablicach fizycznych, np. [4].

Ze względu na znaczną wartość indukcji pola wytwarzanego przez magnesy neodymowe, należy zachować ostrożność podczas ich używania. W szczególności trzeba usunąć przedmioty ferromagnetyczne o dużych rozmiarach oraz magnetyczne nośniki danych z miejsca doświadczeń. Nie wolno też puszczać swobodnie magnesów, ponieważ mogą przycisnąć skórę palców, a z powodu kruchości spieku ulec pęknięciu podczas uderzenia. Osoby z różnego rodzaju implantami medycznymi nie powinny używać tych magnesów bez uprzedniej konsultacji z lekarzem.

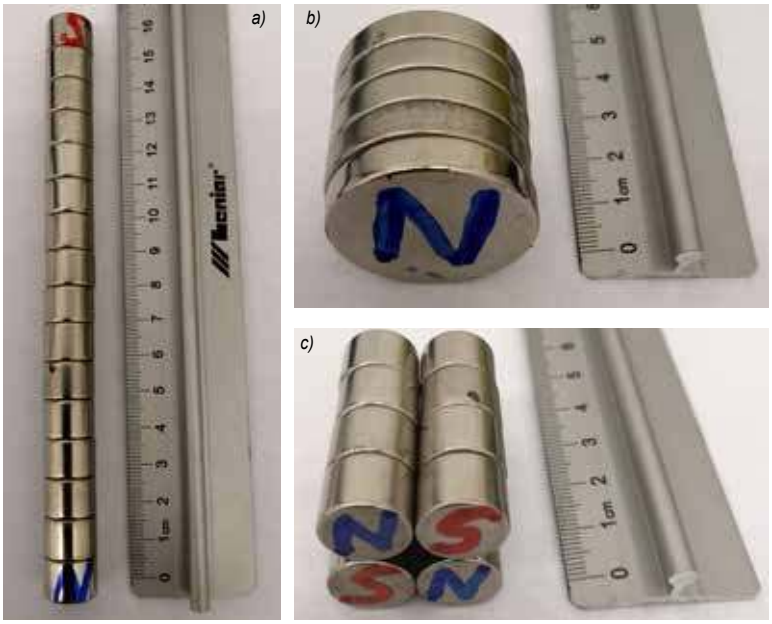
Ulepszenia układu

Efekty doświadczalne w opisanym układzie są już widoczne przy użyciu pojedynczych magnesów neodymowych w kształcie walca o rozmiarach ok. 1,5 cm. Siła oddziaływania badanych obiektów z magnesem zależy jednak nie tylko od wartości indukcji pola magnetycznyego, ale też od jego niejednorodności, której miarą jest gradient. Dokładniej, wartość tej siły jest wprost proporcjonalna do iloczynu tych wielkości i objętości obiektu zawartej w tym polu [5]. Dlatego w niejednorodnym polu powinien znajdować cały obiekt.

Niestety, łatwo dostępne w handlu magnesy neodymowe mają zwykle niewielkie rozmiary. Żeby w przypadku niektórych materiałów zauważyć wyraźniejsze efekty, można użyć większej liczby magnesów złożonych w odpowiedni sposób. Przykłady takich zestawów przedstawia fot. 2. Zestaw w kształcie długiego pręta, złożony z dużej liczby magnesów walcowych (fot. 2.a) pozwala zwiększyć wartość indukcji magnetycznej przy końcowych magnesach, ponieważ długi pręt ma mniejszy współczynnik odmagnesowania [6].

Zestaw, składający się z kilku magnesów o większej średnicy (fot. 2.b) umożliwia objęcie polem magnetycznym

eprasa.pl 02e46da152



Fot. 2. Zestawy magnesów neodymowych używanych podczas doświadczeń: a) odpowiednik długiego magnesu sztabkowego, b) krótki magnes o zwiększonym polu przekroju poprzecznego, c) zestaw czerech krótkich magnesów o zwiększonym gradiencie pola.

całego obiektu. Z kolei zestaw czerech magnesów, ustawionych obok siebie z naprzemiennie skierowanymi biegunami (fot. 2.c), daje wzrost gradientu pola i objętości zajmowanej przez to pole.

Do pokazania obrotu listewki 1 o niewielki kąt dużej grupie osób jest przeznaczony układ rozbudowany o wskaźnik laserowy 9, zamocowany na podstawce 10 i ekran 13 (rys. 1). Wskaźnik 9 emituje wiązkę światła 11, padającą na zwierciadełko 3, która następnie jako wiązka odbita 12 daje plamkę świetlną na ekranie 13. Jeżeli, w wyniku oddziaływania obiektu 6 umieszczonego na listewce 1 z magnesem 8, nastąpi obrót zwierciadełka 3 i zmiana kąta padania wiązki 11 o $\Delta\alpha$, to kąt odbicia wiązki 12 zmieni się o $2\Delta\alpha$. Oprócz tego ekran 13 może być ustawiony w odległości kilku metrów od zwierciadełka 3. Dzięki temu przesunięcie plamki świetlnej na ekranie będzie duże i dobrze widoczne dla licznej grupy osób.

Żeby umożliwić badanie cieczy i materiałów sypkich za pomocą opisanego układu, należy na końcach listewki 1 przykleić klejem epoksydowym dwa małe pojemniczki 6 (rys. 2), wykonane z cienkiej, niemetalowej folii. Dobrze nadają się do tego celu połowy kapsułki od lekarstwa lub miseczki otrzymane przez odcięcie zagłębienia wytłoczki na tabletki, tzw. blistra. Ilość materiału tego pojemniczka powinna być na tyle mała, żeby jego oddziaływanie w stanie pustym z zastosowanymi magnesami było niezauważalne.

Podsumowanie

Opisany w tym artykule układ jest jednym z przykładów na to, że doświadczania uważane za trudne lub niemożliwe do wykonania w warunkach szkolnych dają się z powodzeniem przeprowadzić, jeżeli będą zastosowane odpowiednie materiały i umiejętnie dobrane ważne parametry układu. Używane do opisanych doświadczeń magnesy neodymowe są wykonane z nowoczesnych materiałów spiekanych, których technologia została opracowana w latach osiemdziesiątych XX w. [7]. Z kolei zastosowanie długiej i lekkiej listewki, ułożyskowanej na igle i końcówce wkładu do długopisu, pozwala zwiększyć niewielki moment sił oddziaływania magnetycznego i pokonać opory ruchu. Wskaźnik laserowy jest wprost idealnym źródłem światła, dającym niemal równoległą wiązkę bez dodatkowych elementów optycznych. Pomyślne przeprowadzenie w szkole trudnego doświadczenia wzbudza też wiele pozytywnych emocji, umacnia wiarę we własne siły i podnosi autorytet nauczyciela.

Interpretując zaobserwowane efekty doświadczeń, trzeba jednak zachować krytyczne podejście i nie wyciągać zbyt szybko końcowych wniosków. W którymś z doświadczeń może się zdarzyć, że badany materiał będzie przyciągany, co sugerowałoby posiadanie właściwości paramagnetycznych. W odpowiednich tablicach ten materiał będzie jednak zaliczany do diamagnetyków, a więc powinien być odpychany. Tak może się zdarzyć, gdy badany materiał będzie zanieczyszczony nawet niewielką ilością substancji o znacznie silniejszych właściwościach paramagnetycznych lub ferromagnetycznych, np. mikroskopijnymi opiłkami stali z narzędzia używanego do przycięcia kwakała tego materiału.

W przeprowadzonych doświadczeniach nie jest przecież badany skład chemiczny materiałów. Z kolei w przypadku badania kawałków metalu o małym oporze właściwym, np. miedzi czy aluminium, może okazać się, że są one najpierw odpychane od zbliżanego magnesu, a następnie podczas jego oddalania przyciągane. Taki efekt może być spowodowany indukowaniem prądów wirowych w kawałku metalu i ich oddziaływaniem z magnesem, zgodnie z regułą Lenza. W tym przypadku należy zmniejszyć szybkość ruchu magnesu albo podzielić materiał na mniejsze części.

Stanisław Bednarek
Wydział Fizyki i Informatyki Stosowanej
Uniwersytetu Łódzkiego
Jacek Ćwik
Instytut Niskich Temperatur i Badań Strukturalnych
Polskiej Akademii Nauk we Wrocławiu

Literatura

[1] S. Szczeniowski, Fizyka doświadczalna, cz. III, Elektryczność i magnetyzm, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa (1980), s. 330.
[2] S. Szczeniowski, Fizyka doświadczalna, cz. I, Mechanika i akustyka, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa (1973), s. 303.
[3] S. Szczeniowski, Fizyka doświadczalna, cz. IV, Optyka, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa (1983), s. 25.
[4] W. Mizerski, Tablice fizyczno-astronomiczne, Wydawnictwo Adamantan, Warszawa (2013), s.187.
[5] H. Rawa, Elektryczność i magnetyzm w technice, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa (1994), s. 336.
[6] J. K. Kuryłowicz, Badania materiałów magnetycznych, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa (1964), s. 24.
[7] M. Lenowicz, J. J. Wysłocki, Współczesne magnesy, technologie, mechanizmy koercji, zastosowania, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa (2005), s. 48.

eprasa.pl 02e46da152

WYDANIE SPECJALNE *FIZYKI W SZKOLE*

WERSJA ELEKTRONICZNA – PLIK PDF



- ✓ **Jak to się zaczęło?**
- ✓ **Co to są wielkie pęki?**
- ✓ **Promieniowanie kosmiczne a fizyka cząstek elementarnych**
- ✓ **Promieniowanie kosmiczne a życie na Ziemi**
- ✓ **Zapomniani odkrywcy**
- ✓ **W poszukiwaniu Wyspy Stabilności**

Cena 25 zł
(w tym 8% VAT)

Szczegóły i formularz zamówienia na www.aspress.com.pl/wydania-specjalne/

eprasa.pl 02e46da152

„Doświadczenia skutków rzeczy pod zmysły podpadających ...”

– włoskowatość, aerodynamika i rozpraszanie światła

Stanisław Bednarek

W artykule jest opisanych kilka doświadczeń, dotyczących zjawisk zaliczanych do różnych działów fizyki. Doświadczenia te mają wspólną cechę, polegającą na tym, że mogą być łatwo przeprowadzone przy użyciu przedmiotów codziennego użytku. Ważną cechą zjawisk, których dotyczą opisane doświadczenia są również ich widowiskowe i interesujące wyniki. Dlatego te doświadczenia warto zaproponować do wykonania zarówno przez nauczyciela podczas lekcji, jak również samodzielnie przez uczniów.

Włoskowatość na kolorowo

Zjawisko włoskowatości kojarzy się zwykle z cienkimi rurkami szklanymi. Tym razem stanie się inaczej, a poza tym wartością dodaną doświadczeń będzie jeszcze jeden efekt, polegający na rozdzielaniu związków chemicznych o różnych barwach. Ten efekt ma ważne zastosowanie w chemii analitycznej i nazywa się chromatografią bibułową. Do doświadczenia zostanie wykorzystany niewielki słoik, kilka pasków bibuły filtracyjnej, kolorowe pisaki i ciecz (Rys. 1). Paski powinny mieć szerokość ok. 1,5 cm i długość ok. 10 cm. Zamiast bibuły filtracyjnej może być biały papier, np. do drukarek. Papier nie powinien być zbyt twardy i gładki.

Fragmenty pasków papieru należy zagiąć, tak żeby dało się je zawiesić na górnym brzegu słoika. Dolny koniec paska, znajdujący się wewnątrz słoika, powinien dotykać jego dna, a drugi koniec zwisać na zewnątrz. Na kawałku paska, który będzie umieszczony wewnątrz słoika, należy wykonać w tym samym miejscu kilka kropek, używając do tego celu pisaków. Kropki powinny być wykonane w tym samym miejscu, tzn. jedna na drugiej, w wyniku przyłożenia i przytrzymania końców pisaków o różnych barwach przez kilkadziesiąt sekund.

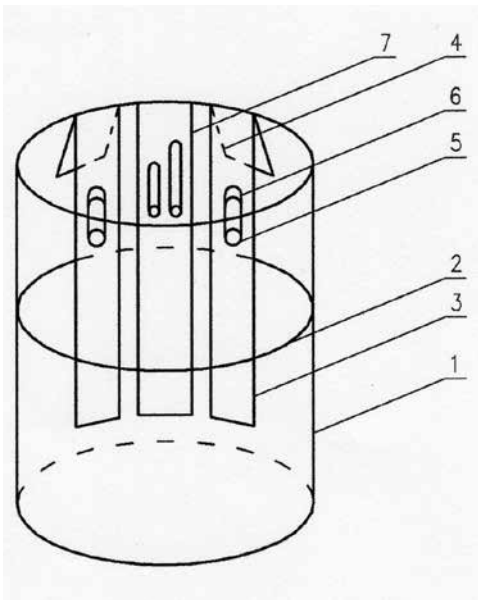
Można też przygotować pasek kontrolny, na którym kropki o różnych barwach będą obok siebie, ale w tej samej odległości od końca paska. Po tym paski należy zawiesić na górnym brzegi słoika i ostrożnie nalać do niego cieczy. W przypadku pisaków wodoodpornych będzie to alkohol etylowy, a przypadku zwykłych pisaków wystarczy woda. Górny poziom cieczy powinien być ok. 1 cm poniżej kropek.

Układ doświadczalny, przygotowany zgodnie z podanym opisem należy pozostawić w spokojnym miejscu na kilkadziesiąt minut. Po tym czasie na paskach będą dobrze widoczne barwne smugi skierowane od kropek pionowo w górę (fot. 1). Smugi o różnych barwach mają różne długości. Na pasku kontrolnym smugi znajdują się obok siebie. Na paskach, na których kropki były wykonane w tym samym miejscu, smugi o jednych barwach wyglądają tak, jakby wychodziły ze smug o innych barwach. Różna długość barwnych smug wynika z różnej szybkości rozchodzenia się substancji, tworzących poszczególne barwy w wykonanych kropkach.

Decydujące znacznie ma tutaj efekt włoskowatości, zachodzący w mikroszczelinach między włóknami zawartymi w papierze [1]. Dzięki temu możliwe jest rozdzielenie związków chemicznych, wchodzących w skład mieszanin i ewentualne poddanie ich dalszym, dokładniejszym badaniom, np. analizie spektralnej [2]. Jak wspomniano wcześniej, ta metoda nazywa się chromatografią bibułową. Do opracowania tej metody w istotny sposób przyczynił się rosyjski chemik i biolog Michaił Cwiet, który również podał prawidłową interpretację jej wyników i nadał nazwę. Cwiet prowadził badania w Warszawie na Politechnice i w Uniwersytecie w pierwszych latach XX w. Nomen omen, warto dodać, że słowo Cwiet w języku rosyjskim oznacza kolor.

Do rozdzielania mieszanin różnych substancji chemicznych można też wykorzystać przepływ prądu elektrycznego przez układ zbudowany podobnie, jak do chromatografii. Zjawisko, które będzie wówczas zachodziło nazywa się elektroforezą. Układ przeznaczony do przeprowadzenia elektroforezy jest pokazany na Rys. 2. W dwóch małych naczyniach szklanych – mogą to być zlewki lub kieliszki, są umieszczone zagięte końce paska bibuły lub papieru z kropką zaznaczonym na nim przy użyciu kilku pisaków o różnych barwach. Pasek jest podobny, jak poprzednio, kropka zaznaczona na środku jego poziomej części. Po wykonaniu kropki pasek należy zwilżyć wodnym roztworem soli kuchennej.

Ten sam roztwór wlewa się też do obu naczyń do takiej wysokości, żeby oba zagięte końce paska były w nim zanu-

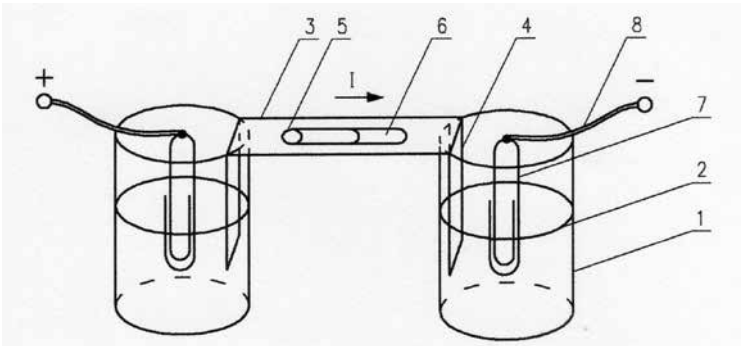


Rys. 1. Budowa układu do chromatografii bibułowej; 1 – słoik, 2 – ciecz, 3 – pasek bibuły filtracyjnej lub papieru, 4 – zagięta część paska, 5 – plamki barwnika, 6 – smugi barwnika, 7 – pasek kontrolny.

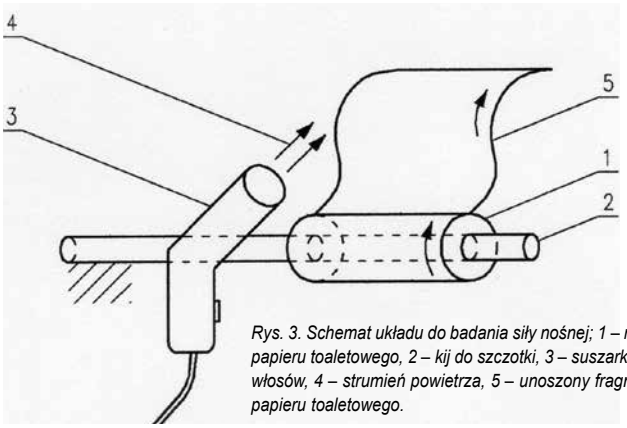


Fot. 1. Barwne smugi otrzymane w jednym z doświadczeń z chromatografią bibułową.

eprasa.pl 02e46da152



Rys. 2. Budowa układu do elektroforezy; 1 – zlewka lub kieliszek, 2 – elektrolit, 3 – pasek bibuły filtracyjnej lub papieru, 4 – zagięta część paska, 5 – plamki barwnika, 6 – smugi barwnika, 7 –duży spinacz biurowy, 8 – przewód, I – natężenie prądu.



Rys. 3. Schemat układu do badania siły nośnej; 1 – rolka papieru toaletowego, 2 – kij do szczotki, 3 – suszarka do włosów, 4 – strumień powietrza, 5 – unoszony fragment papieru toaletowego.

rzone. Na ścianki naczyń trzeba jeszcze nałożyć duże spinacze biurowe, których dolne końce też powinny być zanurzone w roztworze. Do górnych części tych spinaczy są przymocowane końce przewodów w izolacji, przyłączone do źródła prądu stałego o napięciu kilku V. Tym źródłem mogą być 2-3 okrągłe bateryjki, tzw. „paluszki", umieszczone w odpowiednim pojemniku, który kosztuje kila zł. i jest dostępny w sklepach z artykułami elektronicznymi.

Wodny roztwór soli kuchennej jest elektrolitem i umożliwia prądu elektrycznego przez zwilżony nim pasek. Podczas tego przepływu są również przenoszone cząsteczki substancji, które zostały użyte do zaznaczenia kropki. Szybkość tego transportu jest różna dla różnych cząsteczek i zależy m.in. od ich właściwości fizykochemicznych. Podczas przepływu prądu elektrycznego w pasku istnieje pole elektryczne, które oddziałuje na cząsteczki i powoduje ich ruch. Skutkiem tego po pewnym czasie można zaobserwować smugi o różnych barwach, co wskazuje na rozdzielenie różnych substancji, podobnie jak w przypadku chromatografii bibułowej.

Należy wspomnieć, że czasem pole elektryczne, wpływające na ruch cząsteczek w celu ich rozdzielania mieszanin, zastępuje się polem magnetycznym. Zachodzi wtedy zjawisko nazywane magnetoforezą, ale jest trudniejsze do zaobserwowania, ponieważ wymaga dość silnych pól magnetycznych, utrzymywanych przez czas kilkudziesięciu minut.

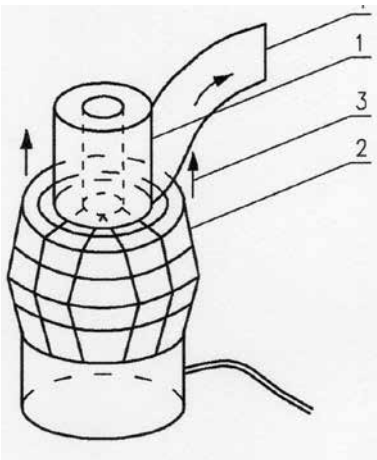
Aerodynamika papieru toaletowego

Siła nośna ma podstawowe znacznie w aerodynamice, ponieważ zabezpiecza przed spadaniem heterodyny, czyli obiekty latające mające średnią gęstość większą od gęstości powierza. Wytworzenie siły nośnej można w uproszczeniu wyjaśnić stosując prawo Bernoulliego. Gdy odpowiednio wyprofilowany płat, np. skrzydło, jest opływane przez strumień powietrza, to ciśnienie powietrza nad płatem jest mniejsze, niż pod nim. Różnica tych ciśnień scałkowana po powierzchni płata daje siłę nośną. Żeby taka różnica się pojawiła, prędkość powietrza na płatem musi być większa, niż pod nim. W tym celu płatom nadaje się odpowiedni profil i są one bardziej wypukłe po stronie górnej, niż od dołu. Strumień powietrza nad płatem ma wtedy do pokonania dłuższą drogę, niż pod nim i musi poruszać się wolniej. Dzięki temu pojawia się siła nośna.

Do wytworzenia siły nośnej będą potrzebne suszarka do włosów i rolka papieru toaletowego. Rolka może być umieszczona na wieszaku bez obudowy, ale lepiej nałożyć ją luźno na poziomo zamocowany pręt, np. kij do szczotki przywiązany do oparcia krzesła. Suszarkę można zastąpić inną, niewielką dmuchawą, np. opalarką, oczywiście z wyłączonym nagrzewaniem. Z rolki trzeba usunąć zewnętrzną warstwę papieru, zabezpieczającą przed rozwijaniem i oderwać przyklejony koniec papieru. Strumień powietrza z dmuchawy należy skierować na rolkę ukośnie ku górze. Prędkość powietrza powinna być zgodna z kierunkiem nawinięcia papieru. Obserwuje się wówczas obrót rolki i odwijanie papieru, który jest unoszony ku górze wraz ze strumieniem powietrza (Fot. 2). Rolka zachowuje się podobnie, jak wirnik turbiny i chociaż nie ma łopatek to jest wprawiana w ruch obrotowy przez oddziaływanie strumienia powietrza z powierzchnią papieru za pośrednictwem sił lepkości.



Fot. 2. Rozwijający i unoszący się papier toaletowy.



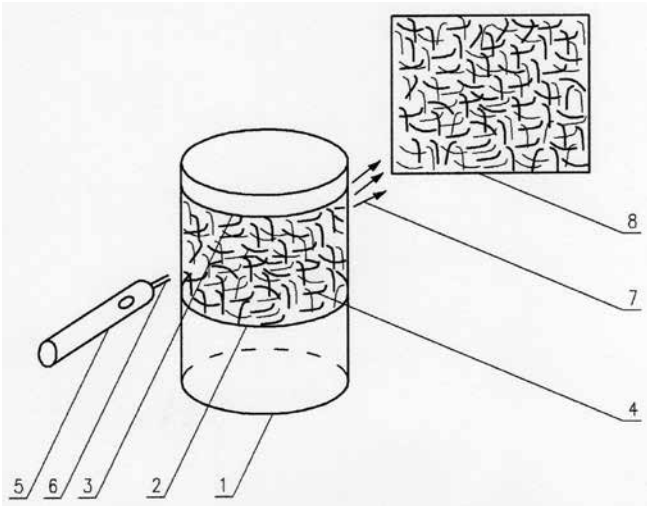
Rys. 4. Inny wariant układu do badania siły nośnej; 1 – rolka papieru toaletowego, 2 – osłona śmigieł wentylatora, 3 – strumień powietrza, 4 – unoszony fragment papieru toaletowego.



Fot. 3. Inna wersja doświadczenia pokazującego odwijanie i unoszenie papieru toaletowego na małym wentylatorze.

eprasa.pl 02e46da152

Inny wariant tego doświadczenia przedstawia Rys. 4. W tym wariancie rolka papieru toaletowego została ustawiona pionowo na środku osłony śmigła wentylatora wykonanej z drutów. Średnica osłony powinna wynosić ok. 30-40 cm, a osłona ustawiona poziomo, tak żeby strumień powietrza opływał rolkę z boków. Można też wykorzystać wentylator o mniejszej średnicy z podobną osłoną śmigła, ale wtedy średnica rolki papieru też powinna być mniejsza. Najprostszym sposobem jest wykorzystanie w tym celu już używanej rolki, na której pozostało niewiele papieru. Rolka nie może być jednak zbyt mała, żeby w całości nie została uniesiona ku górze. W tym wariancie doświadczenia rolka nie obraca się, natomiast obserwuje się odwijanie papieru w kierunku radialnym i unoszenie odwiniętej części ku górze (Fot. 3).



Rys. 5. Schemat układu do badania rozpraszania światła na pianie; 1 – słoik, 2 – płyn do mycia naczyń lub szampon, 3 – zakrętka, 4 – piana, 5 – wskaźnik laserowy, 6 – wiązka światła padającego, 7 – światło rozproszone, 8 – ekran lub ściana do obserwacji efektów rozpraszania.

Rozpraszanie światła na pianie

Do doświadczenia zostanie wykorzystany niewielki słoik, który należy częściowo napełnić płynem do mycia naczyń lub szamponem, szczelnie zamknąć zakrętką i kilka razy mocno nim potrząsnąć. (Rys. 5). W ten sposób nad powierzchnią płynu w słoiku zostanie wytworzona piana. Słoik z pianą trzeba ustawić w odległości 1-2 m przed zawieszonym pionowo ekranem lub białą ścianą w zaciemnionym pomieszczeniu i skierować na pianę wiązkę światła ze wskaźnika laserowego o dowolnej barwie. Na ekranie pojawi się wówczas interesujący obraz.

Ten obraz jest wynikiem oddziaływania światła z pianą, która ma strukturę komórkową. Ścianki komórek piany mają kształt wielokątów, najczęściej pięcio- lub sześciokątów i są utworzone z cienkich warstewek cieczy, ograniczonych błonami powierzchniowymi. Światło padając na te ścianki ulega załamaniu, odbiciu, a następnie dyfrakcji i interferencji oraz jest też w niewielkim stopniu pochłaniane.

Skutkiem tych złożonych oddziaływań na ekranie pojawia się obraz o interesujących walorach poznawczych i estetycznych (Fot. 4). W wyniku działania siły ciężkości ciecz wewnątrz ścianek, rozdzielających komórki spływa w dół i ścianki pękają. W ten sposób komórki łączą się ze sobą i piana powoli zanika. Dlatego obraz na ekranie też ulega zmianom (Fot. 5). Jeszcze ciekawsze efekty można uzyskać po skierowaniu na komórki piany wiązki światła laserowego o innej barwie, np. zielonej lub czerwonej (Fot. 6).

Można też skierować w ten sam obszar piany światło laserowe jednocześnie z trzech wskaźników o barwie czerwonej, zielonej i niebieskiej. To doświadczenie dobrze nadaje się na temat konkursu dla uczniów, polegającego na otrzymaniu najładniejszego obrazu piany przy użyciu wiązek światła laserowego.

Stanisław Bednarek
Wydział Fizyki i Informatyki Stosowanej

Literatura

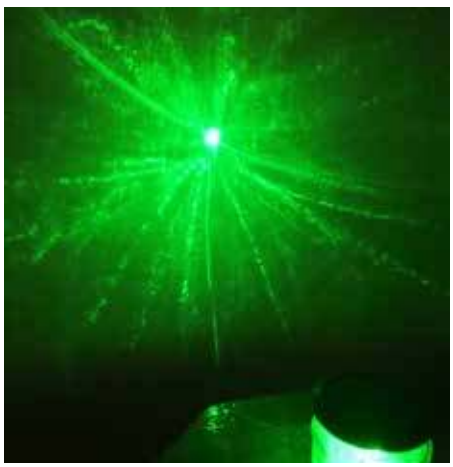
[1] S. Szczeniowski, Fizyka Doświadczalna, cz. II, Ciepło i fizyka drobinowa, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1971, s. 288.
[2] G. W. Ewing, Metody instrumentalne w analizie chemicznej, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1967, s. 385.
[3] S. Szczeniowski, Fizyka Doświadczalna, cz. III, Elektryczność i magnetyzm, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1972, s. 184.
[4] S. Szczeniowski, Fizyka Doświadczalna, cz. I, Mechanika i akustyka, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1972, s. 509.
[5] S. Szczeniowski, Fizyka Doświadczalna, cz. IV, Optyka, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1971, s. 216.
[6] Sojecki, Optyka, Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne, Warszawa 1985, s. 173.



Fot. 4. Przykład obrazu otrzymanego w wyniku oświetlenia piany wiązką niebieskiego światła laserowego.



Fot. 5. Inny przykład obrazu otrzymanego w wyniku oświetlenia wiązką niebieskiego światła laserowego piany użytej do wykonania fot. 4 po upływie 20 min.



Fot. 6. Przykład obrazu otrzymanego w wyniku oświetlenia piany wiązką zielonego światła laserowego.

W dolnej części fot. 5 i 6 jest widoczna górna część słoika z pianą wytworzoną z płynu do mycia naczyń, fotografie autora.

eprasa.pl/02e4ada152

NOWE! WYDANIE SPECJALNE 1/2023

WERSJA ELEKTRONICZNA – PLIK PDF



194

POJĘĆ I TERMINÓW
z astronomii i astrofizyki
od ACHERNER
po ZIEMIĘ

Cena 20 zł
w tym 8% VAT

Szczegóły i formularz zamówienia na www.aspress.com.pl/wydania-specjalne/



Dyfrakcja

Foto – Adobe Stock

Siatka dyfrakcyjna jest tak tanim i prostym przyrządem, że znajduje się prawie w każdej pracowni fizycznej. Gdyby nawet tak nie było, to właściwości siatek dyfrakcyjnych mają niektóre przedmioty używane na co dzień. Dzięki tym przedmiotom można wykonać kilka interesujących doświadczeń.

Stanisław Bednarek

Dyfrakcja światła na siatkach skrzyżowanych

W obowiązującej aktualnie „Podstawie programowej fizyki dla liceum i technikum, zakres rozszerzony", wśród celów nauczania działu „Fale i optyka" są sformułowane cztery umiejętności, dotyczące dyfrakcji i interferencji [1]. Jednym ze sposób kształtowania tych umiejętności mogą być samodzielne doświadczenia uczniów lub pokazy nauczyciela na temat dyfrakcji i interferencji światła na skrzyżowanych siatkach dyfrakcyjnych. Opisy tych doświadczeń są zawarte w niniejszym artykule.

Jak wiadomo, siatka dyfrakcyjna jest płytką przezroczystą dla światła, na której zostały wykonane nieprzezroczyste i równoległe do siebie linie o jednakowej grubości. Odległości między tymi liniami są jednakowe. W ten sposób między liniami wytworzono przezroczyste szczeliny. Ogólnie mówiąc, wiązka światła, przechodząca przez taki układ szczelin ulega na nich dyfrakcji i interferencji. Dzięki temu na ekranie ustawionym za siatką obserwuje się na przemian ciemne i jasne obszary, czyli minima i maksima interferencyjne, których kształt zależy m.in. od przekroju poprzecznego wiązki światła [2].

Szczegółowe wyjaśnienie tworzenia się takiego obrazu jest podane w wielu podręcznikach szkolnych. Ponieważ długości fali światła widzialnego wynoszą 0,38-0,76 μm, to rozmiary szczelin i odległości między nimi muszą mieć porównywalne rozmiary. Wynika stąd, że siatka dyfrakcyjna na długości 1 mm powinna mieć, co najmniej kilkaset linii.

Doświadczenia z siatkami dostępnymi w szkole

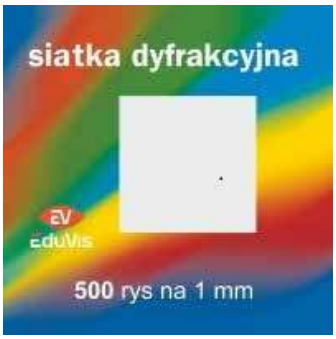
Często spotykane w szkołach siatki dyfrakcyjne starszego typu składają się z kawałka kliszy fotograficznej lub plastikowej płytki, którą umieszczono w ramce do slajdów o wymiarach 50x50 mm. Takie siatki mają zwykle 150 albo 200 linii/mm, a ich wygląd przedstawia fot. 1. Obecnie klisze fotograficzne i ramki do slajdów są trudno dostępne w handlu. Dlatego w nowszych siatkach stosuje się przezroczyste folie poliestrowe, przymocowane do kawałka kartonu z wyciętym okienkiem (rys. 1). Rysy są nadrukowane na folii przy użyciu drukarki laserowej o dużej rozdzielczości lub wytłaczane w procesie produkcji. Cena takiej siatki, mającej 500 albo 1000 rys/mm wynosi ok. 14 zł.

Oferowane są również siatki dyfrakcyjne w postaci arkusza takiej folii, który daje się łatwo ciąć na kawałki o potrzebnych wymiarach [3]. Najbardziej trwałe i najdokładniejsze siatki dyfrakcyjne, używane do zastosowań profesjonalnych, były wytwarzane przez narysowanie na płytkach szklanych równoległych rys. Wykonywano to ostrzem diamentowym, przesuwanym za pomocą specjalnego mechanizmu prowadzącego.

eprasa.pl 02e46da152



Fot. 1 Przykłady spotkanych w szkołach siatek dyfrakcyjnych starszego typu.



Rys. 1. Siatka dyfrakcyjna wykonana współcześnie: źródło [3].

Siatki dyfrakcyjne, produkowane do celów edukacyjnych są siatkami transmisyjnymi, tzn. że światło przez nie przechodzi. W przyrządach optycznych bywają też stosowane siatki odbiciowe, w których od spodu przezroczystej płytki z rysami jest naniesiona warstwa odbijająca światło [4]. Działanie tych siatek polega na tym, że światło pada na płytkę od strony przezroczystej i ulega dyfrakcji na krawędziach rys, a następnie odbija się i przechodząc ponownie przez płytkę, znów ulega dyfrakcji. W końcu ugięte wiązki światła, wychodzące z płytki interferują ze sobą.

Inna budowa siatki odbiciowej polega na tym, że na płytce, niekoniecznie przezroczystej, są wyżłobione rowki i ta rowkowana powierzchnia jest pokryta warstwą odbijającą. Przykładem siatek odbiciowych, łatwo dostępnych na co dzień, są płyty CD i DVD. Jak wiadomo, na powierzchni takiej płyty jest wykonany rowek kształcie spirali o bardzo małym skoku, spełniający rolę szczeliny. Istnieją liczne artykuły i opisy, m.in. w Internecie, nt. wykorzystania fragmentów takich płyt, jako siatek dyfrakcyjnych i budowy z nich spektroskopów do celów edukacyjnych.

Do doświadczeń można wykorzystywać zarówno tzw. światło białe, np. z żarówki LED, światło słoneczne, jak i monochromatyczne. Jako źródło światła monochromatycznego bardzo dobrze nadają się powszechnie używane wskaźniki laserowe. W zupełności wystarczą wskaźniki laserowe małej mocy, które bywają dostępne na bazarach lub w sklepach z gadżetami i kosztują kilka złotych. Można też wykorzystać wskaźnik laserowy, wbudowany w pilota przeznaczonego do sterowania rzutnikiem multimedialnym.

Na początek dobrze jest powtórzyć znane doświadczenia i pokazać dyfrakcję na pojedynczych siatkach, oświetlonych światłem monochromatycznym albo światłem białym. Obrazy otrzymane w tych doświadczeniach będą stanowiły materiał porównawczy dla wyników uzyskanych w następnych eksperymentach. Przykładowe wyniki takich doświadczeń, uzyskane po skierowaniu wiązki światła ze wskaźników laserowych – czerwonego i zielonego przedstawia fot. 2.

W przeprowadzonych doświadczeniach użyto siatek dyfrakcyjnych starszego typu, umieszczonych w odległości kilkudziesięciu cm od białej ściany i oświetlonych światłem ze wskaźnika laserowego, umieszczonego tuż przed siatkami. W najprostszej wersji tych doświadczeń siatka była trzymana jedną ręką, a wskaźnik laserowy drugą. Fotografie wykonano aparatem w telefonie komórkowym. Podczas fotografowania pomieszczenie zostało częściowo zaciemnione i wyłączono lampę błyskową w telefonie. Ponieważ wiązka światła ze wskaźnika laserowego ma przekrój poprzeczny zbliżony do kołowego, to maksima wytwarzane przez siatki też mają podobny kształt.

Drugim etapem doświadczeń była dyfrakcja na siatkach skrzyżowanych. W tym celu jedną siatkę przyłożono do drugiej. W początkowym wariancie linie obu siatek skierowano prostopadłe do siebie. Oświetlenie, pozostałe warunki i sposób postępowania były analogiczne, jak poprzednio. Wykonane, jak potocznie się mówi „z ręki", zdjęcia obrazów dyfrakcyjnych przedstawia fot. 3. Widać, że układ maksimów został zwielokrotniony w kierunku pionowym i tworzy obraz widoczny na fot. 2.

Zwielokrotnienie obrazów jest spowodowane tym, że promienie ugięte przez pierwszą siatkę np. w kierunku poziomym, padają na drugą siatkę, która ugina je kierunku prostopadłym, czyli pionowym. Dwukrotnie ugięte promienie interferują ze sobą i dają układ dwuwymiarowy, którego maksima są widoczne w węzłach sieci o oczkach zbliżonych do prostokątów. Widoczna asymetria układu maksimów jest spowodowana nieco ukośnym padaniem wiązki światła. Zakrzywienie linii, na której znajdują się

a)

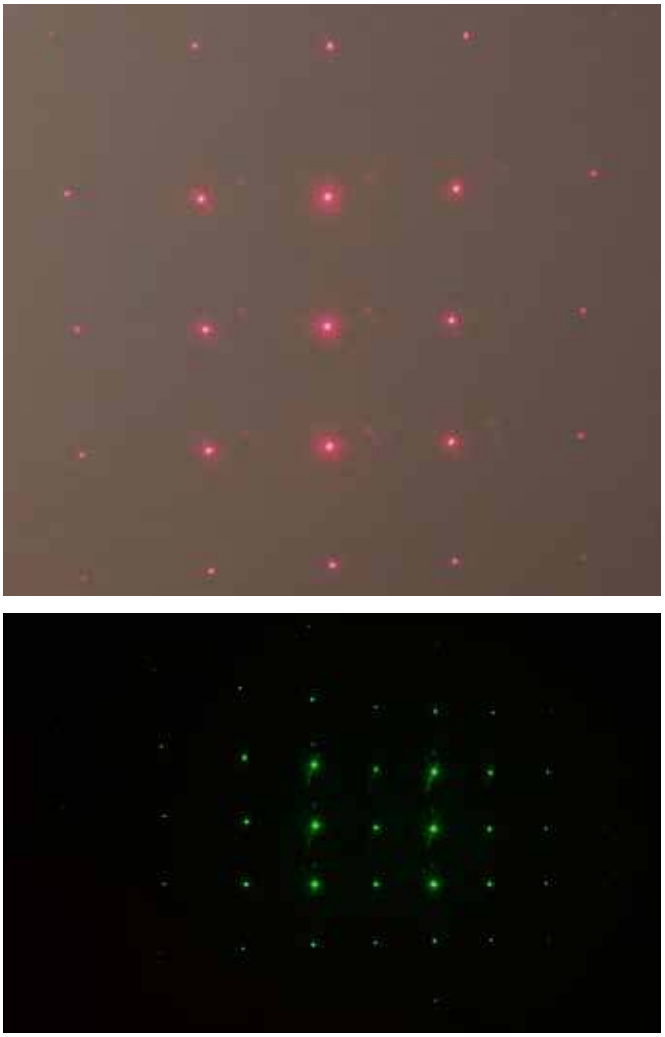


b)



Fot. 2. Szeregi maksimów wytwarzane przez pojedyncze siatki dyfrakcyjne 200 rys/mm, oświetloną wskaźnikiem laserowym: a) czerwonym λ = 650 nm, b) zielonym λ = 532 nm.

eprasa.pl 02e46da152



Fot. 3. Obrazy uzyskane na dwóch nałożonych na siebie siatkach dyfrakcyjnych 200 rys/mm przy wzajemnie prostopadłych kierunkach rys. Oświetlenie takie samo, jak w opisie fot. 2.

maksima na fot. 2.a wynika z niewielkiej nierówności kliszy fotograficznej, ponieważ w jednej z ramek do slajdów nie było płytki usztywniającej.

Z kolei mniejsze, dodatkowe maksima na fot. 3 są utworzone przez światło odbite między siatkami od płytek usztywniających. Metodycznie uzasadnione, kolejne etapy tego doświadczenia polegają na obserwacji obrazów dyfrakcyjnych, wytwarzanych przez dwie siatki, których linie są skrzyżowane pod kątem innym, niż kąt prosty i dodaniu następnych siatek. Należy jednak pamiętać, że zwiększenie liczby siatek spowoduje mniejszą jasność obrazów wskutek większego pochłaniania światła i dodatkowe maksima, wytwarzane przez światło odbijane między siatkami.

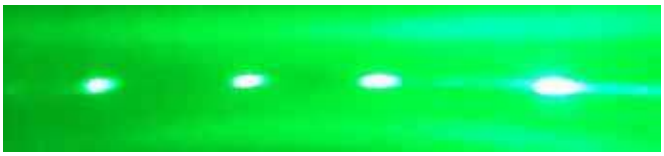
Jako doświadczenie uzupełniające należy jeszcze skierować siatkę dyfrakcyjną w stronę niezbyt silnego źródła światła, np. żarówki, świetlówki, czy latarki. Patrząc na te źródła można zaobserwować i porównywać widma światła, które wytwarzają. Kolejny etap tego doświadczenia, to obserwacja źródeł przesłoniętych filtrami optycznymi, przepuszczającymi światło o wybranej barwie. W najprostszym przypadku takim filtrem może być kawałek przezroczystej folii, pochodzącej z opakowania produktów spożywczych, np. od słodyczy i zabarwionej markerem. Konieczne jest tutaj dodanie ostrzeżenia – w żadnym przypadku nie wolno używać do tej wersji doświadczeń światła ze wskaźnika laserowego, ani światła słonecznego, ponieważ może to spowodować trwałe uszkodzenie wzroku.

Siatki dyfrakcyjne wokół nas

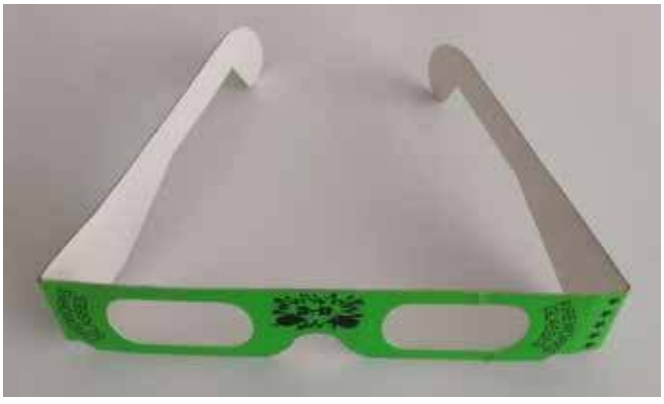
Okazje się, że w naszym otoczeniu są przedmioty i urządzenia, które można wykorzystać, jako siatki dyfrakcyjne, O płytach CD i DVD już wspomniano wcześniej. Obraz dyfrakcyjny przy użyciu takiej płyty najłatwiej wytworzyć kładąc ją poziomo powierzchnią odbijającą ku górze na ławce ustawionej blisko ściany, która spełni rolę ekranu. Na płytę kieruje się wiązkę światła laserowego pod kątem ok. 10-15° do powierzchni odbijającej. Wiązka powinna padać w płaszczyźnie przechodzącej wzdłuż średnicy płyty. Wówczas na ścianie staje się widoczny pionowy szereg maksimów, podobny do pokazanego na fot. 4. Jeżeli wiązka nie będzie padała w płaszczyźnie przechodzącej przez średnicę płyty, to wtedy maksima będą znajdowały się na linii w kształcie łuku.

Innym przedmiotem, zawierającym siatki dyfrakcyjne, są tzw. tęczowe okulary (fot. 5). Ramka tych okularów jest wycięta z kartonu i są w nią wklejone, dwuwymiarowe siatki dyfrakcyjne, wykonane z przezroczystej folii. Określenie „siatki dwuwymiarowe" oznacza, że są to siatki składające się ze szczelin skrzyżowanych ze sobą pod kątem prostym. Takie okulary w cenie kilku złotych bywają m.in. w sklepach z gadżetami i na bazarach. Patrząc przez tęczowe okulary na różne przedmioty w otoczeniu widać wokół nich tęczowe obwódki. Na fot. 6. pokazano przykłady obrazów dyfrakcyjnych, otrzymanych po oświetleniu takich okularów wskaźnikami laserowymi.

Okazuje się, że również płaskie ekrany odbiorników telewizyjnych, monitorów komputerowych i telefonów komór-

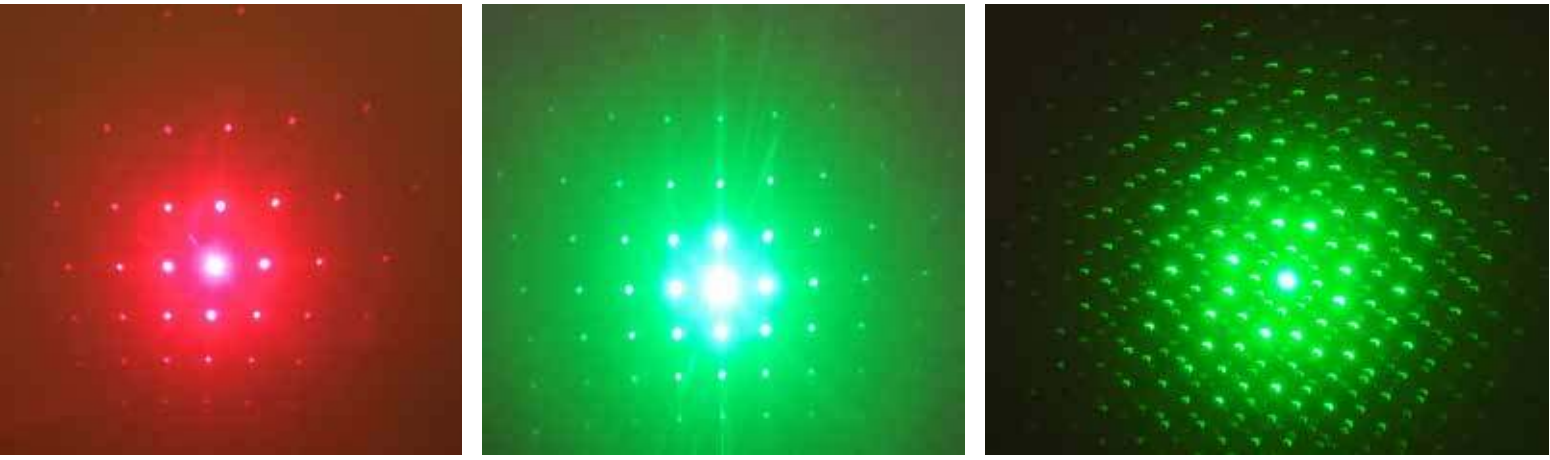


Fot. 4. Szereg maksimów wytworzonych na płycie DVD oświetlonej czerwonym wskaźnikiem laserowym λ = 650 nm.

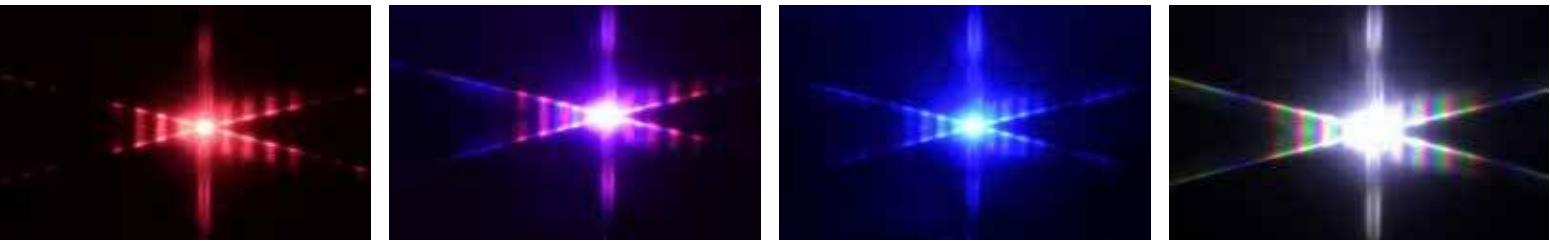


Fot. 5. Okulary z siatkami dyfrakcyjnymi.

eprasa.pl 02e46da152



Fot. 6. Obrazy uzyskane na okularach z siatkami dyfrakcyjnymi po oświetleniu wskaźnikiem laserowym w kolorze: a) czerwonym λ = 650 nm, b) zielonym λ = 532 nm, a ponadto c) po złożeniu ukośnie dwóch okularów i oświetleniu wskaźnikiem zielonym λ = 532 nm.



Fot. 7. Obrazy wytworzone z wyniku dyfrakcji na ekranie tego samego odbiornika telewizyjnego z matrycą ciekłokrystaliczną, oświetlonego wskaźnikiem laserowym w kolorze: a) czerwonym λ = 650 nm, b) zielonym λ = 532 nm, c) niebieskim λ = 450 nm, a ponadto d) oświetlonego światłem białym, emitowanym przez OLED (organiczną diodę elektroluminescencyjną) z latarki czołowej.

kowych mogą działać jako siatki dyfrakcyjne. Jak widomo, obrazy, które dają te urządzenia, składają się z małych elementów tzw. pikseli. Nazwa piksel pochodzi od angielskich słów „picture element", czyli element obrazu. Rozmiary pikseli są rzędu setnych części mm, a więc porównywalne z odległościami między szczelinami siatki dyfrakcyjnej.

Wspólna cecha różnych typów ekranów polega na tym, że zawierają płyty, na których w regularny sposób zostały umieszczone elementy konstrukcyjne, m.in. elektrody, przeznaczone do wytwarzania tych pikseli. Właśnie te elementy stają się dobrymi siatkami dyfrakcyjnymi, gdy urządzenie jest wyłączone i jego ekran oświetlony ukośnie padającą wiązką światła monochromatycznego, albo białego. Kilka przykładów uzyskanych w ten sposób obrazów dyfrakcyjnych jest pokazanych na fot. 7 i 8.



Fot. 8. Obraz otrzymany po oświetleniu ekranu telefonu komórkowego wskaźnikiem laserowym w kolorze niebieskim λ = 450 nm, (fot. Jerzy Krysiak).

Dyfrakcja, czy efekt mory?

Patrząc na wiszącą firankę o drobnych oczkach, której fałdy zachodzą na siebie, można zauważyć nieregularne jasne i ciemne pasma. W tym momencie pojawia się pytanie, czy te pasma są również wynikiem dyfrakcji i interferencji? Przeprowadzenie dokładniejszej analizy pokazuje, że oczka firanki o rozmiarach rzędu 1 mm są za duże i na to, żeby firanka działała jak siatka dyfrakcyjna. To stwierdzenie łatwo jest sprawdzić doświadczalnie. Gdy na kawałek firanki zostanie skierowana wiązka światła ze wskaźnika laserowego, to zamiast prążków interferencyjnych widać tylko rozproszenie światła na brzegach oczka (fot. 9).

Z ostatnio opisanego doświadczenie wynika, że zaobserwowany efekt ma inne przyczyny, niż dyfrakcja oraz interferencja i jest nazywany morą. Polega on na tym, że w układzie dwóch regularnych struktur przesuniętych lub obróconych względem siebie, linie tworzące te struktury pojawiają się okresowo bliżej albo dalej, niż w każdej z tych struktur.

To okresowe zagęszczanie i rozrzedzanie się linii można wykazać matematycznie, rozpatrując dwa przesunięte względem siebie układy równoległych i równoodległych kresek, przy założeniu, że w każdym z tych układów kreski znajdują się nieco innych odległościach [5]. Warto tutaj wspomnieć, że takie układy są podstawą działania noniuszy, zwiększających dokładność pomiaru m.in. suwmiarką. Linie tworzące regularne struktury wcale nie muszą być proste.

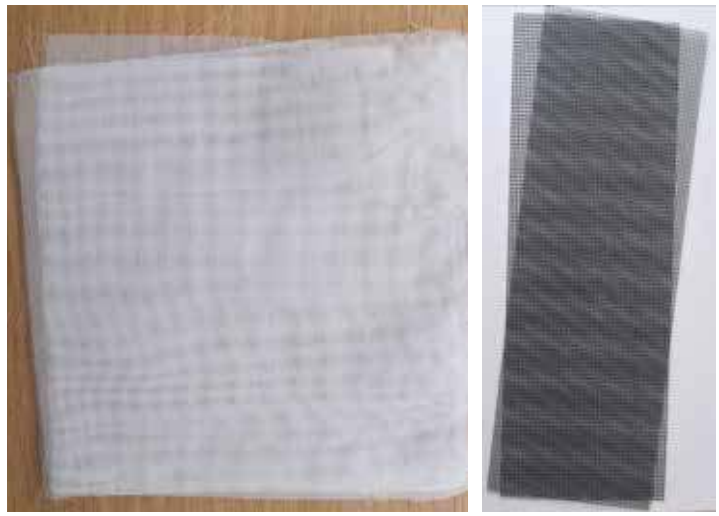
eprasa.pl 02e46da152



Fot. 9. Efekt mory widoczny po nałożeniu ukośnie na siebie dwóch: a) kawałków firanki, b) siatek do szlifowania gładzi gipsowej.

Mogą to być, np. współśrodkowe okręgi. Dwa układy takich okręgów, nadrukowane na kawałki przezroczystej folii lub kalki technicznej i przesuwane względem siebie, pozwalają w efektowny sposób modelować interferencję fal wytwarzanych przez źródła punktowe [6].

Efekt mory można zaobserwować na wielu przedmiotach powszechnego użytku (fot. 10). Mogą to być m.in. kawałki tkanin o rzadkim splocie, przeznaczone do wyrobu firanek, kawałki gazy opatrunkowej lub bandażu, sitka używane w kuchni, siatki do szlifowania gładzi gipsowej. Dla pełnego obrazu sytuacji należy dodać, że bywają tkaniny o bardzo gęstym splocie, na których czasem udaje się zaobserwować dyfrakcję i interferencję. Pojawiające się wtedy efekty są najczęściej słabo widoczne i trudne do sfotografowania przy użyciu aparatów w telefonach komórkowych. Póki co, trzeba się z tym niestety pogodzić, bo sztuczna inteligencja nawet najbardziej zaawansowanych smartfonów w niektórych sytuacjach jeszcze nie dorównuje ogromnej zdolności adaptacyjnej ludzkiego wzroku.

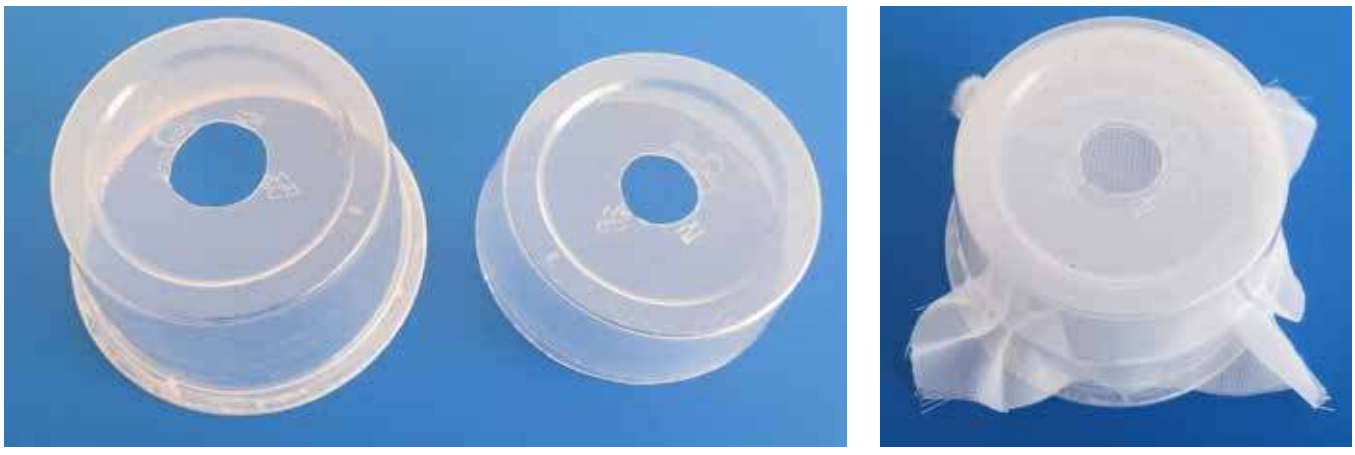


Fot. 10. Rozpraszanie wiązki światła czerwonego ze wskaźnika laserowego λ = 650 nm na pojedynczym oczku firanki.

Żeby ułatwić obserwacje efektów optycznych na tkaninach można wykonać prosty przyrząd do ich naprężania pokazany na fot. 11. Są potrzebne dwa jednakowe, plastikowe kubki o stożkowych powierzchniach bocznych, np. od produktów spożywczych. Jeden z tych kubków powinien dać się wcisnąć w drugi. W denkach obu kubków należy wyciąć centralnie umieszczone, kołowe otwory o takiej samej średnicy. Żeby ułatwić wciśnięcie trzeba obciąć górną część kubka zewnętrznego (fot. 11.a). Wybrany kawałek tkaniny nakłada się na kubek wewnętrzny i naprężа przez wciśnięcie drugiego kubka (fot. 11.b). Zamiast opisanego przyrządu można wykorzystać tamborek, czyli dwa wciskane na siebie pierścienie, używane do naprężania tkanin podczas haftowania.

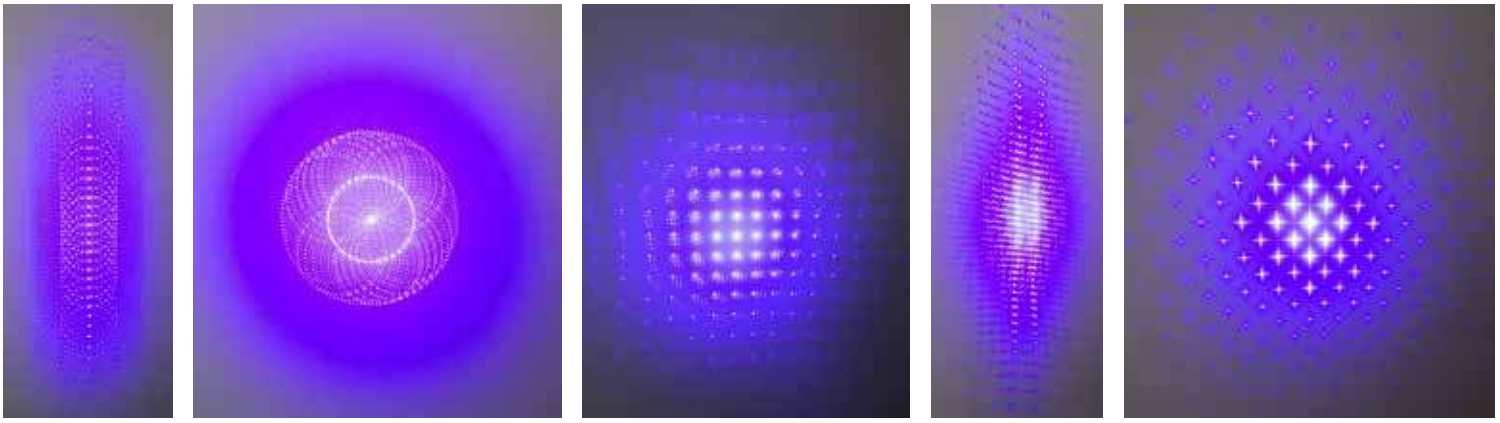
Zasady bezpieczeństwa

Bezpieczeństwo podczas wykonywania doświadczeń jest sprawą najważniejszą. Do opisanych eksperymentów wystarczą wskaźniki laserowe małej mocy. Z powodzeniem mogą to być tanie lasery o mocy 1-5 mW, emitujące światło czerwone o długości fali λ = 650 nm. Najczęściej są to lasery półprzewodnikowe o pracy ciągłej, zaliczane do bezpiecznych klas 1, 1M oraz 2 [7]. Takie lasery nie wymagają środków ochronnych, np. specjalnych okularów. Mimo tego należy przestrzegać kilku podstawowych zasad.



Fot. 11. Przyrząd do naprężania tkaniny, ułatwiający obserwacje efektów optycznych: a) części składowe, b) widok po złożeniu.

eprasa.pl 02e46da152



Fot. 12. Przykłady obrazów wytwarzanych na siatkach dyfrakcyjnych, wbudowanych w końcówki lasera dyskotekowego.

- Nigdy nie kierować wiązki światła w kierunku innej osoby, a szczególnie w stronę jej twarzy.
- Przed skierowaniem wiązki światła na jakiś element trzeba sprawdzić, czy ma on właściwości odbijające lub skupiające. Jeżeli tak, to konieczne jest ustalenie, w którym kierunku będzie się poruszała wiązka odbita podczas doświadczenia. Na tym kierunku nie może znajdować osoba wykonująca doświadczenie, ani żadna inna.
- Trzeba pamiętać, że przezroczysta płytka szklana, albo plastikowa też odbija część padającej na nią wiązki światła, która może być niebezpieczna. Jeżeli to możliwe, bezpieczniej jest skierować wiązkę lasera nie prostopadle na element optyczny, ale pod nieco mniejszym kątem. Wtedy wiązka odbita nie trafi w eksperymentatora. Tak właśnie postępowano wykonując doświadczeń, których wyniki są przedstawione na fot. 2 i 3.

Na portalach handlowych, szczególnie na Allegro, jest mnóstwo atrakcyjnych ofert sprzedaży laserów o dużej mocy. Ich autorzy nie bardzo mają pojęcie o właściwościach proponowanych produktów. Można więc przeczytać następujące zdania: „niebieski laser wskaźnik laserowy blue przepalający najmocniejszy 5000MW", „laser ultra wskaźnik laserowy zielony mocny 90000W akumulator ładowarka 4w1", „Laser Niebieski WypalaPrzepalaNajmocniejszy 5000mW" (pisownia oryginalna, skopiowana z Internetu) [8-11]. Tego rodzaju lasery są zupełnie niepotrzebne do szkolnych doświadczeń z optyki, a ich nieumiejętne użycie może doprowadzić do trwałej utraty wzorku, zniszczenia elementu optycznego, poparzenia lub pożaru.

Podsumowanie

W zakończeniu zostanie zwrócona uwaga tylko na niektóre aspekty dyfrakcji i interferencji. Opisane doświadczenia nie wymagają długotrwałego przygotowania – można je wykonać „od ręki", a do ich przeprowadzenia wystarczą łatwo dostępne przedmioty. Użycie wskaźników laserowych małej mocy i zachowanie należytej ostrożności, pozwala na bezpieczne wykonanie tych doświadczeń również w formie samodzielnych ćwiczeń uczniowskich. Dlatego na doświadczenia, dotyczące dyfrakcji interferencji warto zwrócić uwagę.

Są też inne powody, dla których należy zrozumieć te zjawiska. Najbardziej czułymi przyrządami są interferometry – umożliwiły m.in. wykrycie fal grawitacyjnych i wykluczenie istnienia eteru, uważanego za ośrodek konieczny do rozchodzenia się światła. Interferencja zachodzi niezależnie od długości fali. Są też interferometry, pracujące w zakresie promieni rentgenowskich, w których rolę siatek dyfrakcyjnych spełniają układy atomów i cząsteczek. Dzięki temu można badać struktury kryształów i dokonano niezwykle ważnego odkrycia spiralnej struktury kwasu dezoksyrybonukleinowego – cząsteczki, zawierającej informację o „życiowo-ważnym znaczeniu".

Interferencję wykorzystuje się też do celów artystycznych i rozrywkowych, m.in. w laserach dyskotekowych. Kilka obrazów wytwarzanych przez taki laser, zaopatrzony końcówki z wbudowanymi układami skrzyżowanych siatek dyfrakcyjnych przedstawia fot. 12. Ponadto, w zjawiskach dyfrakcji i interferencji przejawiają się nie tylko falowe właściwości światła, ale też najbardziej podstawowe i wciąż niewyjaśnione właściwości materii w skali mikroskopowej [12, 13].

Stanisław Bednarek
Wydział Fizyki i Informatyki Stosowanej Uniwersytetu Łódzkiego

Fot. 1-7 i 9-12 autor

Literatura

[1] Podstawa programowa, liceum i technikum, fizyka, s. 19, pkt. 8-12, https://podstawaprogramowa.pl/Liceum-technikum/Fizyka.
[2] S. Szczeniowski, Fizyka doświadczalna, część IV optyka, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1963.
[3] https://www.eduvis.pl/oferta/fizyka-pomoce-dydaktyczne/siatka-dyfrakcyjna-z-500-zcze linami-mm-detail.
[4] A. Sojecki, Optyka, podręcznik dla liceum zawodowego, Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne, Warszawa 1985.
[5] S. Bednarek, Czy można obserwować dyfrakcję światła na firance?, „Foton, Pismo dla nauczycieli fizyki i przyrody oraz ich uczniów", nr 75, s. 27-31, (2001).
[6] J. Gaj, Laboratorium fizyczne w domu, Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, Warszawa 1982.
[7] B. Ziętek, Lasery, Wydanie II rozszerzone i uzupełnione, Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Mikołaja Kopernika, Toruń, 2000.
[8] https://wrohurt.pl/pl/p/LASER-NIEBIESKI-5000mW-5W-WSKAZNIK-LASEROWY-DISCO/10794.
[9] https://allegro.pl/oferta/niebieski-laser-wskaznik-laserowy-blue-przepalajacy-najmocniejszy-5000mw-14891602567.
[10] https://allegro.pl/kategoria/swiatlo-i-efekty-lasery-122390.
[11] https://allegrolokalnie.pl/oferta/laser-niebieski-wypalaprzepalanajmocniejszy--5000mw.
[12] C. Sobczak, Przez szczeliny do świata kwantów, „Fizyka w Szkole z Astronomią, Czasopismo dla Nauczycieli", nr 1 (390), rocz. LXIV, s. 21-27 (2024).
[13] C. Sobczak, Mechanika kwantowa – od pojęcia kwantu do całek po trajektoriach, „Fizyka w Szkole z Astronomią, Czasopismo dla Nauczycieli", nr 2 (369), rocz. LXI, s. 26-28 (2021).

eprasa.pl 02e46da152

Czy koło Maxwella może być w stanie nieważkości?

Powszechna dostępność wag elektronicznych pozwala wykorzystać znany od dawana przyrząd, którym jest koło Maxwella do przeprowadzenia innych doświadczeń, ilustrujących stany nieważkości i przeciążenia. Opisy tych doświadczeń i wyjaśnienie obserwowanych efektów są tematem niniejszego artykułu.

Stanisław Bednarek

Koło Maxwella jest bardzo prostym przyrządem fizycznym, a jego nazwa pochodzi od nazwiska angielskiego fizyka Jamesa Clarka Maxwella znanego przede wszystkim, jako autora równań, stanowiących podstawę nauki o elektryczności i magnetyzmie. Budowa tego przyrządu, którego działanie wzbudza wśród oglądających duże zdziwienie jest pokazana na rys. 1.

Koło Maxwella składa się z osi, mającej na końcach po jednym przelotowym otworze, skierowanym wzdłuż średnicy jego osi [1]. Przez każdy z tych otworów został przełożony i przywiązany dolny koniec pionowej nici. Górne końce obu nici są przywiązane do poziomego pręta, co pozwala na zwieszenie koła Maxwella, tak żeby jego oś była pozioma. Pręt może tworzyć górną część prostokątnej ramki złożonej jeszcze z dwóch wsporników, których dolne końce są połączone z podstawą, albo być mocowany wprost do statywu. Na osi jest osadzone metalowe koło, składające się ze szprych i dość ciężkiej obręczy. Przez to większa część masy tego koła jest skupiona na jego obwodzie i ma ono duży moment bezwładności.

Dla uproszczenia, w dalszych częściach tego artykułu koło Maxwella będzie nazywane najczęściej kołem, albo przyrządem. Dla uzupełnienia należy dodać, że koło Maxwella bywa też nazywane wahadłem Maxwella, zwłaszcza w literaturze angielskojęzycznej.

Tradycyjne zastosowanie koła

Opisany przyrząd jest zwykle używany do doświadczeń, pokazujących zachowanie energii na przykładzie zamiany energii potencjalnej ciężkości na energię kinetyczną ruchu obrotowego i postępowego. W tym celu nici nawija się ręcznie na oś, układając kolejne zwoje równo obok siebie. Przez to koło jest podnoszone ku górze i uzyskuje energię potencjalną ciężkości. Następnie koło przytrzymuje się ręką nieruchomo, zachowując pionowy kierunek nici i puszcza swobodnie.



Fot. 1. Jedno z kół Maxwella używane do doświadczeń ustawione na elektronicznej wadze kuchennej.

Żeby nie wprowadzić przypadkowego zaburzenia na początku ruchu wskazane jest przywiązanie osi dodatkową nicią do pręta i jej przepalenie w celu rozpoczęcia ruchu koła. Skutkiem tego nici odwijają się z osi i koło porusza w dół, najpierw powoli, a potem coraz szybciej, ruchem złożonym, tzn. wykonuje jednocześnie dwa ruchy – obrotowy i postępowy.

Gdy nici odwiną się całkowicie, koło osiąga najniższe położenie oraz maksymalną prędkość i maksymalną energię kinetyczną, a ponadto nadal obraca się w tym samym kierunku. Ograniczona długość nici uniemożliwia dalszy ruch kola w dół i przez to środek koła zatacza półokrąg o małym promieniu, równym promieniowi jego osi. Dzięki temu zachodzi zmiana zwrotu wektora prędkości liniowej koła na przeciwny. W ten sposób koło zaczyna poruszać się ku górze.

Co ciekawe, wartość prędkości liniowej nie ulega przy tym zmianie i energia kinetyczna koła jest zachowana. Jest to możliwe dlatego, że w czasie zmiany zwrotu wektora prędkości na koło działa siła odśrodkowa, która, jest pro-

eprasa.pl 02e46da152

stopadła do kierunku prędkości i nie wykonuje pracy. Po wzniesieniu prawie na początkową wysokość koło zatrzymuje się i cykl opisanych ruchów zostaje powtórzony.

Oczywiście, ruch koła ustaje po pewnym czasie w wyniku oporów związanych z lepkością powietrza i nawijaniem nici na oś. Nie mniej, koło o dużym momencie bezwładności może wykonać nawet kilkanaście cykli opadania i wznoszenia [2]. Takie działanie koła robi na uczniach duże wrażenie, szczególnie gdy widzą to po raz pierwszy.

Koło w nowej roli

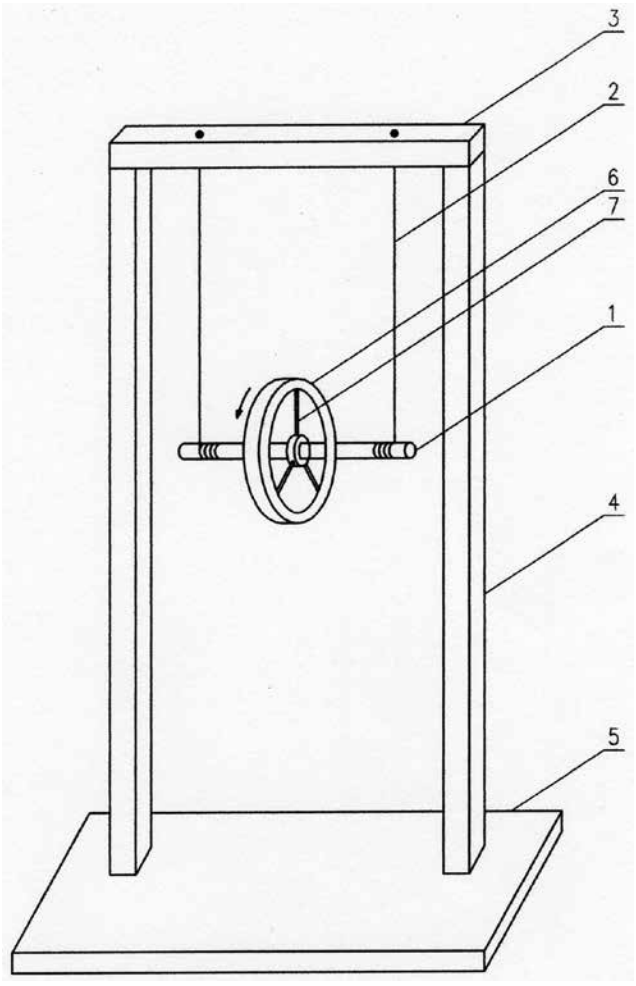
Okazuje się, że koło można w prosty sposób wykorzystać do przeprowadzenia jeszcze jednego, interesującego doświadczenia, które pozwala łatwo pokazać i wyjaśnić zmiany ciężaru ciała podczas jego ruchu przyspieszonego, albo opóźnionego w kierunku pionowym. Do tego oprócz koła będzie potrzebna elektroniczna waga kuchenna, albo jeden lub dwa czułe siłomierze o zakresie pomiarowym, pozwalającym zmierzyć ciężar zastosowanego koła, Użyteczne też będą: plastikowy wieszak do ubrań, statyw z poziomym prętem i łącznikiem oraz cienkie nici i zapałki.

Dokładność wag kuchennych wynosi zwykle 1 g, a ich zakres 0-2000 g lub 0-5000 g. Lepsza, niż waga kuchenna byłaby waga laboratoryjna o takim samym zakresie i większej dokładności, np. 0,1 g, ale dostęp do takiej wagi jest trudniejszy. Waga zostanie wykorzystana do doświadczeń z kołem zawieszonym na ramce lub statywie (rys. 1). Wtedy zmiana ciężaru poruszającego się koła będzie uwidoczniona przez zmianę masy wskazywaną w gramach na wyświetlaczu wagi. Tę zmianę można przeliczyć na kilogramy, a następnie na niutony, mnożąc wynik w kilogramach przez wartość przyspieszenia ziemskiego.

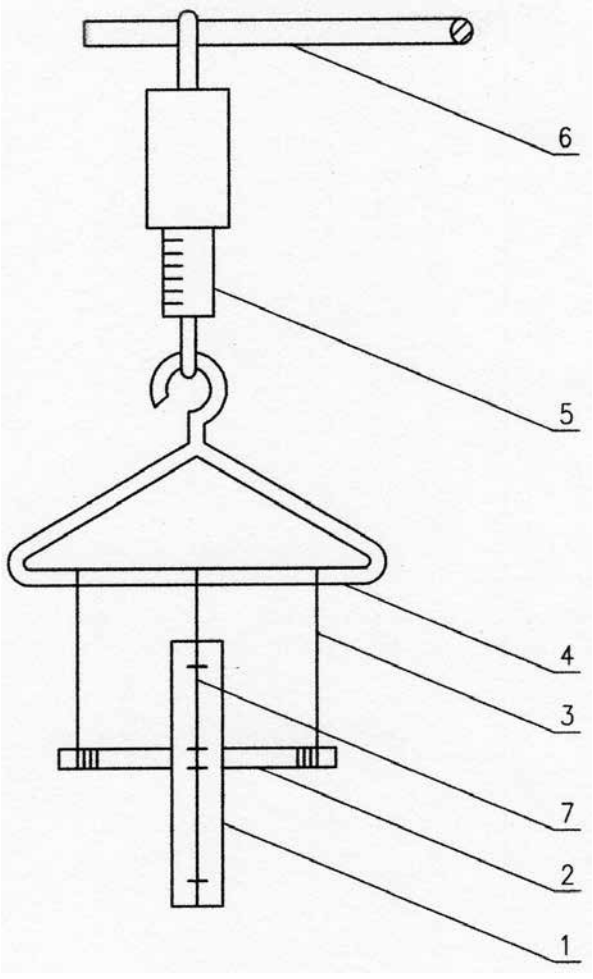
Zamiast elektronicznej wagi kuchennej do doświadczenia można wykorzystać też tradycyjną wagę dźwigniową z dwiema szalkami. Wtedy koło zostaje zawieszone po jednej stronie dźwigni, a po drugiej zawiesza się ciężarek o takiej masie, żeby zrównoważył koło [3].

W celu wykonania doświadczenia koło należy ponieść do góry, nawijając obie nici na oś. Poszczególne zwoje nici powinny być ułożone równo jeden obok drugiego. Żeby uruchomić koło bez zaburzenia wskazań wagi, oś poniesionego koła trzeba przywiązać w pozycji poziomej nicią do pręta.

Kolejna czynność to włączenie wagi i sprawdzenie prawidłowość jej wskazań, które przy pustej szalce powinny wynosić 0 g. Następnie na wadze zostaje ustawione kolo

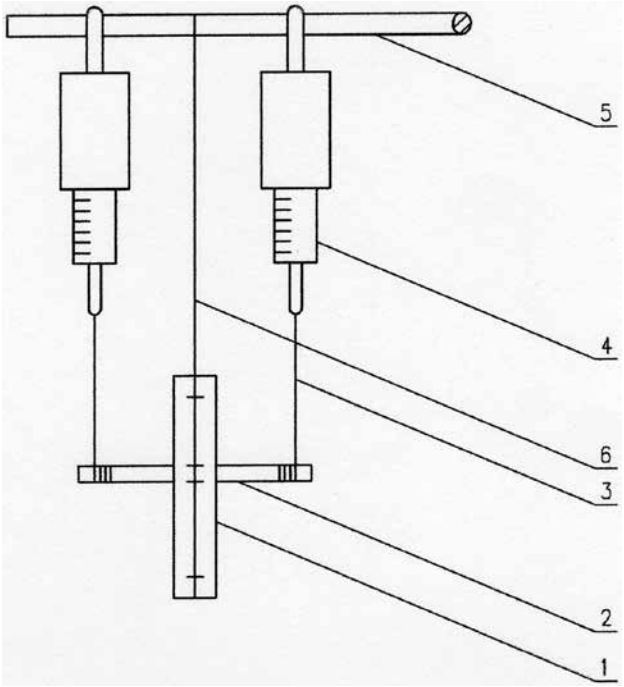


Rys. 1. Budowa koła Maxwella; 1 – oś, 2 – nić koła, 3 – pręt koła, 4 – wspornik, 5 – podstawa, 6 – obręcz 7 – szprycha.



Rys. 2. Sposób zawieszenia koła na jednym siłomierzu; 1 – obręcz, 2 – oś, 3 – nić, 4 – wieszak do ubrań, 5 – siłomierz, 6 – pręt połączony ze statywem, 7 – nić do przepalenia.

eprasa.pl 02e46da152



Rys. 3. Sposób zawieszenia koła na dwóch siłomierzach; 1 – obręcz, 2 – oś, 3 – nić, 4 – pręt, 4 – siłomierz 5 – pręt połączony ze statywem, 6 – nić do przepalenia.

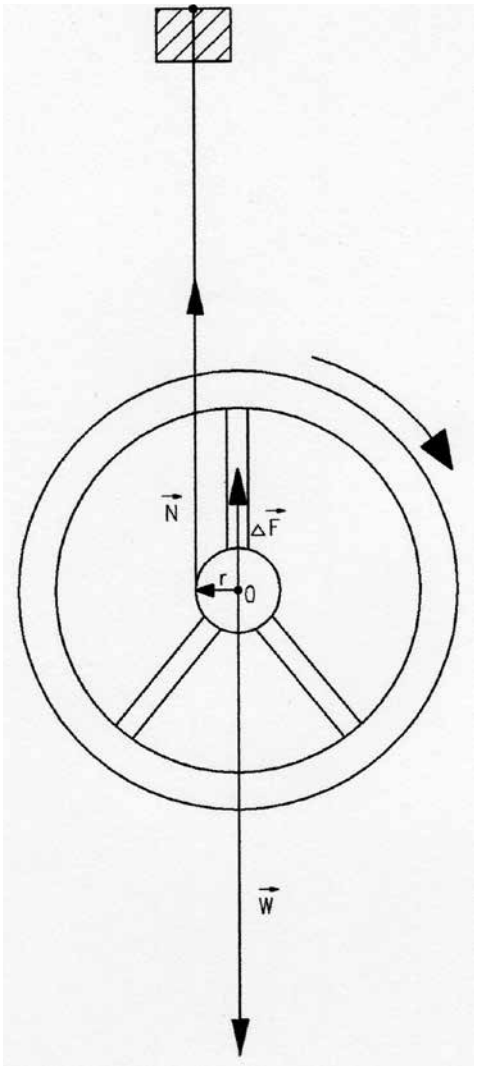
i odczytana jego masa. Przykład jednego z wykorzystanych kół przedstawia fot. 1. Po tym nić użytą do przywiązania osi przepala się zapałką, powodując opadanie koła i obserwuje wskazania wagi.

Podczas ruchu koła w dół waga wskazuje mniejszą masę, a podczas jego ruchu do góry – większą. Zmiany wskazań zależą od takich parametrów jak: wymiary i masa koła, jej rozkład przestrzenny oraz długość nici, rozwijających się podczas ruchu koła. W przeprowadzonych doświadczeniach te zmiany wynosiły od kilku do kilkudziesięciu gramów.

Podobne doświadczenia daje się przeprowadzić z kołem zawieszonym na jednym, albo na dwóch siłomierzach. Mając do dyspozycji tylko jeden siłomierz i koło bez ramki można zbudować układ doświadczalny, pokazany na rys. 2. Górne końce nici koła są wtedy przywiązane bezpośrednio do dolnej poprzeczki wieszaka do ubrań, który z kolei jest podwieszony za pomocą siłomierza pod poziomym prętem zamocowanym do statywu. Oś koła powinna znajdować się w pozycji poziomej.

Wykonanie doświadczenia jest podobne, jak poprzednio z tą różnicą, że odczyty ciężaru koła spoczywającego oraz poruszającego się w górę, albo w dół są wykonywane na siłomierzu. Wariant doświadczenia z dwoma siłomierzami jest przedstawiony na rys. 3. W tym przypadku górne końce nici koła są przywiązane do dolnych zaczepów siłomierzy, a ich górne zaczepy są zawieszone na pręcie przymocowanym poziomo do statywu.

Wykonane doświadczenia skłaniają do postawienia pytania, dlaczego waga lub siłomierze wskazują zmiany ciężaru koła? Żeby odpowiedzieć na to pytanie należy zastosować drugą zasadę dynamiki dla ruchu obrotowego bryły sztywnej, rozwiązać równania ruchu i wyznaczyć siły naprężenia nici podczas opadania i wznoszenia koła.



Rys. 4. Siły działające w układzie koła podczas ruchu w dół; W – ciężar koła, N – suma sił naprężenia nici, ΔF – siła bezwładności (zmiana ciężaru koła), r – promień koła, 0 – środek osi.

Dlaczego tak się dzieje?

Siły działające na koło w czasie opadania są pokazane na rys. 4. Wykorzystując drugą zasadą dynamiki, twierdzenie Steinera i podstawowe zależności z kinematyki, można zapisać następujące równania:

$$\varepsilon = \frac{M}{I} \qquad (1),$$

$$M = Wr \qquad (2),$$

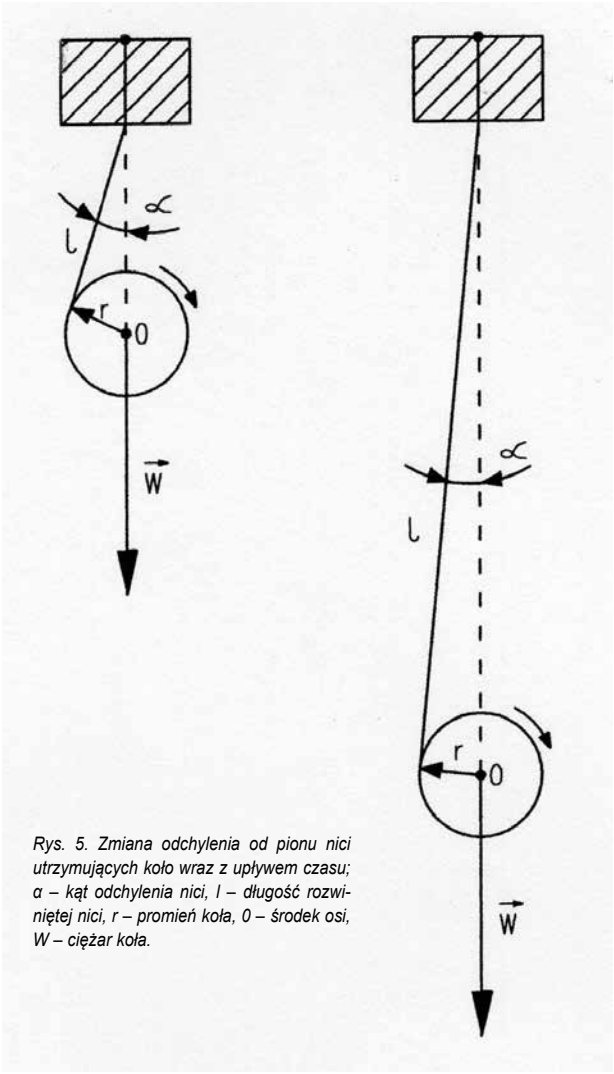
$$W = mg \qquad (3),$$

$$I = I_0 + mr^2 \qquad (4),$$

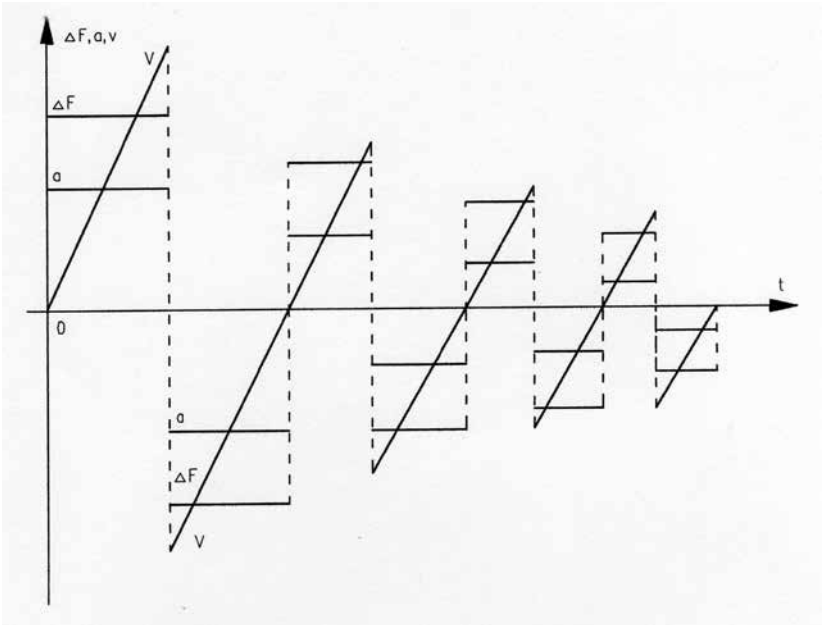
$$a = \varepsilon r \qquad (5),$$

w których: ε, a – przyspieszenia koła odpowiednio kątowe i liniowe, M – moment ciężaru koła, I, I_0 – momenty bezwład-

eprasa.pl 02e46da152



Rys. 5. Zmiana odchylenia od pionu nici utrzymujących koło wraz z upływem czasu; α – kąt odchylenia nici, l – długość rozwiniętej nici, r – promień koła, 0 – środek osi, W – ciężar koła.



Rys. 6. Wykresy przedstawiające w sposób poglądowy zmiany siły naprężenia nici ΔF, przyspieszenia liniowego a oraz prędkości liniowej v w czterech początkowych cyklach ruchu kola.

ności koła odpowiednio względem chwilowego środka obrotu i względem osi symetrii, *W* – ciężar koła, *m* – jego masa, *r* – promień osi koła, *g* – przyspieszenie ziemskie (*g* = 9,81 m/s^2). Wzór (1) wyraża drugą zasadę dynamiki dla ruchu obrotowego, natomiast wzór (4) to twierdzenie Steinera, pozwalające obliczyć moment bezwładności bryły sztywnej *I* względem dowolnej osi równoległej do osi symetrii, dla której moment bezwładności jest znany i wynosi I_0 [4].

Pisząc równania (1-5) dokonano uproszczenia, polegającego na założeniu, że nici, na których jest zwieszone koło mają przez cały czas ruchu kierunek pionowy. W dokładnym opisie należałoby uwzględnić, że kierunek ten jest nieco odchylony od pionu o kąt *α* i zmienia się podczas ruchu (rys. 5). Dlatego w równaniu (2) ciężar *W* powinien być pomnożony przez funkcję kosinus kąta *α* zależnego od długości odwiniętej nici ponad osią *l*, która z kolei zależy od czasu ruchu i od promienia osi koła *r*. Doprowadziłoby to do układu skomplikowanych równań różniczkowych, możliwych do rozwiązania jedynie metodami numerycznymi.

W praktyce promień osi koła *r* ma małą wartość i dlatego można zastosować przyjęte przybliżenie. Ponadto, kąt odchylenia *α* maleje wraz ze wzrostem długości *l*. Odchylenie nici od pionu ma jednak wpływ na ruch koła i powoduje dające się zauważyć po kilku cyklach wznoszenia i opadania wahanie koła na boki. Warto o tym pamiętać, gdy dociekliwy uczeń zapyta, dlaczego koło ulega „rozkołysaniu”?

Po wykonaniu odpowiednich podstawień i elementarnych przekształceń ze wzorów (1-5) otrzymuje się następujący wzór na przyspieszenie liniowe koła

$$a = \frac{g}{1 + \frac{I_0}{mr^2}} \qquad (6).$$

Ze wzoru (6) wynika, że układ odniesienia związany z kołem jest układem nienercjalnym, poruszającym się w dół z przyspieszeniem *a*. Dlatego w tym układzie działa siła bezwładności *ΔF*, zwrócona pionowo do góry i stąd suma sił naprężenia obu nici *N*, na których jest zwieszone koło wyraża się wzorem

$$N = m(g - a) \qquad (7).$$

To oznacza, że suma sił naprężenia nici *N* i ciężar całego koła umieszczonego na wadze odczytany na wyświetlaczu wagi uległ zmniejszeniu o *ΔF*

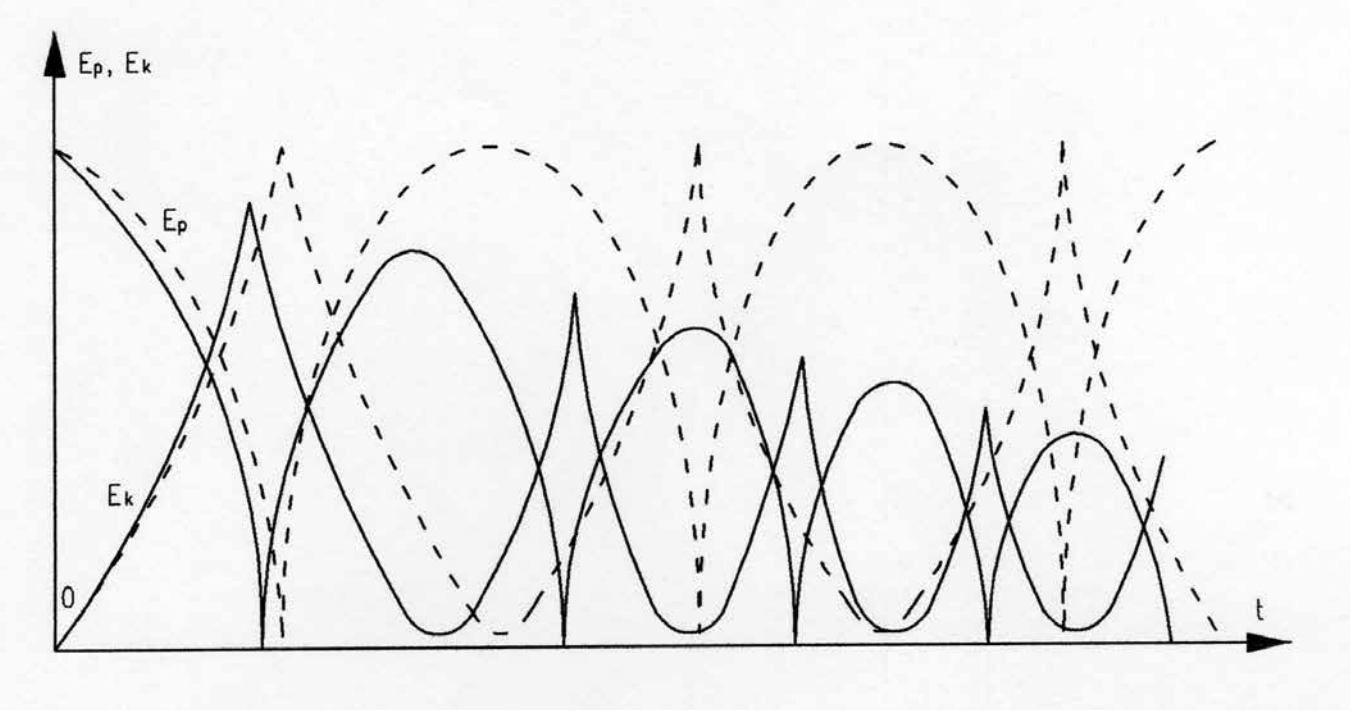
$$\Delta F = -ma \qquad (8).$$

Oczywiście, gdyby koło było nieruchome, to $a = 0$ i wtedy $\Delta F = 0$. Podstawiając *a* ze wzoru (6) do wzoru (8) otrzymuje się

$$\Delta F = -\frac{mg}{1 + \frac{I_0}{mr^2}} \qquad (9).$$

Po powtórzeniu przeprowadzonych rozważań dla ruchu koła w górę łatwo dojść do wniosku, że wtedy waga wskaże wzrost ciężaru o *ΔF*. Opisana sytuacja jest podobna, jak

eprasa.pl 02e46da152



Rys. 7. Wykresy przedstawiające w sposób poglądowy zmiany energii potencjalnej E_p i energii kinetycznej E_k koła w kolejnych cyklach ruchu. Linie kreskowe odnoszą się do koła idealnego, poruszającego się bez oporów, natomiast linie ciągłe do koła rzeczywistego.

w przypadku hamującej, albo rozpoczynającej ruch windy. Gdy winda hamuje, to wtedy pasażer odczuwa wzrost swojego ciężaru, natomiast gdy winda rozpoczyna ruch ku dołowi, wówczas pasażer stwierdza zmniejszenie własnego ciężaru. Podobna sytuacja występuje też podczas jazdy kolejką górską po wznoszącym i opadającym torze.

Ze wzorów (7) i (9) wynika jeszcze jeden ciekawy wniosek. Gdyby moment bezwładności koła względem jego osi symetrii spełniał warunek $I_0 = 0$, albo jego promień wynosiłby $r = 0$, to wtedy byłoby $\Delta F = -mg$. Zgodnie tym, ciężar koła byłby równy 0 i koło osiągnęłoby stan nieważkości. Żeby spełnić ten warunek cała masa koła musiałaby znajdować się na jego osi obrotu. Wtedy koło byłoby tzw. masą punktową, albo „linią materialną", spadającą z przyspieszeniem ziemskim *g*, a jak wiadomo swobodnie spadające ciało jest w stanie nieważkości [4].

Dobrym ćwiczeniem uzupełniającym te rozważania jest samodzielne narysowanie przez uczniów wykresów, przedstawiających zależności od czasu: zmiany siły naprężenia nici *ΔF*, przyspieszenia *a* i prędkości liniowej *v* koła w kolejnych cyklach ruchu lub wykresów zmian jego energii potencjalnej E_p i kinetycznej E_k. Przykłady takich wykresów, obrazujących charakterystyczne cechy zmian wymienionych wielkości są pokazane na rys. 6 i 7.

Jak wspomniano wcześniej, większa część masy koła jest umieszczona na obwodzie i dzięki temu jego moment bezwładności jest duży, czyli $I_0 >> mr^2$. Ten warunek umożliwia zadziwiająco powolny ruch koła z niewielkim przyspieszeniem, ale zgodnie ze wzorami (7) i (9) powoduje też ograniczenie wartości *ΔF*.

Taka sytuacja ma swoją wadę i zaletę. Wada polega właśnie na ograniczeniu *ΔF* i przez to doświadczenie jest mniej widowiskowe. W praktyce udaje się osiągnąć *ΔF*, którym odpowiadają zmiany masy odczytane na wyświetlaczu wagi wynoszące od kilku do kilkunastu gramów. Zaletą jest umożliwienie obserwacji zmiany *ΔF* przez dłuższy czas bez konieczności stosowania specjalnych przyrządów pomiarowych o szybkim działaniu, albo do szybkiego zapisu obrazów.

Udzielając odpowiedzi na sformułowane w tytule pytanie należy wziąć pod uwagę wyniki przeprowadzonych doświadczeń oraz otrzymane wzory i stwierdzić, że koło może być jedynie w stanie ograniczonej nieważkości, albo niewielkiego przeciążenia. Ponadto, do doświadczeń wykazujących nieważkość lepsze jest koło o mniejszym momencie bezwładności, ale takie koło ma mniejszą energię kinetyczną ruchu obrotowego. Przez to opadanie oraz wznoszenie takiego koła potrwa krócej i doświadczenie będzie mniej widowiskowe.

Inne sposoby na nieważkość

Warto jeszcze dodać, że jest znanych kilka doświadczeń możliwych do wykonania w warunkach szkolnych lub domowych, wykazujących stan nieważkości. Jedno z nich polega na przytrzymaniu za górny koniec sprężynki slinky, tak żeby była rozciągnięta pod działaniem własnego ciężaru, a następnie puszczeniu jej swobodnie [5]. W czasie spadania sprężynka jest w stanie nieważkości i jej rozciągnięcie znika. Podobna sytuacja ma miejsce w doświadczeniu

eprasa.pl 02e46da152

ze spadającą butelką, zawierającą wodę i niewielką ilość powietrza [6]. Podczas spadania powietrze tworzy pęcherzyk w środku objętości wody.

Dokładna obserwacja tych efektów w sposób bezpośredni może być jednak utrudniona, ponieważ czasy spadania z dostępnych w praktyce wysokości są krótkie, np. z dziesiątego piętra czas swobodnego spadania wynosi ok. 2,4 s. Dodatkowym utrudnieniem przy zwiększeniu wysokości staje się wzrost odległości spadających przedmiotów od obserwatora. Dlatego jest konieczne sfilmowanie tych doświadczeń, np. telefonem komórkowym wyposażonym w szybką kamerę.

Można też przetestować inną wersję doświadczenia, pokazującego nieważkość podczas swobodnego spadku. Na szalce wagi elektronicznej należy ustawić pionowo długą, przezroczystą rurę z poprzeczką przymocowaną do jej górnego końca i skierowaną wzdłuż średnicy rury, Na tej poprzeczce jest zawieszona na nitce kulka, umieszczona wewnątrz rury. Rura może być zastąpiona przez ramkę lub statyw z poziomym prętem, na którym zostanie zawieszona kulka przywiązana do nitki (fot. 2). Zamiast kuli można wykorzystać nakrętkę lub niewielki ciężarek. Na szale wagi należy położyć kawałek gąbki lub tzw. folii bąbelkowej, żeby zamortyzować uderzenie kulki i zabezpieczyć wagę przed ewentualnym uszkodzeniem. Po zważeniu rury lub ramki wraz kulką, nitka zostaje przepalona i kulki spada swobodnie, będąc w stanie nieważkości.

Podczas spadania wskazanie wagi powinno się zmniejszyć, a różnica wskazań być równa masie kulki. Jednak czas spadania w praktyce nie przekroczy kilku dziesiątych części sekundy i może okazać się za krótki, żeby niektóre wagi mogły to zarejestrować. Ponadto, wynik tego doświadczenia jest dość oczywisty, ponieważ kulka w czasie spadania nie jest w jakikolwiek sposób połączona z elementami wagi.

Tak więc, opisane doświadczenie z poruszającym się kołem Maxwella, ustawionym na wadze pozostaje dobrym sposobem na pokazanie stanu nieważkości i przeciążenia. Dawniej kola Maxwella były produkowane przez Fabrykę Pomoczy Naukowych i znajdowały się prawie w każdej szkolnej pracowni fizycznej. Dziś w szkołach bywa z tym różnie. Koło Maxwella jest jednak tak prostym przyrządem, że bez większych problemów można je na kilka sposobów wykonać samodzielnie z przedmiotów i materiałów codziennego użytku.

Stanisław Bednarek,
Wydział Fizyki i Informatyki Stosowanej Uniwersytetu Łódzkiego



Fot. 2. Przykład układu doświadczalnego do wykazania stanu nieważkości spadającej kulki.

Literatura

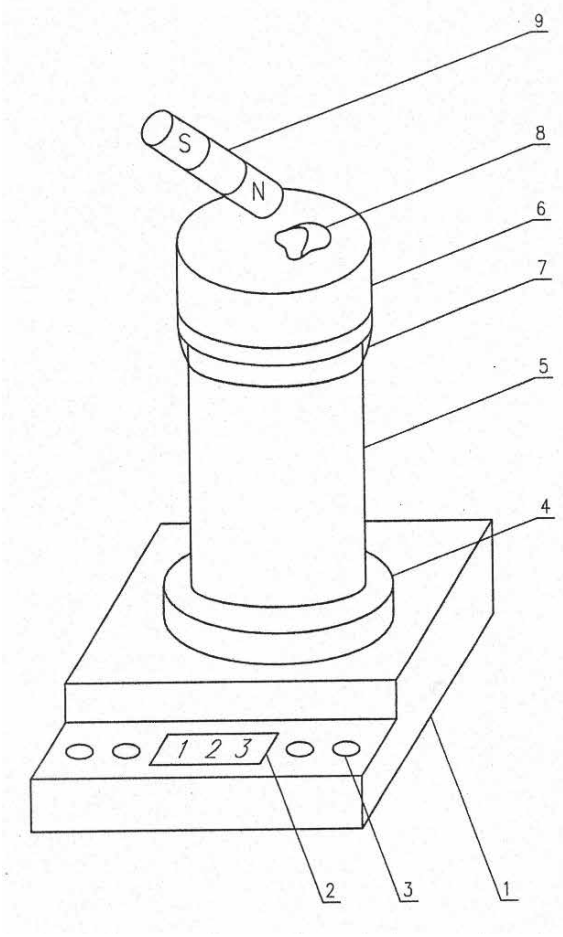
[1] S. Szczeniowski, Fizyka doświadczalna, część I. mechanika i akustyka, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1972.
[2] T. Dryński, Doświadczenia pokazowe z fizyki, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1964.
[3] Maxwell's pendulum on a scale #experiment #physics #science #space #history, https://www.youtube.com/shorts/3LTXCYwGojs.
[4] S. J. Ling, J. Sanny, W. Mobes et. al., Fizyka dla szkół wyższych, tom 1, OpenStax Polska, Katalyst Education, Warszawa 2018, https://openstax.org/details/books/fzyka-dla-szkół-wyższych-polska.
[5] Zagadka – spadająca sprężyna, https://www.youtube.com/watch?v=5jBB36wJ6hc.
[6] Nieważkość w spadającej butelce, liceum w Turku, https://www.youtube.com/ watch?v=Q5OmDP0scSE.

eprasa.pl 02e46da152

Precyzyjna waga jubilerska jako waga magnetyczna?

Do dokładnego wyznaczania przenikalności magnetycznej dia- i paramagnetyków używa się precyzyjnych wag, produkowanych przez nieliczne firmy na świecie. Ceny tych przyrządów są porównywalne z ceną przeciętnego samochodu. Może jednak do rozpoznawania właściwości magnetycznych materiałów użyć znacznie tańszej wagi jubilerskiej?

Małgorzata Szymaszek , Stanisław Bednarek



Rys. 1. Budowa układu doświadczalnego, 1 – waga jubilerska, 2 – wyświetlacz, 3 – przycisk włącznika, 4 – szalka, 5 – rurka, 6 – cienka folia polietylenowa, 7 – taśma klejąca, 8 – próbka badanej substancji, 9 – magnes neodymowy.

Zewnętrzne pole magnetyczne, przyłożone do dowolnej substancji oddziałuje na elektrony poruszające się w jej atomach i na ich momenty magnetyczne [1]. Skutkiem tego każda substancja wykazuje właściwości magnetyczne. Problem polega na tym, że w przypadku wielu substancji te właściwości są bardzo słabe. Dlatego do ich zauważenia są konieczne odpowiednio silne pola magnetyczne, co w warunkach szkolnych stwarza duży problem. Tak właśnie dzieje się z substancjami dia- i paramagnetycznymi. Jest jednak prosty sposób na rozwiązanie tego problemu i został on opisany w niniejszym artykule.

Budowa układu doświadczalnego jest pokazana na rys. 1. Podstawowym jego elementem jest elektroniczna waga jubilerska o dokładności 0,001 g, albo 0,01 g. Takie wagi mają zakres ważenia 0-100 g, albo 0-50 g i można je kupić w sklepach z artykułami elektronicznymi lub przez Internet.

Żeby zabezpieczyć stalowe elementy wagi przed działaniem pola magnetycznego, na jej szalce należy ustawić rurkę o wysokości ok. 10 cm, wykonaną z dowolnego materiału nieferromagnetycznego. Wystarczy rurka zwinięta z kartki papieru i sklejona taśmą klejącą. Może być też rolka od papieru toaletowego. Od góry na rurkę trzeba nałożyć kawałek folii polietylenowej, np. z cienkiej torebki od produktów spożywczych, tzw. zrywki i przymocować ją taśmą klejącą, owiniętą wokół rurki. Powierzchnia folii powinna być pozioma, płaska i lekko naprężona. Oddziaływanie takiej folii z polem magnetycznym w przeprowadzanych doświadczeniach jest niezauważalne i dlatego można ją wykorzystać, jako wygodne miejsce do układania próbek badanych substancji.

Do doświadczeń będzie potrzebny jeszcze, co najmniej jeden magnes neodymowy w kształcie walca o średnicy ok. 10 mm i wysokości 10-15 mm. Lepiej jednak mieć kilka takich magnesów i połączyć je ze sobą biegunami różnoimiennymi, tworząc w ten sposób dłuższy magnes walcowy, który wytworzy silniejsze pole magnetyczne.

Posługując się magnesami neodymowymi należy zachować ostrożność. Potencjalne niebezpieczeństwa to: możliwość przyciśnięcia skóry palców, pęknięcie magnesów podczas ich zderzenia ze sobą lub ze stalowymi przedmiotami i niepożądane namagnesowanie przypadkowych przedmiotów, np. zegarków, narzędzi oraz zakłócenia pracy implantów medycznych, wyposażonych w układy elektroniczne, np. kardiostymulatorów.

Ponieważ wagi elektroniczne mają szereg dodatkowych funkcji, które w każdym modelu działają nieco inaczej, to konieczne jest zapoznanie się z instrukcją jego użytkowania. Dzięki temu będzie można uniknąć błędów obsługi i sprawnie wykonać doświadczenie.

Kolejny krok polega sprawdzeniu, czy po zbliżeniu do folii jednego z końców magnesu wskazania wagi nie ulegają zmianie. Gdyby było inaczej, wówczas należy wymienić folię na cieńszą. Dopiero po tym na folii można umieszczać próbki badanych substancji, zbliżać do nich jeden z biegunów magnesu i odczytywać zmianę wskazań wagi.

Optymalne rozmiary próbek dla podanej średnicy magnesu nedymowego wynoszą 5-10 mm. Próbki wykonane z substancji paramagnetycznych będą wciągane w obszar silniejszego pola, istniejący bliżej bieguna, czyli końca magnesu. Siła przyciągania tych próbek będzie zwrócona ku górze, czyli przeciwnie do ich ciężaru i dlatego wskazania wagi powinny zmaleć.

eprasa.pl 02e46da152



Fot. 1. Wygląd zewnętrzny układu doświadczalnego.

W przypadku próbek wykonanych z substancji diamagnetycznych będzie odwrotnie. Przykłady substancji dia- i paramagnetycznych są podane w tablicach fizycznych lub chemicznych [2, 3]. Żeby uzyskać optymalne efekty, biegun magnesu powinien znajdować jak najbliżej powierzchni próbki. Trzeba jednak uważać, żeby nie dotknąć magnesem powierzchni próbki i nie zakłócić przez to wskazań wagi. Próbka powinna być w całości w najsilniejszym i jednocześnie najbardziej niejednorodnym polu magnetycznym, które zależy od kształtu używanego magnesu. W praktyce oznacza to, że wyraźniejszy efekt zachodzi, gdy do próbki jest zbliżona krawędź końcowej powierzchni magnesu, ponieważ w tym obszarze pole magnetyczne jest bardziej niejednorodne.

Składowa siły dF_x, działająca w kierunku wybranej osi prostokątnego układu współrzędnych, np. 0X na element próbki o przekroju poprzecznym dS i długości dx, umieszczony w polu magnetycznym o natężeniu H i niejednorodności pola, czyli jego gradiencie dH/dx wyraża się wzorem [4, 5]

$$F_x = \mu_0(\mu_r - 1)H\frac{dH}{dx}dSdx\,,$$

w którym $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ (Vs)/(Am) i oznacza przenikalność magnetyczną próżni, natomiast μ_r jest przenikalnością względną materiału próbki.

W niektórych tablicach zamiast μ_r jest podawana wielkość $\chi = (\mu_r - 1)$, nazywana podatnością magnetyczną. Są też, tablice, zwłaszcza chemiczne, w których zamiast wielkości względnych są podawane wartości podatności lub przenikalności na jednostkę masy (gram, albo mol), pomnożone przez wartość μ_0 [2, 6]. W każdych tablicach te wielkości są ujemne dla dia-, a dodatnie dla paramagnetyków. Niestety, wartości względne tych wielkości zawierają się w granicach 10^{-5}-10^{-6} dla paramagnetyków, zaś dla diamagnetyków zakres ten jest 10^{-6}-10^{-7}. Właśnie dlatego siły oddziaływania tych substancji z polem magnetycznym mają małe wartości, a doświadczenia są trudne do wykonania.

Trzeba też zwrócić uwagę na to, że próbki niektórych materiałów dostępnych w codziennym użytku, które z wyglądu i pochodzenia zostaną zaliczone do diamagnetyków, m.in. kawałki grafitu z ołówków, w doświadczeniu okażą się paramagnetykami. Jest to wynikiem domieszek dodawanych podczas produkcji lub zanieczyszczenia próbek.

Wypadkową siłę, działającą na próbkę można obliczyć po napisaniu analogicznych wzorów dla pozostałych składowych F_y, F_z i ich scałkowaniu po objętości próbki. Na szczęście w szkole nie musimy tego robić, bo efekt całkowania jest obserwowany w postaci zmiany wskazań wagi jubilerskiej. Dla podanych w tym artykule parametrów układu doświadczalnego obserwowane zmiany wskazań wagi jubilerskiej wynosiły od kilku do kilkudziesięciu miligramów. Tym zmianom odpowiadają siły oddziaływania magnetycznego w granicach 10^{-5}-10^{-4} N.

Chociaż dla diamagnetyków wartości sił oddziaływania magnetycznego są zwykle bardzo małe w porównaniu z ciężarem próbek, to jednak mając dostęp do odpowiednio silnych pól magnetycznych, można spowodować, że siły te będą równe ciężarowi próbki. Wtedy próbka umieszczona w polu magnetycznym będzie lewitowała.

Spektakularny efekt tego typu uzyskali Andriej Gejm i Michael Berry. W polu magnetycznym o indukcji 16 T, wytwarzanym przez specjalną cewkę zasilaną prądem o dużym natężeniu (tzw. magnes Bittera), umieścili zieloną żabkę, która zaczęła lewitować [7, 8]. Żabka przeżyła, a eksperyment został zauważony i wyróżniony w 2000 r. Ig Noblem. Jest to nagroda przyznawana za najbardziej kuriozalne i pomysłowe eksperymenty, nazywana też „anty-Noblem" lub „niegodziwym Noblem". Niektórzy laureaci obrażają się za to lub ogłaszają protesty. Wspomniani panowie przyjęli to jednak ze spokojem, zaś Andriej Gejm otrzymał wspólnie z Konstantinem Nowosiołowem nagrodę Nobla w 2010 r. za odkrycie grafenu.

Małgorzata Szymaszek
Akademickie Liceum Ogólnokształcące
Politechniki Śląskiej w Gliwicach

Stanisław Bednarek
Wydział Fizyki i Informatyki Stosowanej
Uniwersytetu Łódzkiego

Literatura

[1] S. Szczeniowski, Fizyka doświadczalna, część 3, Elektryczność i magnetyzm, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1972.
[2] W. M. Haynes, red., CRC Handbook of Chemistry and Physics A Ready-Reference Book of Chemical and Physical Data, Taylor and Francis Group, New York 2015.
[3] W. Mizerski, Tablice fizyczne i astronomiczne, Wydawnictwo Adamantan, Warszawa 2013.
[4] J. Kuryłowicz, Badania materiałów magnetycznych, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 1966.
[5] M. Nałęcz, J. Jaworski, Miernictwo magnetyczne, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 1968.
[6] M. Pękała, Eksperymentalne metody magnetochemii, Wydawnictwo Uniwersytetu Warszawskiego, Warszawa 2013.
[7] https://www.rp.pl/nauka/art14961131-eksperymentator-z-lewitujaca-zaba-od-ignobla-do-nobla-z-fizyki, [dostęp: 20.08 2024 r.].
[8] https://efizyka.net.pl/lewitacja-magnetyczna, [dostęp: 20.08 2024 r.].

eprasa.pl 02e46da152






Wstęp do fizyki lotu aerodyny

Niemal każdy młody człowiek lubi obserwować latające samoloty, a wielu z nich myślało o wyborze zawodu pilota lub konstruktora lotniczego. Te zainteresowania są naturalną okazją do wyjaśnienia, dlaczego różne obiekty cięższe od powietrza latają i zainteresowania uczniów fizyką.

Stanisław Bednarek

Obiekty latające, stworzone przez człowieka są nazywane ogólnie „statkami powietrznymi". Taka nazwa jest używana m.in. w Prawie Lotniczym i podręcznikach przeznaczonych do szkolenia personelu lotniczego [1-3]. Statki powietrzne są klasyfikowane według rożnych kryteriów, np. obecności załogi na pokładzie podczas lotu. Według tego kryterium wyróżnia się statki załogowe i bezzałogowe. Te drugie są nazywane najczęściej dronami, a ich pełna nazwa w języku polskim to bezzałogowe statki powietrzne (BSP).

Z punktu widzenia fizyki lotu najważniejsze jest kryterium wytwarzania siły, utrzymującej statek w powietrzu. Według tego kryterium wyodrębnia się dwie następujące grupy statków powietrznych:

1. Statodyny, czyli statki lżejsze od powietrza, utrzymujące się w powietrzu dzięki sile wyporu.
2. Aerodyny – są to statki cięższe od powietrza, którym utrzymanie w powietrzu zapewnia składowa siły aerodynamicznej, nazywana siłą nośną.

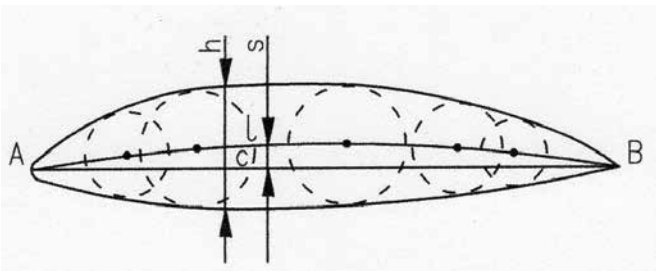
Dla precyzji tych sformułowań należy wyjaśnić, że potoczne określenie statek „lżejszy od powietrza" jest skrótem myślowym i może być błędnie rozumiane. Dokładnie rzecz biorąc chodzi tutaj o statek, którego średnia gęstość, wyrażona stosunkiem jego masy do jego objętości, obliczonej na postawie gabarytów jest mniejsza od gęstości powietrza. Jeżeli ten warunek zostanie spełniony, to wtedy siła wyporu, określona prawem Archimedesa, będzie większa od ciężaru statku i umożliwi jego uniesienie w powietrze [4].

Siła aerodynamiczna może być spowodowana ruchem postępowym całego statku powietrznego, albo ruchem obrotowym jego elementów względem powietrza. Zgodnie z tym aerodyny można podzielić na dwie grupy:

1. Płatowce
2. Wirnikowce

Do płatowców zalicza się samoloty, motoszybowce, szybowce i motolotnie. W tych grupach statków powietrznych siła aerodynamiczna jest wytwarzana prawie w całości na powierzchniach odpowiednio wyprofilowanych skrzydeł, nazywanych też płatami oraz w niewielkim stopniu na powierzchniach kadłuba i stateczników.

Wirnikowce mogą mieć jeden lub więcej wirników, inaczej rotorów. W zależności od liczby wirników wyróżnia się jednowirnikowce i wielowirnikowce, nazywane też multirotorami. Do jednowirnikowców należą śmigłowce, które często nazywa się helikopterami. Wielowirnikowce to przede wszystkim drony i niektóre typy śmigłowców, mające więcej niż jeden wirnik. W przypadku wirnikowców siła aerodynamiczna jest wytwarzana na łopatach śmigieł głównych, które również mają specjalny profil, a czasem też zmienne ustawienie łopat. Pod pewnymi względami śmigła można rozpatrywać, jako obracające się skrzydła.



Rys. 1. Podstawowe elementy geometryczne profilu lotniczego, stanowiącego przekrój poprzeczny płata; A – nosek, B – ostrze, (nosek i ostrze są punktami przecięcia przekroju profilu przez krawędź natarcia i krawędź spływu), c – cięciwa, l – linia szkieletowa, s – strzałka, h – grubość.

eprasa.pl 02e46da152

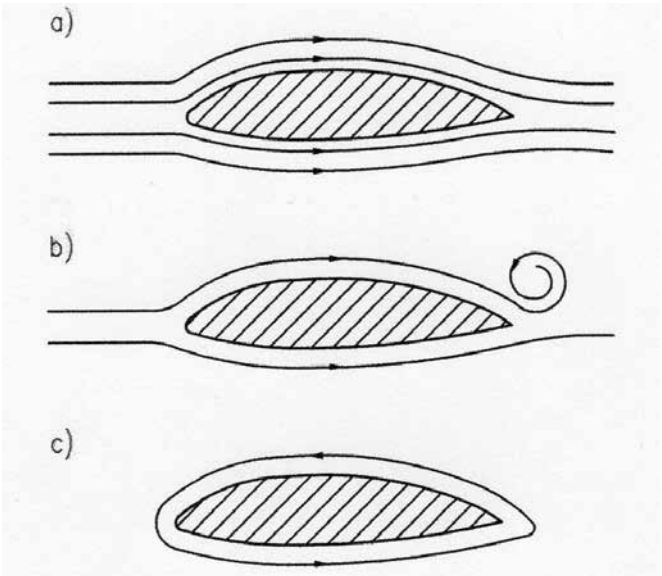
Wytwarzanie siły nośnej

Jak wspomniano wcześniej, siła aerodynamiczna jest wytwarzana na odpowiednio wyprofilowanych powierzchniach skrzydeł albo śmigieł. To wyprofilowanie polega m.in. na tym, że skrzydła mają specjalny kształt w przekroju poprzecznym oraz odpowiedni zarys widziany z góry i od dołu. Typowy kształt przekroju poprzecznego skrzydła, nazywany profilem lotniczym, jest pokazany na rys. 1.

Opracowano wiele kształtów profili lotniczych, ale ich wspólna cecha polega na tym, że odległość między punkami A i B liczona wzdłuż górnej linii profilu jest większa, niż ta odległość wzdłuż linii dolnej [2, 5]. Podczas ruchu skrzydła powietrzne napływa na jego przednią krawędź, nazywaną krawędzią natarcia i utworzoną z punków A, nazywanych noskami. Napływające powietrze rozdziela się na dwie strugi, z których jedna porusza się nad płatem, a duga pod nim (rys. 2). Obie strugi tracą kontakt z powierzchnią płata na krawędzi spływu, znajdującej się na tylnej części płata i utworzonej z punków B – tzw. nosków.

Bardzo ważnym parametrem jest kąt natarcia α, zawarty między cięciwą płata c oraz jego kierunkiem ruchu. W zależności od fazy ruchu, jego prędkości, kształtu profilu i innych czynników opływ powietrza wokół płata może być laminarny lub turbulentny, czyli wirowy. Podczas opływu laminarnego strugi powietrza nie tworzą wirów (rys. 2.a). Taki opływ zdarza się jednak rzadko. Zwykle już na początku ruchu pojawia się za krawędzią spływu wir rozruchowy (rys. 2.b). Następnie ten wir powiększa się i w ruchu ustalonym obejmuje cały płat (rys. 2.c).

Rozkład ciśnienia podczas opływu płata i działające na niego siły są pokazane na rys. 3. Nadciśnienie powietrza wywierane na dolną powierzchnię płata jest mniejsze, niż podciśnienie na powierzchnię górną, co oznaczają różne długości strzałek [6]. Skutkiem tego na płat działa wypadkowa siła aerodynamiczna **R,** skierowana ku górze i przyłożona w punkcie nazywanym środkiem ciśnienia.



Rys. 2. Różne warianty opływu płata: a) laminarny, b) z wirem rozruchowym za krawędzią spływu, c) z wirem wokół płata.

Zgodnie z powszechnie przyjmowaną definicją siłę **R** rozkłada się na składową **N** zwróconą ku górze, prostopadłą do kierunku ruchu płata i nazywaną siłą nośną oraz na składową **F** równoległą do kierunku ruchu, zwróconą do niego przeciwnie i nazywaną siłą oporu aerodynamicznego. Oprócz tego na płat działa ciężar jego **W** oraz siła napędu **P,** pochodząca od silnika. Podczas ruchu ze stałą prędkością wypadkowa tych sił jest równa zero i zachodzący wtedy lot nazywa się lotem w warunkach ustalonych.

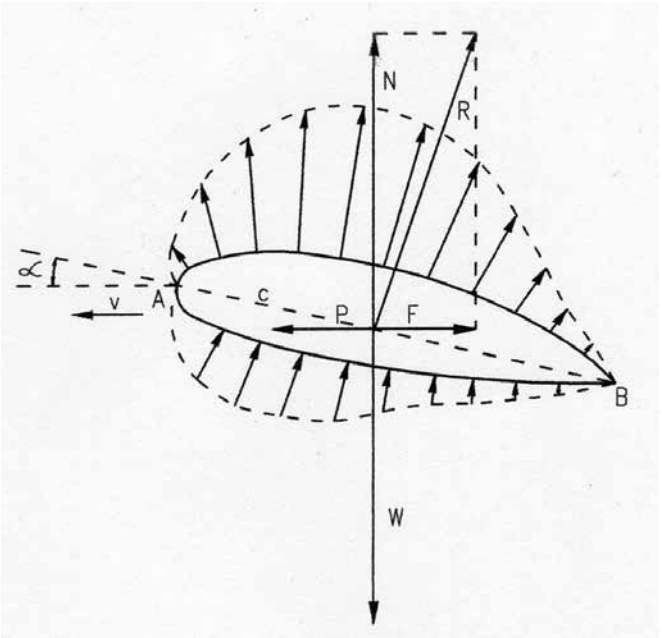
W tym miejscu pojawia się naturalne pytanie, w jaki sposób jest wytwarzana siła nośna **N** i od czego zależy jej wartość. W niektórych podręcznikach, napisanych ok. 50-60 temu jest podawane wyśnienie, wykorzystujące równanie Bernoulliego [7, 8]. To równanie wyraża zasadę zachowania energii w strudze płynu doskonałego, tzn. cieczy lub gazu, które są nieściśliwe oraz nie mają lepkości. W podręcznikach szkolnych równanie Bernoulliego jest zapisywane w postaci

$$p + \rho g h + \frac{\rho v^2}{2} = \text{const.} \qquad (1),$$

Znaczenie symboli użytych w równaniu (1) jest następujące:

p – ciśnienie zewnętrzne wywierane na płyn,
ρ – gęstość płynu,
h – wysokość słupa płynu,
g – przyspieszenie ziemskie,
v – prędkość płynu.

Drugi składnik w równaniu (1) oznacza ciśnienie hydrostatyczne, wynikające z przepływu płynu między różnymi poziomami, a trzeci składnik to ciśnienie dynamiczne, zależne od prędkości.



*Rys. 3. Rozkład ciśnienia wokół płata i siły działające na płat w locie ustalonym; **R** – wypadkowa siła aerodynamiczna, **N –** siła nośna, **F** – siła oporu aerodynamicznego, **P** – siła napędu, **W** – ciężar, **v** – prędkość lotu, α – kąt natarcia, A – nosek, B – ostrze, c – cięciwa.*

eprasa.pl 02e46da152

Jak napisano wcześniej, odległość między krawędzią natarcia i krawędzią spływu, liczona wzdłuż górnej powierzchni płata jest większa, niż wzdłuż jego dolnej powierzchni. Ponadto przyjmuje się założenie, że strugi powietrza rozdzielone na krawędzi natarcia, a następnie opływające płat od góry i od dołu spotykają na krawędzi spływu. Wynika stąd, iż prędkość strugi powietrza nad płatem v_2 musi być większa, niż prędkość v_1 pod nim. Uwzględniając te założenia i przyjmując, że krawędź natarcia i krawędź spływu znajdują się na tej samej wysokości ($h_1 = h_2$) otrzymuje się z równania (1) różnicę ciśnień pod płatem p_1 i nad nim p_2, wyrażającą się wzorem

$$p_1 - p_2 = \frac{\rho(v_1^2 - v_1^2)}{2} \qquad (2).$$

Takie wyjaśnienie, oparte na poglądach z lat dwudziestych ubiegłego wieku, kiedy wiedza na temat aerodynamiki dopiero się rozwijała, jest błędne [9-11]. Co prawda, siła nośna wynika z różnicy ciśnień na dolną i górną powierzchnię płata, ale strugi powietrza nie spotykają się jednocześnie na krawędzi spływu, zaś wokół płata zwykle tworzą się wiry. To oznacza, że opływ płata nie jest laminarny, a poza tym powietrze jest ściśliwe i wykazuje lepkość. Mimo tego, niektórzy autorzy publikacji popularnonaukowych nadal próbują w ten sposób wyjaśniać wytwarzanie siły nośnej [12].

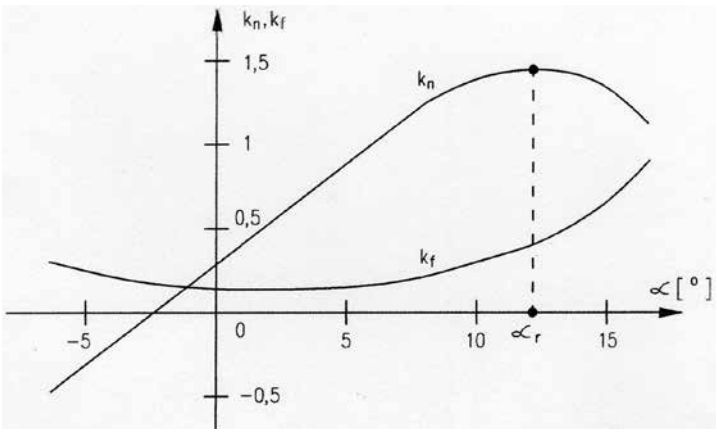
Bardziej prawidłowe wyjaśnienie polega na założeniu, że wyprofilowana powierzchnia dolna poruszającego się płata działa pewną siłą skierowaną ukośnie ku dołowi na znajdujące się pod tym płatem masy powietrza. Zgodnie z trzecią zasadą dynamiki te masy powietrza działają na płat siłą reakcji skierowaną ku górze. Według przyjętej wcześniej definicji, składowa tej siły prostopadła do kierunku ruchu płata stanowi siłę nośną. Taki sposób wyjaśnienia przyjęli m.in. autorzy znanego w wielu krajach podręcznika dla szkół wyższych, dostępnego bezpłatnie w wersji elektronicznej. Oto cytat z tej książki, wyjaśniający wytwarzanie siły nośnej [13]. „Ptaki i samoloty latają, działając na powietrze siłą o zwrocie przeciwnym niż siła reakcji, wpływająca na ich ruch naprzód. Skrzydła ptaków działają na powietrze siłą o kierunku zarówno poziomym, jak i pionowym, aby móc unieść ptaka nad ziemią i spowodować lot do przodu."

W podręcznikach przeznaczonych do szkolenia osób związanych z lotnictwem są podawane następujące wzory na siłę nośną P_z oraz siłę oporu P_x [5]

$$P_z = \frac{1}{2}\rho S v^2 c_z \qquad (3),$$

$$P_x = \frac{1}{2}\rho S v^2 c_x \qquad (4),$$

w których:
S – powierzchnia płata,
c_z, c_x – bezwymiarowe współczynniki siły nośnej i siły oporu.

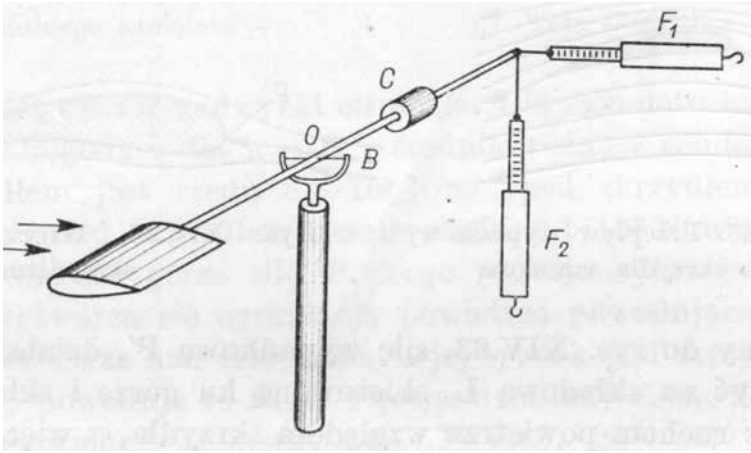


Rys. 4. Przykład typowej zależności współczynników siły nośnej k_n i siły oporu k_f od kąta natarcia α, α_r – krytyczny kąt natarcia.

Porównując pęd, który masy powietrza uzyskują w określonym czasie od poruszającego się płata i popęd siły, działającej w tym czasie na płat można wykazać, że ta siła jest wprost proporcjonalna do iloczynu $\rho S v^2$.

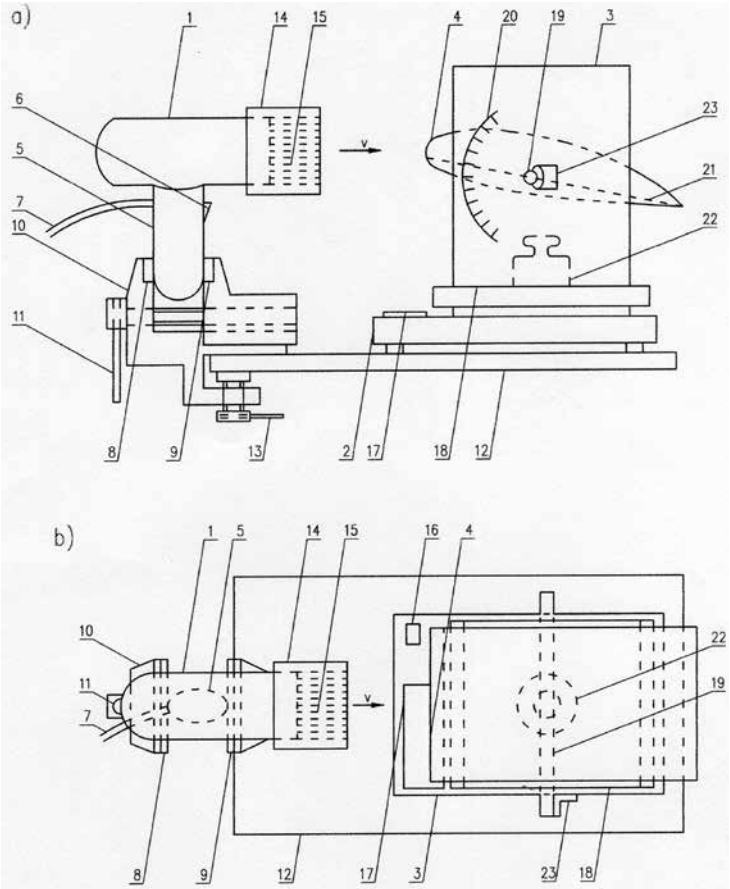
Otrzymane iloczyny nie uwzględniają szczegółów związanych m.in. z kształtem płata, czy efektami zachodzącymi na jego brzegach. Dlatego konieczne jest wprowadzenie współczynników c_z, c_x, które dostosowują ogólny wzór do konkretnych warunków. Te współczynniki są wyznaczane doświadczalnie dla danego płata w wyniku pomiarów wykonanych w tunelu aerodynamicznym i zależą od wielu czynników, m.in. od kąta natarcia α. Typowa zależność współczynników c_z, c_x od α jest przestawiona na wykresach, stanowiących rys. 4.

Łatwo zauważyć, że początkowo współczynnik siły nośnej c_z rośnie wraz ze wzrostem α, ale powyżej pewnej wartości tego kąta, nazywanej wartością krytyczną α_r, współczynnik c_z maleje, podczas gdy współczynnik siły oporu c_x wciąż rośnie. Skutkiem tego statek powietrzny zamiast się wznosić traci prędkość i opada. Taka sytuacja zachodzi, gdy pilot za bardzo wychyli drążek sterowy „na siebie" i spowoduje



Rys. 5. Schemat wagi aerodynamicznej; O – oś pionowa, B – oś pozioma, C –ciężarek, F_1, F_2 – siłomierze do pomiaru siły oporu i siły nośnej, źródło [2].

eprasa.pl 02e46da152



Rys. 6. Schemat budowy układu doświadczalnego: a) widok z boku, b) widok z góry; 1 – korpus suszarki do włosów 2 – obudowa elektronicznej wagi jubilerskiej, 3 – wspornik, 4 –fragment płata aerodynamicznego, 5 – rękojeść suszarki, 6 – włącznik suszarki, 7 – przewód zasilający, 8, 9 – szczęki imadła, 10 – korpus imadła, 11 – dźwignia przesuwu szczęk, 12 – dźwignia mocowania imadła, 13 – blat stołu, 14 – nasadka, 15 – kawałki rurek od napojów (tzw. słomek), 16 – włącznik wagi, 17 – wyświetlacz, 18 – szalka, 19 – oś fragmentu płata aerodynamicznego, 20 – podziałka kątowa, 21 – cięciwa płata, 22 – odważnik, 23 – kawałek taśmy klejącej.

efekt nazywany w żargonie lotniczym. przeciągnięciem. Przy małej wysokości może to doprowadzić do zderzenia z ziemią.

Eksperyment

Wytwarzanie siły nośnej oraz siły oporu można zademonstrować i przeprowadzić ich pomiary, przy użyciu tzw. wagi aerodynamicznej, której schemat przedstawia rys. 5, [6]. Kilkadziesiąt lat temu Fabryki Pomocy Naukowych produkowały takie wagi wraz z dmuchawą i nazywało się to „Przyrząd do wykazywania siły aerodynamicznej" [14, 15]. Taki przyrząd był wyposażony w zestaw wymiennych profili aerodynamicznych o różnych kształtach, dwie skale oraz sprężynki połączone z dźwignią i spełniające rolę siłomierzy. Jeżeli w jakiejś szkole taki przyrząd się zachował, to można go wykorzystać do przeprowadzenia wspomnianych pomiarów. Jeżeli nie, to warto zbudować opisany dalej układ z przedmiotów i materiałów codziennego użytku.

Schemat takiego układu jest pokazany na rys. 6, a przykład jego wykonania na fot. 1. Podstawowymi elementami

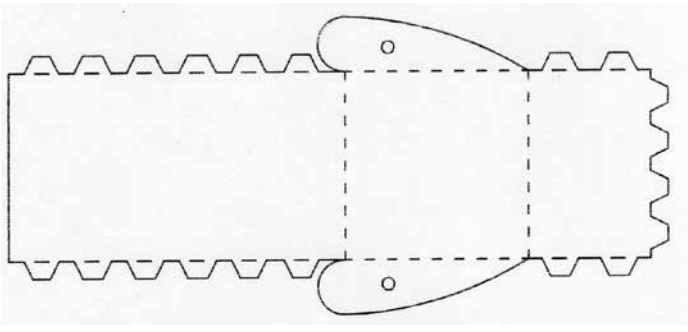


Fot. 1. Przykładowy wygląd układu doświadczalnego (fot. własna).

układu są suszarka do włosów 1 i elektroniczna waga jubilerska 2, na której umieszczono samodzielnie wykonany wspornik 3 oraz fragment płata aerodynamicznego 4. Rękojeść suszarki 5, jest wyposażona w wyłącznik 6 i przewód zasilający 7 oraz została zamocowana między szczękami 8, 9 małego imadła 10 przez delikatne dokręcenie tych szczęk dźwignią 11.

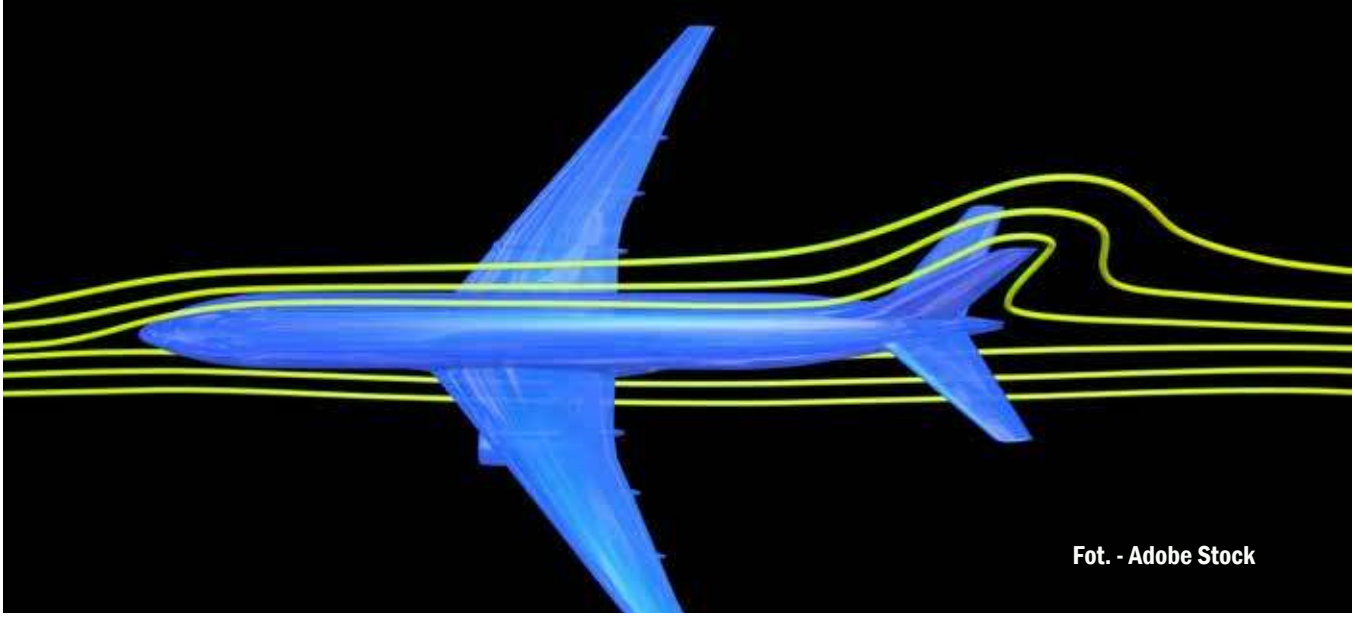
Imadło 10 zamocowano do blatu stołu lub ławki 12, dokręcając dźwignię mocowania imadła 13. Na wylot powietrza z korpusu suszarki 1 wciśnięto nasadkę 14 w postaci kawałka plastikowej rurki o odpowiedniej średnicy, wypełnioną podłużnie skierowanymi kawałkami cienkich rurek do picia napojów 15, nazywanych słomkami. Dla zabezpieczenia słomek przed 15 przed wydmuchaniem sklejono je ze sobą oraz z wewnętrzną powierzchnią nasadki klejem epoksydowym. Nasadka 14 wypełniona słomkami 15 jest elementem opcjonalnym, powodującym laminarny wypływ powietrza.

Na blacie stołu 12 ustawiono elektroniczną wagę jubilerską 2 o zakresie ważenia 0-100 g, mającą wyłącznik 16 oraz wyświetlacz wyników 17. Na szalce 18 tej wagi ustawiono wspornik 3 w kształcie litery U. Między ramionami wspornika 3 umieszczono fragment płata aerodynamicznego 4, przymocowanego do poziomej osi 19, przechodzącej przez ten płat i przez otwory w ramionach wspornika 3. Środek krawędzi natarcia skierowanego poziomo płata 4 powinien znajdować się na osi nasadki 14.



Rys. 7. Wzór do skopiowania na karton, wycięcia i sklejenia płata aerodynamicznego.

eprasa.pl 02e46da152



Fot. - Adobe Stock

Do wykonania wspornika 3 użyto prostokątnego kawałka tektury, którego boczne części zagięto ku górze. Płat 4 sklejono z kawałka kartonu wyciętego wg. wzoru pokazanego na rys. 7. Jako oś 19 wykorzystano drewniany patyczek od szaszłyków, przechodzący przez otwory w bocznych ściankach płata 4 i przyklejony do tych ścianek. Do sklejenia płata 4 oraz osi 19 zastosowano klej polimerowy, którym posmarowano zagięte wypustki wyciętego kawałka kartonu i otwory na oś 19.

Na jednym z ramion wspornika 3 narysowano przy użyciu kątomierza fragment podziałki kątowej 20, mającej zakres ± 15° (zob. rys. 6), a ponadto na sklejonym płacie 4 zaznaczono cięciwę 21 i krawędź natarcia. Na poziomej części wspornika ustawiono odważnik 22 o masie 50 g. Płat 4 unieruchomiono w pozycji o zerowym kątem natarcia, odczytanym na skali 20, czyli z cięciwą skierowaną poziomo. W tym celu przyklejono oś 19 małym kawałkiem taśmy klejącej 23, łączącej wystający koniec osi 19 z ramieniem wspornika 3. Celem umieszczenia odważnika 22 jest wstępne obciążenie wagi 2 i zabezpieczenie wspornika 3 wraz płatem 4 przed zdmuchnięciem z szalki 18.

Żeby wykazać działanie siły nośnej i przeprowadzić jej pomiary należy najpierw przy wyłączonej suszarce 1 zważyć wspornik 3 wraz z odważnikiem 22, płatem 4 i osią 19. Następnie trzeba włączyć suszarkę 1, jeżeli to możliwe bez ogrzewania powietrza i przy zerowym kącie natarcia α płata 4 powtórzyć ważenie. Okaże się wtedy, że na skutek działania siły nośnej ku górze wynik ważenia będzie mniejszy o kilka gramów.

W przeprowadzonym doświadczeniu z niewielką suszarką, kupioną za ok. 20 zł oraz z płatem o szerokości 6 cm i długości 5,5 cm różnica wynosiła 3,8 g. Po tym suszarkę trzeba wyłączyć, zwiększyć o 2-3° kąt natarcia α, włączyć suszarkę i znów wykonać ważenie. Opisane czynności należy powtórzyć dla kolejnych zmian kąta natarcia α w granicach narysowanej podziałki, zarówno dla dodatnich jak też ujemnych wartości.

Otrzymane różnice mas można przeliczyć na wartości siły, mnożąc je przez wartość przyspieszenia ziemskiego, a następnie wykorzystać do narysowania wykresu, przedstawiającego zależność siły nośnej od kąta natarcia α.

Opisany układ eksperymentalny łatwo daje się dostosować do posiadanych materiałów i warunków. Dla przykładu, zamiast sklejać płat 4 z papieru można go wyciąć ze styropianu, albo z balsy – miękkiego i bardzo lekkiego drewna, używanego przez modelarzy. Suszarkę 1 można zamocować poziomo, jak w przykładzie wykonania pokazanym na fot. 1.

Podsumowując należy zauważyć, że eksperymenty i obliczenia w zakresie aerodynamiki nie należą do łatwych. Wymagają umiejętnego uwzględnienia wielu czynników i budowy trafnych modeli matematycznych, dobrze opisujących rzeczywiste sytuacje. Użyteczne do tych celów okazują się zastosowanie praw fizyki i komputerów o dużej mocy obliczeniowej. Stawka jest wysoka – bezpieczeństwo nowych statków powietrznych i życie pilotów doświadczalnych. Satysfakcja z udanej konstrukcji też jest ogromna. I może właśnie to powoduje, że na kierunki studiów związane z lotnictwem od lat nie brakuje ambitnych kandydatów.

Stanisław Bednarek,
Wydział Fizyki i Informatyki Stosowanej Uniwersytetu Łódzkiego

Literatura

[1] Prawo Lotnicze, ustawa z dn. 3 lipca 2002 r., Dziennik Ustaw 2002, nr 130, poz. 1112, https://isap.sejm.gov.pl/isap.nsf/DocDetails.xsp?id=wdu20021301112, (dostęp: 5.01 2024 r.).
[2] W. Wyszywacz, Drony, przepisy, budowa i eksploatacja BSP, loty, meteorologia, nawigacja, pilot, bezpieczeństwo, Wydawnictwo Poligraf, Brzezia Łąka 2020.
[3] E. Mikołajczyk, Pilotaż samolotu od podstaw, Wydawnictwo Stapia, Katowice 2010.
[4] S. Bednarek, Prawo Archimedesa w zastosowaniach, „Fizyka w Szkole z Astronomią, Czasopismo dla Nauczycieli", Nr 1 (390), Rocz. LXV, 2024, s. 33-37.
[5] W. Łanecka-Makaruk, Mechanika lotu szybowców, szkolenie szybowcowe, Wydawnictwo Stapia, Katowice 2018.
[6] S. Szczeniowski, Fizyka doświadczalna, część 1, mechanika i akustyka, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1972.
[7] M. Jeżewski, Fizyka, podręcznik dla wyższych szkół technicznych, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1972.
[8] M. Skorko, Fizyka podręcznik dla studentów wyższych technicznych studiów zawodowych dla pracujących, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1972.
[9] Siła nośna, https://pl.wikipedia.org/wiki/Si%C5%82a_no%C5%9Bna, (dostęp: 5.01 2024 r.).
[10] Lift (force), https://en.wikipedia.org/wiki/Lift_(force), (dostęp: 5.01 2024 r.).
[11] G. Grzegorczyk, Szanowna Redakcjo, „Wiedza i Życie", Nr 11 (1079), 2024, s. 78, (list czytelnika).
[12] A. Hołdys, Powszechna siła nacisku, „Wiedza i Życie", Nr 9, (1077), 2024, s. 58-61.
[13] S.J. Ling, J. Sanny, W. Moebs, Fizyka dla szkół wyższych, tom 1, Openstax Polska 2018, s. 221, https://openstax.pl/szczegoly-ksiazki?book=Fizyka_dla_szk%C3%B3% C5%82_w y%C5%BCszych_tom_1, (dostęp: 5.01 2024 r.).
[14] Katalog pomocy naukowych i sprzętu szkolnego, Państwowe Zakłady Wydawnictw Szkolnych, Warszawa 1963.
[15] J. Kowalewski (red.), Katalog pomocy naukowych i sprzętu szkolnego, Zrzeszenie Przemysłu Pomocy Naukowych i Zaopatrzenia Szkół Biofiz, Warszawa 1985.

eprasa.pl 02e46da152

Odkrycia w praktyce!



- ✔ Jak i dlaczego działa GPS?
- ✔ Jak wykorzystuje się niezwykłe właściwości nanocząstek?
- ✔ Jak się numerycznie prognozuje pogodę?
- ✔ Jak z kwiatów czerpać energię elektryczną?
- ✔ Jak się bada ludzki mózg?
- ✔ Jak fizycy leczą raka?

Wydanie specjalne
w wersji elektronicznej
(plik PDF)
Tylko 15 zł!

Formularz zamówienia na stronie: www.aspress.com.pl/specjalne/

eprasa.pl 02e46da152

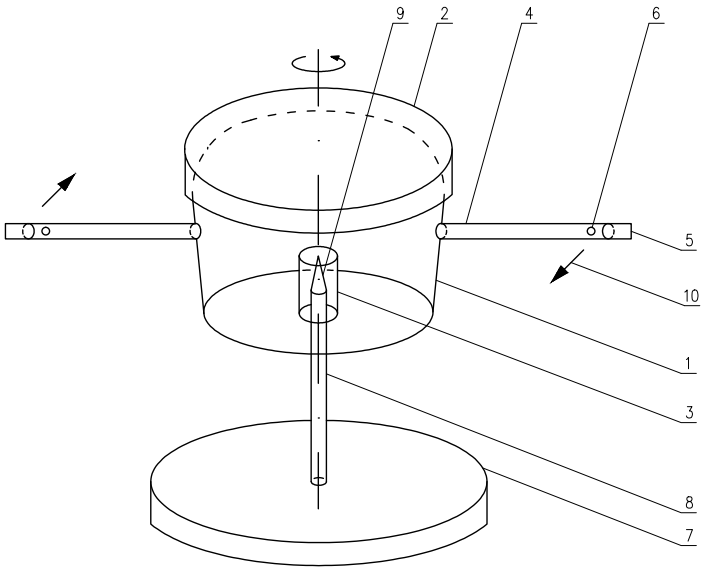
Bezpieczny model silnika odrzutowego na „sodkę” i ocet

Stanisław Bednarek

Nauczyciele fizyki z dużym stażem zawodowym mogą pamiętać pokaźnych rozmiarów model silnika odrzutowego, produkowany przez Fabrykę Pomocy Naukowych w latach siedemdziesiątych ubiegłego wieku [1]. Ten model składał się z dwóch podzespołów. Pierwszym z nich był była rama z dwoma szynami zaopatrzona na końcu w poprzeczkę do zaczepienia haczyka siłomierza. Drugi podzespół to czterokołowy wózek przystosowany do ustawienia na szynach.

Do wózka była przymocowana komora spalania, dysza wylotowa w kształcie długiej, poziomej rury i zbiornik paliwa. Uruchomienie modelu odbywało się świecą zapłonową od silnika samochodowego, wmontowaną w komorę spalania. Wózek był łączony z ramą za pomocą siłomierza, który pozwalał na pomiar siły ciągu silnika. Praca tego silnika była bardzo efektowna, ale jeszcze bardziej hałaśliwa i niebezpieczna.

Dziś pewnie trudno byłoby znaleźć taki model w jakiejś szkolnej pracowni fizycznej. Ponieważ zjawisko odrzutu jest ważnym tematem, to ta sytuacja stała się zachętą do opracowania innego modelu silnika odrzutowego, który jest łatwy do wykonania z przedmiotów codziennego użytku i co najważniejsze bezpieczny. Dlatego uczniowie mogą z nim samodzielnie eksperymentować bez obaw o wyrządzenie komukolwiek szkody.



Rys. 1. Budowa modelu silnika odrzutowego; 1 – plastikowy przezroczysty pojemnik, 2 – zakrętka lub pokrywka pojemnika, 3 – probówka, 4 – słomka do napojów, 5 – zamknięty koniec słomki, 6 – otworek, 7 – podstawka, 8 – pręt, 9 – ostrze igły lub szpilki, 10 – strumienie dwutlenku węgla.

Wygląd zewnętrzny silnika został przedstawiony na rys. 1. Silnik jest bezpieczny m.in. dlatego, że nie zachodzi w nim spalanie i pracuje w temperaturze pokojowej. Zamiast komory spalania w silniku zastosowano okrągły pojemnik 1, wykonany z przezroczystego tworzywa sztucznego i zaopatrzony w pokrywkę lub zakrętkę 2, umożliwiającą jego szczelne zamykanie. Ważne jest, żeby pojemnik był możliwie lekki. Średnica pojemnika powinna wynosić 5-10 cm, a wysokość ok. 5 cm. Do tego celu bardzo dobrze nadaje się pojemnik przeznaczony do zbierania próbek do badań laboratoryjnych, który można kupić w aptece za ok. 2 zł lub pojemnik od produktów spożywczych, np. gotowych zup.

W środku dna pojemnika należy wyciąć okrągły otwór, wcisnąć do niego krótką probówkę 3, skierowaną dnem do góry i krawędź otworu wokół probówki uszczelnić klejem epoksydowym lub silikonem. W górnej części bocznej ścianki pojemnika należy wyciąć dwa umieszczone naprzeciw siebie otworki, wcisnąć w nie końce słomek do napojów 4 lub końce plastikowych rurek o średnicy ok. 4-5 mm i długości ok. 10 cm oraz uszczelnić krawędzie otworów podobnie, jak poprzednio. Końce 5 słomek 4 należy zacisnąć i zakleić, a w pobliżu tych końców w każdej słomce wykonać otworek 6 o średnicy ok. 1 mm. Otworki muszą być skierowane w przeciwne strony, a do ich wykonania można wykorzystać grubą igłę lub koniec nożyczek.

Obecnie dostępne są gównie słomki ekologiczne, wykonane z papieru. Takie słomki szybko rozmiękają i są przeznaczone do jednorazowego użytku. Żeby słomki w silniku można używać wielokrotnie, należy je utrwalić przez posmarowanie z zewnątrz wodoodpornym klejem lub lakierem. Tak przygotowany pojemnik stanowi wirnik silnika, który umieszcza się na podstawce 7 z przymocowanej do niej pionowym prętem 8, zaopatrzonym na górnym końcu w igłę lub szpilkę 9, skierowaną ostrym końcem do góry. Podstawkę 7 i pręt 8 można wykonać z różnych materiałów, np. z drewna, a dolny koniec igły lub szpilki 9 posmarować klejem epoksydowym i włożyć tępą stroną w otworek wywiercony w górnym końcu pręta 9.

Żeby uruchomić silnik należy do otwartego pojemnika 1 wsypać ok. 2-3 cm^3 wodorowęglanu sodu $NaHCO_3$, dostępnego w sklepach spożywczych, pod nazwą „soda oczyszczana” lub „sodka” (torebka o zwartości 70 g kosztuje ok. 2 zł) i wlać 10-15 ml octu o stężeniu 10% lub 5%. Taki ocet stanowi roztwór kwasu octowego CH_3COOH w wodzie H_2O i jest powszechnie używany do celów spożywczych.

Pojemnik 1 z tymi substancjami trzeba szybko zamknąć zakrętką lub pokrywką 2 i umieścić na ostrzu 9. Z otworków 6 zaczną wypływać strumienie dwutlenku węgla 10 (wzór chemiczny CO_2), skierowane w przeciwne strony. Zgodnie trzecią zasadą dynamiki lub zasadą zachowania

eprasa.pl 02e46da152



Fot. 1. Wygląd zewnętrzny jednego ze budowanych modeli silnika odrzutowego, w którym wykorzystano pojemnik dostępny w aptekach.

pędu, na końce słomek 4 zadziałają przez to siły reakcji, których moment spowoduje obrót całego wirnika, trwający zwykle kilkadziesiąt sekund. Po ustaniu obrotu można wylać z pojemnika pozostałe produkty reakcji i powtórzyć doświadczenie. Dwutlenek węgla w pojemniku jest wytwarzany zgodnie z reakcją

$$NaHCO_3 + CH_3COOH \rightarrow \rightarrow CH_3COONa + H_2O + CO_2\uparrow \qquad (1)$$

Jest to reakcja zobojętniania, w wyniku której zostaje wytworzony octan sodu CH_3COONa, stanowiący sól sodową kwasu octowego, woda H_2O i dwutlenek węgla CO_2, napędzający silnik.

Bardziej dociekliwi lub kreatywni uczniowie mogą wyrazić chęć podjęcia prób z innymi substancjami w celu uzyskania szybszych obrotów wirnika. Niektóre z takich prób są związane z niebezpieczeństwem i mogą być przeprowadzone tylko pod nadzorem nauczyciela lub osoby dorosłej, mającej wiedzę chemiczną. Dla przykładu, zastosowanie pokruszonego karbidu (węglik wapnia CaC_2, dostępny w sklepach, jako środek do odstraszania kretów i nornic oraz używany podczas spawania gazowego) i wody H_2O spowoduje wydzielanie acetylenu, zgodnie z reakcją

$$CaC_2 + H_2O \rightarrow Ca(OH)_2 + C_2H_2\uparrow \qquad (2)$$

Wirnik będzie obracał się znacznie szybciej, ale acetylen C_2H_2 jest gazem palnym i przy odpowiednim stężeniu z powietrzem tworzy mieszaninę wybuchową. Oprócz tego, reakcja (2) jest egzotermiczna i powoduje silne nagrzewanie się pojemnika, zaś wytwarzany wodorotlenek wapnia $Ca(OH)_2$ ma właściwości żrące. Podczas przeprowadzonych doświadczeń z tymi substancjami konieczne było użycie rękawic ochronnych, a po kilku próbach nastąpiło rozszczelnienie pojemnika wskutek przegrzania i pęknięcia gwintu.

Zkolei zastąpienie wodorowęglanu sodu $NaHCO_3$ przez proszek do pieczenia, który też zawiera tę substancję, spowodowało bardzo powolny obrót wirnika. Powód łatwy do wyjaśnienia – zwartość $NaHCO_3$ w proszku do pieczenia jest zbyt mała do celów tego doświadczenia. Zadawalających efektów nie dało też zastosowanie pokruszonej kredy, zawierającej węglan wapnia $CaCO_3$ i octu, a także tabletek musujących, z których wydziela się dwutlenek węgla CO_2 po zalaniu wodą. Tak więc, mieszanina wodorowęglanu sodu $NaHCO_3$ i octu stanowi optymalny dobór związków chemicznych do napędu silnika, zarówno pod względem bezpieczeństwa, dostępności, ceny i efektywności działania.

Konstrukcja opisanego silnika wykazuje podobieństwo do dwóch innych pomocy naukowych, zaliczanych do tzw, turbin odrzutowych, które były kiedyś produkowane fabrycznie. Są to „młynek parowy" i młynek Segnera [2, 3]. Pierwszy z nich zawierał metalową, płaską puszkę, napełnianą wodą i umieszczaną na łożyskach między ramionami obejmy w kształcie skierowanej poziomo litery U. Puszka była szczelnie zakręcana metalową zakrętką oraz połączona z dwiema rurkami, skierowanymi radialnie i zamkniętymi na końcach, przy których były wykonane otworki, podobnie jak w zbudowanym modelu.

Pod puszką znajdowała się rynienka napełniana denaturatem. Po jego zapaleniu woda w puszcze była doprowadzana do wrzenia, a wytworzona para wypływała przez otworki w rurkach i powodowała obrót puszki w wyniku zjawiska odrzutu. Młynek Segnera zawierał zamkniętą dnem, pionową rurę, która mogła obracać się na łożyskach wokół swojej osi. Ponad dnem z rurą łączyły się cztery radialnie skierowane rurki, rozmieszczone co 90°, podobne jak w „młynku parowym". Przez górny, otwarty koniec wlewało się do rury wodę, która wypływała pod własnym ciężarem przez otworki w końcach rurek i w wyniku odrzutu powodowała obrót rury. Następnie woda spływała do cylindrycznego naczynia w dolnej części młynka.

Jeżeli któryś z opisanych młynków przetrwał i nadaje się do użytku, to warto go wykorzystać. Zjawisko odrzutu ma ważne znacznie nie tylko w technice, umożliwiając m.in. pracę silników rakietowych i niektórych silników lotniczych. Również pewne grupy zwierząt wykorzystują to zjawisko do poruszania się. Tak czynią jamochłony, które najpierw zasysają wodę do jamy chłonąco-trawiącej, a następnie kurczą się i wyrzucając wodę same poruszają się w przeciwną stronę. [4]. Zjawisko odrzutu było znane już w starożytnej Grecji, o czym świadczy tzw. bania Herona, która jest najstarszym pierwowzorem turbiny odrzutowej i młynka parowego.

Stanisław Bednarek
Wydział Fizyki i Informatyki Stosowanej
Uniwersytetu Łódzkiego

Literatura

[1] T. Potocki (red.), Katalog pomocy naukowych i sprzętu szkolnego, Państwowe Zakłady Wydawnictw Szkolnych, Warszawa 1963.
[2] J. Kowalewski (red.), Katalog pomocy naukowych i sprzętu szkolnego, Zrzeszenie Przemysłu Pomocy Naukowych i Zaopatrzenia Szkół Biofiz, Warszawa 1985.
[3] Bożena Pędzisz, Instrukcje do podstawowych przyrządów w Pracowni Dydaktyki Fizyki, Wydawnictwa Wyższej Szkoły Pedagogicznej w Opolu, Opole 1985.
[4] Paul G. Hewitt, Fizyka wokół nas, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2015.

eprasa.pl 02e46da152

Samochód napędzany wiatrem i ... jadący pod wiatr

Stanisław Bednarek

Ludzie już bardzo dawano nauczyli się wykorzystywać wiatr jako siłę napędową. Najpierw użyli go do napędu jednostek pływających, stosując w tym celu żagiel. Są dowody wskazujące na to, że wynalazku żagla dokonano ok. 5 tyś. lat temu [1]. Znacznie później przyszła kolej na wiatraki, które były stosowane do pompowania wody i mielenia zboża. Tego rodzaju wiatraki w Europie pojawiały się ok. IX w. [2]. Współcześnie „wiatraki" oznaczają w języku potocznym elektrownie wiatrowe, używane na coraz większym stopniu do produkcji energii elektrycznej.

Energię wiatru stosuje się też nadal do napędu jednostek pływających, a także bojerów, czyli swego rodzaju sań zaopatrzonych w żagiel i ślizgających się po lodzie [3]. W ostatnim czasie pojawiły się informacje o skonstruowaniu samochodów napędzanych wiatrem. Takie pojazdy zbudowano m.in. w Chinach i Stanach Zjednoczonych. Nie są to jedynie ciekawostki techniczne, dokumentujące popisy sztuki inżynierskiej, ponieważ ich konstruktorzy mają zamiar wprowadzić je do regularnego użytku w komunikacji miejskiej. Już obecnie pojazdy te osiągają prędkość kilkudziesięciu km/h [4]. Jedną z istotnych zalet takich samochodów jest brak emisji szkodliwych zanieczyszczeń powietrza.

Na upowszechnienie się samochodów z napędem wiatrowym na ulicach zanieczyszczonego smogiem Krakowa, czy Warszawy przyjdzie nam zapewne jeszcze trochę poczekać. Czekając warto zainteresować uczniów tą koncepcją i zaproponować im zbudowanie modelu podobnego wehikułu. Jego zadziwiającą cechą, która w pierwszej chwili wydaje się być sprzeczna z prawami fizyki jest to, że pojazd ten porusza się w kierunku przeciwnym do wiejącego wiatru, czyli krótko mówiąc jedzie „pod wiatr".

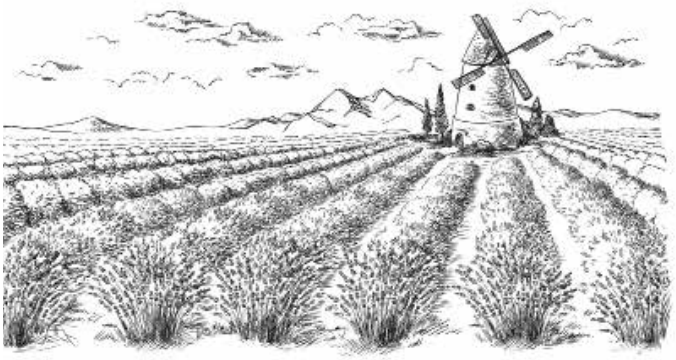
Budowa

Szczegóły konstrukcji naszego pojazdu i wyjaśnienie zasady jego działania zostały przedstawione na rys. 1. W pionowych bokach ramy pojazdu 1, wykonanej np. z kawałka kształtownika aluminiowego (tzw. ceownika) o cienkich ścinkach, wywiercone są cztery otwory, przez które przechodzą osie 2, 3, zrobione z kawałów drutu stalowego. Na końcach tych osi zostały osadzone nieruchomo koła jezdne 4, 5. Najłatwiej będzie wykorzystać gotowe koła, pochodzące od uszkodzonej zabawki i osadzić je na osiach „na wcisk". Osie powinny obracać się w otworach ramy z możliwie małym tarciem. W poziomej części ramy nad przednią osią 2 wycięty jest prostokątny otwór 6. Na tej osi zostało też osadzone nieruchomo większe koło pasowe 7. Średnica tego koła jest mniejsza, niż średnica kół jezdnych i znajduje się ono w prostokątnym otworze ramy. Na całym obwodzie koła pasowego 7 wykonany jest prostokątny albo półokrągły rowek.

Do poziomej części ramy 1 przymocowane są dwa pionowe wsporniki 8, 9, wykonane np. z kawałków plastikowego pręta lub drutu i zakończone na górnych końcach pierścieniami 10, 11. Przez otwory w tych pierścieniach przechodzi oś śmigła 12, wykonana z kawałka drutu stalowego. Na przedni koniec tej osi wciśnięte jest śmigło 13. Na tej osi, między śmigłem a przednim pierścieniem 11, osadzone jest nieruchomo mniejsze koło pasowe 14 z rowkiem na całym obwodzie, podobnym jak w przypadku większego koła pasowego 7. Oś śmigła 12 powinna swobodnie obracać się w pierścieniach 10, 11. Śmigło 13 może pochodzić ze starego wentylatora, używanego np. do chłodzenia urządzeń elektronicznych lub z małego wentylatorka mieszkaniowego i mieć dowolną liczbę łopatek.

Na oba koła pasowe 7 i 14 nałożona jest gumka 15, krzyżująca się między tymi kołami. Gumka ta spełnia rolę pasa transmisyjnego, przenoszącego napęd ze śmigla na przednią oś samochodu. Dobrze nadaje się do tego celu gumka aptekarska o odpowiednio dobranej długości albo kawałek związanej na końcach gumki od teczki biurowej. Ważne jest, żeby gumka nie była zbyt luźna, gdyż wtedy będzie ślizgała się po kołach. Gumka nie powinna być też zbyt mocno naprężona, ponieważ wtedy koła będą trudno się obracały. Ponadto, gumka powinna mieć taką szerokość, żeby wchodziła w rowek na kołach pasowych 7 i 14.

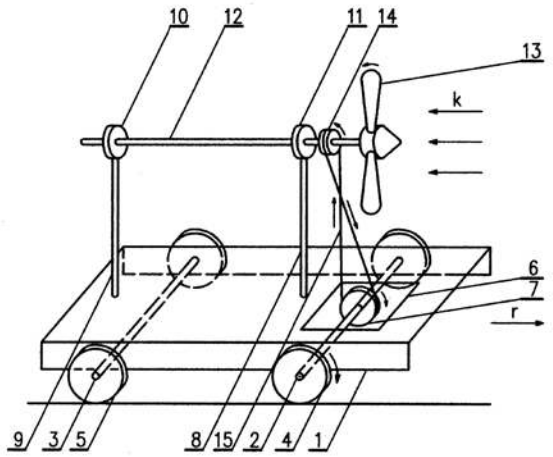
W opisie celowo nie podano dokładnych wymiarów poszczególnych elementów samochodu, ponieważ mogą być one zmieniane w dużych granicach, zależnie od potrzeb i dostępnych materiałów. Prawie cały samochód można złożyć z odpowiednio dobranych, gotowych elementów,



Fot. Fotolia



Fot. 1. Przykład wykonania modelu samochodu napędzanego wiatrem z wykorzystaniem elementów starej zabawki i śmigła od wentylatora chłodzącego komputer.



Rys. 1. Budowa modelu samochodu z napędem wiatrowym jadącego pod wiatr; 1 – rama,2 – oś przednia, 3 – os tylna, 4, 5 – koła jezdne, 6 – otwór prostokątny, 7 – większe koło pasowe, 8, 9 – wsporniki, 10, 11 – pierścienie, 12 – oś śmigła, 13 – śmigło, 14 – mniejsze koło pasowe, 15 – skrzyżowana gumka, k – kierunek nadmuchu powietrza, r – kierunek jazdy samochodu.

pochodzących z uszkodzonych zabawek. Przykład takiego pojazdu przedstawia fot. 1. Widać tam gotową przekładnię zębatą od tzw. napędu bezwładnościowego, która zastępuje większe koło pasowe 7. Przykładowe rozmiary samochodu to ok. 20-30 cm. Model o takich rozmiarach jest pokazany na fot. 1.

Przebieg eksperymentu

Żeby uruchomić samochód, ustawiamy go na płaskiej, poziomej powierzchni stołu, albo podłogi i przed śmigłem trzymamy włączoną suszarkę do włosów. Kierujemy strumień powietrza (wystarczy zimnego) na śmigło. Zauważymy wówczas, że nasz pojazd jedzie w kierunku wylotu powietrza. Odsuwamy wówczas suszarkę do tylu, co pozwala na kontynuowanie jazdy samochodu. Dlaczego samochód jedzie pod wiatr? Wyjaśnia to rys. 1. Strumień powietrza z suszarki powoduje obrót śmigła 13, a wraz nim mniejszego koła pasowego 14. Poprzez gumkę obrót ten jest przenoszony na większe koło pasowe 7. Gumka 15 spełnia rolę pasa transmisyjnego, a jej skrzyżowanie powoduje, że kierunek obrotu większego koła pasowego jest przeciwny, niż mniejszego. Skutkiem tego samochód jedzie pod wiatr.

Wyjaśnienie

Zachowanie samochodu wydaje się zaskakujące i sprzeczne z prawami fizyki. Przecież na śmigło i samochód działa ciśnienie powietrza, wypływającego z suszarki. Stąd też pojawia się siła naporu, która powinna go odpychać od suszarki, czyli samochód powinien jechać zgodnie z wiatrem. Zastosowanie przekładni, w której średnica koła napędzanego 14 jest większa, niż koła napędzającego 7 powoduję, że siła na jej wyjściu, tzn. na kole napędzanym, jest większa, niż na wejściu. Dzięki temu siła napędzająca samochód, (pojawiająca się jako reakcja na jego oddziaływanie z podłożem, po którym on jedzie), jest większa, niż siła spowodowana naporem powietrza, wypływającego z suszarki, które popycha go do tyłu.

Trzeba tu dodać, że ten wzrost siły odbywa się kosztem zmniejszenia prędkości samochodu, ponieważ rozpatrywana przekładania działa zwalniająco. Stąd też obserwowany ruch samochodu pod wiatr odbywa się powoli. Ruch samochodu nie jest też sprzeczny z zasadą zachowania pędu, ponieważ nie mamy tutaj układu zamkniętego samochód-powietrze. Samochód oddziałuje przecież z podłożem, po którym jedzie.

Można by łatwo przeprowadzić interesujący eksperyment, polegający na zwiększeniu siły naporu powietrza, wypływającego z suszarki na samochód. W tym celu należy z przodu samochodu, np. pod śmigłem, zamocować dodatkową płytkę ustawioną prostopadle do strumienia powietrza wypływającego z suszarki. Przy odpowiednio dużej powierzchni tej płytki samochód pojedzie z zgodnie z kierunkiem tego strumienia, czyli do tyłu („z wiatrem").

Warto też dodać, że kierunek obrotu śmigła zależy od kierunku nachylenia jego łopatek. Dlatego po zastosowaniu śmigła z łopatkami pochylonymi odwrotną stronę, skrzyżowanie gumki nie będzie potrzebne. W samochodzie można też zastosować inny typ przekładni, np. zębatą, która w przypadku dwóch, albo większej, ale parzystej liczby kół, spowoduje zmianę kierunku obrotu koła wyjściowego.

LITERATURA

[1] http://www.wynalazki.andrej.edu.pl/index.php/wynalazki/40-zy/1119-zagiel, (dostęp: 14.08 2017).
[2] J. Zajewski, Encyklopedia żeglarstwa, PWN, Warszawa 1996, 330.
[3] W. Szolginia, Architektura, Sigma NOT, Warszawa 1992, s. 170.
[4] http://www.tvp.info/7204522/informacje/technologie/powstal-samochod-napedzany-wiatrem/, (dostęp: 14.08 2017).



Fot. Fotolia

Kłopotliwe pytania Jasia

Grawitacja pod ścianą

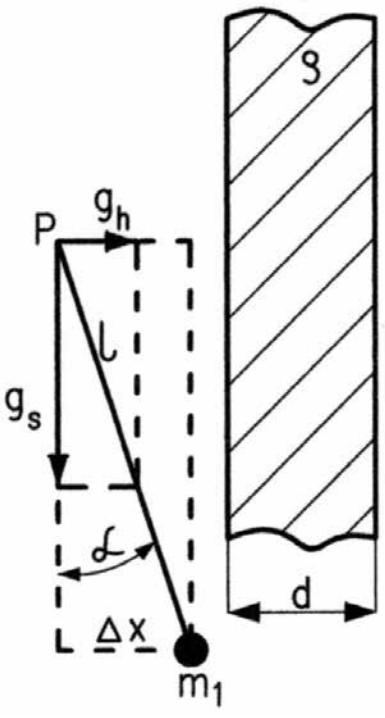
Stanisław Bednarek

Grupa uczniów wraz z opiekunami, wśród których znajdował się nauczyciel fizyki, wędrowała górskim szlakiem. Pogoda była piękna. W pewnym momencie mijali pionową, ścianę skalną o wysokości kilkuset metrów. Po przeciwnej stronie było strome urwisko. Wszyscy zatrzymali się, żeby podziwiać ten niezwykły widok. Wtedy Jasio – uczeń zdolny i dociekliwy, ale czasem dający się pedagogom trochę we znaki, zapytał nauczyciela fizyki. „Panie profesorze, mówił Pan na lekcjach, że oddziaływanie grawitacyjne jest takie powszechne i spowodowane przez nie siły przyciągania odgrywają istotną rolę w przypadku dużych mas. Masa skał tworzących ścianę, przez którą wszyscy teraz stoimy na pewno jest bardzo duża. Jeżeli obok tej ściany zawiesimy kulkę na nitce, powiedzmy o długości 1 m, to o jaki kąt odchyli się ona od pionu w wyniku przyciągania grawitacyjnego?" Pan od fizyki zamyślił się głęboko i podrapał po głowie. Wśród uczestników wycieczki zapadło milczenie. Mijały kolejne minuty. Nauczyciel nie odpowiadał. Spróbujmy więc pomóc fizykowi, którego dociekliwy Jasiu znowu postawił w trudnej sytuacji.

Prawo Gaussa dla pola grawitacyjnego

Dokładne obliczenie dodatkowej siły przyciągania grawitacyjnego, spowodowanej przez ścianę skalną, jest bardzo pracochłonne i wymaga wielu szczegółowych informacji na temat jej kształtu i gęstości, która przecież nie musi taka sama w każdym elemencie objętości ściany. Dla ułatwienia posłużymy się więc uproszczonym modelem i założymy, że ścina jest bardzo dużą, pionową płytą o grubości d oraz stałej gęstości ρ (rys. 1). Pierwsze tych założeń uzasadnia fakt, że długość nici z zawieszoną na niej kulką wynosi 1 m, a więc jest znacznie mniejsza od rozmiarów ściany. Przyjęcie drugiego założenia niech wynika z informacji na temat budowy geologicznej góry i braku jaskiń w jej wnętrzu. Bardzo duża, teoretycznie nieskończona, płyta wytwarza jednorodne pole grawitacyjne o natężeniu g_h, skierowanym poziomo.

Żeby oszacować wartość g_h zastosujemy prawo Gaussa dla pola grawitacyjnego. Ponieważ natężenie pola grawitacyjnego g, wytwarzane-



Rys. 1. Odchylenie kulki zawieszonej na nici w pobliżu masywnej ściany skalnej; g_s – średnie przyspieszenie ziemskie, g_h – natężenie pola grawitacyjnego, wytwarzane przez ścianę, l – długość nici, m_1 – masa kulki, ρ – gęstość materiału skalnego ściany.

eprasa.pl 02e46da152

go przez masę punktową lub kulistą *m*, podobnie jak natężenie pola elektrostatycznego *E*, wytwarzanego przez ładunek punktowy lub kulisty *Q*, maleje odwrotnie proporcjonalnie do kwadratu odległości *r* od środka tych źródeł, to prawo Gaussa jest w obu przypadkach spełnione [1]. Dla natężenia pola elektrostatycznego znany jest wzór

$$E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \quad (1),$$

w którym ε_0 oznacza przenikalność dielektryczną próżni. Z kolei dla natężenia pola grawitacyjnego pola prawdziwy jest wzór

$$g = \frac{Gm}{r^2} \quad (2),$$

w którym $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ (Nm^2)/kg^2 oznacza stałą grawitacji [2]. Prawo Gaussa dla pola elektrostatycznego ma postać

$$\varepsilon_0 \Phi_e = Q \quad (3).$$

Symbol Φ_e we wzorze (3) oznacza strumień natężenia pola elektrostatycznego, przechodzący przez dowolną powierzchnię zamkniętą, otaczającą ładunek *Q* [3]. Oznaczając przez Φ_m strumień natężenia pola grawitacyjnego, zapisujemy prawo Gausa dla tego pola

$$\Phi_m = km \quad (4).$$

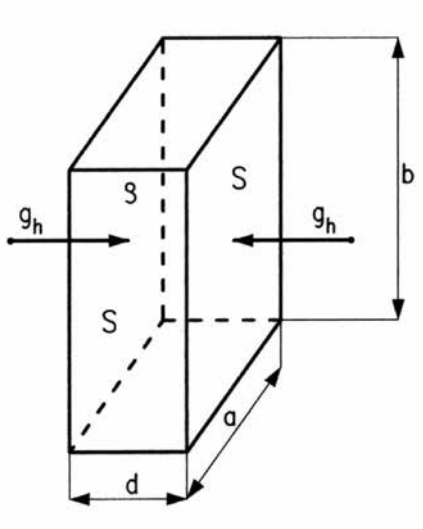
Symbol *k* we wzorze (4) oznacza współczynnik proporcjonalności, którego wartość wyznaczymy. Zastosujemy wzory (4) i (2) do obliczenia strumienia natężenia pola grawitacyjnego, przechodzącego przez powierzchnię kuli, otaczającą masę punktową *m*. Otrzymujemy wówczas

$$k = 4\pi G \quad (5).$$

Prawo Gaussa dla pola grawitacyjnego ma wtedy postać

$$\Phi_m = 4\pi G m \quad (6).$$

Prawo to pozwala łatwo wyznaczyć natężenie pola grawitacyjnego m.in. w przypadku, gdy rozkład przestrzenny masy wykazuje symetrię sferyczną,



Rys. 2. Prostopadłościan wyodrębniony ze ściany w celu zastosowania prawa Gaussa dla pola grawitacyjnego; g_h – natężenie pola grawitacyjnego wytwarzane przez ścianę, S – powierzchnia użyta do obliczania strumienia natężenia, ρ – gęstość materiału skalnego ściany.

cylindryczną lub ma płaszczyzny symetrii.

Grawitacja pod ścianą

Zastosujemy wyprowadzony wzór (6) do obliczenia strumienia natężenia pola grawitacyjnego g_h, wytwarzanego przez prostopadłościenny blok o powierzchni każdej z dwóch przeciwległych ścian równej S, wycięty z bardzo dużej płyty o grubości *d* oraz gęstości *ρ* (rys. 2). Otrzymujemy wtedy równanie

$$2Sg_h = 4\pi G\rho Sd \quad (7),$$

z którego wyznaczamy

$$g_h = 2\pi G\rho d \quad (8).$$

Niech wspomniana płyta, czyli nasza ściana skalna, ma grubość *d* = 500 m oraz będzie zbudowana z granitu o gęstości $\rho = 2{,}2 \cdot 10^3$ kg/m^3 [4]. Wtedy ze wzoru (8) otrzymujemy $g_h = 4{,}75 \cdot 10^{-4}$ m/s^2. Wartość g_h, obliczoną ze wzoru (8), można uznać za lokalny przyrost przyspieszenia ziemskiego, pochodzący od ściany – jest on skierowany poziomo. Oczywiście, obok ściany występuje również skierowane pionowo przyspieszenie ziemskie. Dla uproszczenia dalszych rozważań załóżmy, że jest ono równe średniej wartości tej wielkości na Ziemi i wynosi g_s = 9,8065 m/s^2. Kulka o niewielkiej masie m_1, zawieszona w pobliżu ściany na nici o długości *l*, odchyli się wtedy od pionu o kąt *α*, który zgodnie z przyjętymi oznaczeniami wyraża się wzorem

$$\alpha = \arctan\left(\frac{g_h}{g_s}\right) \quad (9).$$

Przesunięcie środka kulki Δ*x* spowodowane odchyleniem nici o kąt *α* obliczamy ze wzoru

$$\Delta x = l \sin\alpha \quad (10).$$

Dla małych kątów odchylenia uzasadnione *α* jest przybliżenie

$$\Delta x \approx l \tan\alpha \quad (11).$$

Wtedy na podstawie podobieństwa trójkątów, zaznaczonych na rys. 1 można zapisać proporcję

$$\frac{g_h}{g_s} = \frac{\Delta x}{l} \quad (12),$$

z której wyznaczamy

$$\Delta x = \frac{g_h}{g_s} l \quad (13).$$

Po podstawieniu obliczonej wartości g_h oraz przyjętej wartości g_s ze wzoru (9) otrzymuje się *α* = 2,77 · 10^{-3} stopnia. Z kolei ze wzoru (13) dla nici o długości *l* = 1 m wynika, że Δ*x* = 48,4 μm ≈ 0,05 mm.

Zarówno obliczona wartość g_h, jak też kąt odchylenia nici *α*, czy przesunięcie środka kulki Δ*x* są bardzo małe. Mimo tego, obliczone wartości znajdują się w zakresie możliwości pomiarowych współczesnych przyrządów. Grawimetry nadprzewodnikowe pozwalają na wykrywanie zmian przyspieszenia ziemskiego rzędu 10^{-9} m/s^2 [5, 6]. Jeszcze większą czułość wykazuje nowa generacja grawimetrów, wykorzystująca zmiany częstotliwości drgań rezonansowych mikro- lub nanobelek (MEMS – ang. Micro Electromechanical Systems i NEMS – Nano Electromechanical Systems), spowodowane zmianą siły ciężkości [7]. Za pomocą interferometrów optycznych w laboratoriach zakładów produkcyjnych mierzone są

eprasa.pl 02e46da152

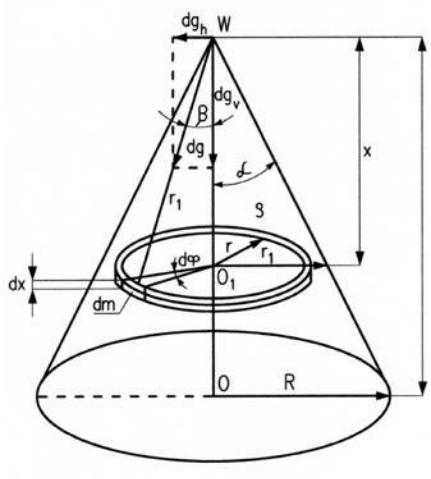
odchyłki, np. od płaskości powierzchni, wynoszące ułamki mikrometra [8, 9].

Do wykonania pomiarów przesunięcia kulki trzeba by jednak zabezpieczyć ją przed podmuchami powietrza i przypadkowymi wstrząsami. W tym celu konieczne byłoby umieszczenie kulki wraz z nicią w obudowie ustawionej na podstawie antywibracyjnej. Trudność stanowiłoby też wyznaczenie kierunku pionowego, zgodnego z kierunkiem g_s. Nić w pobliżu ściany byłaby przecież stale odchylona od tego kierunku, gdyż przyciągania grawitacyjnego przez ścianę nie da się w żaden sposób wyłączyć. Wyznaczenie kierunku pionowego trzeba by przeprowadzić korzystając z układu odniesienia oddalonego od ściany.

Grawitacja na szczycie stożkowej góry

Kolejnym etapem wycieczki było wejście na szczyt góry. Tutaj Jasio też wykazał się aktywnością i zapytał: „czy zegar wahadłowy umieszczony na wierzchołku byłby w stanie wykryć zmianę przyspieszenia ziemskiego?”.

Spróbujmy więc odpowiedzieć na to pytanie i obliczyć lokalny przyrost przyspieszenia ziemskiego na wierzchołku, spowodowany przez masę tej góry. W tym przypadku przyrost ten będzie miał kierunek pionowy, więc oznaczymy go przez g_v. Dla uproszczenia założymy też, że góra ma kształt stożka o wysokości h = 1500 m oraz zbudowana jest z granitowej skały o stałej gęstości $\rho = 2{,}2 \cdot 10^3$ kg/m^3 (rys. 3). Kąt zawarty między wysokością i tworzącą stożka oznaczmy przez α. Przyjmijmy, że $\alpha = 45^\circ$.



Rys. 3. Stożek wraz z elementarnym pierścieniem, wyodrębnionym w celu obliczenia natężenia pola grawitacyjnego; dg – elementarny przyczynek do natężenia pola grawitacyjnego od elementu masy dm, dg_v, dg_h – składowe przyczynku dg odpowiednio: pionowa i pozioma, ρ – gęstość materiału stożka.

Elementarny przyczynek do natężenia pola grawitacyjnego dg, pochodzący od elementu masy dm na podstawie prawa grawitacji wyraża się wzorem

$$dg = \frac{G\,dm}{r_1^2} \qquad (14),$$

w którym, zgodnie z twierdzeniem Pitagorasa mamy

$$r_1^2 = r^2 + x^2 \qquad (15).$$

Korzystając ze współrzędnych biegunowych i przyjętych na rys. 3 oznaczeń, element masy dm obliczamy ze wzoru

$$dm = \rho r\,d\varphi\,dr\,dx \qquad (16).$$

Ze względu na symetrię osiową, suma składowych poziomych dg_h elementarnych przyczynków natężenia pola grawitacyjnego od wszystkich elementów masy dm wynosi zero. Niezerową wartość daje tylko suma składowych pionowych dg_v, wyrażających się wzorem

$$dg_v = dg\cos\beta \qquad (17),$$

w którym

$$\cos\beta = \frac{x}{r_1} \qquad (18).$$

Po podstawieniu wzorów (14), (15), (16) i (18) do wzoru (17) otrzymujemy

$$dg_v = \frac{G\rho r x\,dx\,dr\,d\varphi}{(r^2+x^2)^{3/2}} \qquad (19).$$

W celu wyznaczenia g_v należy obliczyć następującą całkę po objętości stożka

$$g_v = G\rho \int_{x=0}^{h}\int_{r=0}^{r_1}\int_{\varphi=0}^{2\pi} \frac{r\,dx\,dr\,d\varphi}{(r^2+x^2)^{3/2}} \qquad (20).$$

W pierwszej kolejności wykonujemy całkowanie po kącie biegunowym φ otrzymując

$$g_v = 2\pi G\rho \int_{x=0}^{h}\int_{r=0}^{r_1} \frac{r\,dx\,dr}{(r^2+x^2)^{3/2}} \qquad (21).$$

Całkowanie po r przeprowadzamy przez podstawienie nowej zmiennej z, zgodnie ze wzorem [10]

$$r^2 + x^2 = z \qquad (22).$$

Różniczkując obie strony wyrażenia (22) otrzymujemy

$$2r\,dr = dz \qquad (23).$$

Po podstawieniu wyrażeń (22) i (23) do (21), scałkowaniu i powrocie do zmiennej początkowej otrzymujemy wzór

$$g_v = 2\pi G\rho \int_{x=0}^{h}\left[-\left(\frac{1}{\sqrt{r_1^2+x^2}} - \frac{1}{x}\right)\right]x\,dx \qquad (24),$$

który sprowadza się do postaci

$$g_v = 2\pi G\rho \int_{x=0}^{h}\left[1 - \frac{x}{\sqrt{r_1^2+x^2}}\right]dx \qquad (25).$$

Na podstawie rys. 3, zauważmy, że zachodzą następujące zależności

$$r_1 = x\tan\alpha \qquad (26),$$

$$R = h\tan\alpha \qquad (27).$$

Po podstawieniu wzoru (26) do (24) otrzymujemy

$$g_v = 2\pi G\rho \int_{x=0}^{h}\left[1 - \frac{1}{\sqrt{1+\tan^2\alpha}}\right]dx \qquad (28).$$

Gdy wykonamy ostatnie całkowanie, wówczas dostajemy końcowy wzór na g_v

$$g_v = 2\pi G\rho h\left[1 - \frac{1}{\sqrt{1+\tan^2\alpha}}\right] \qquad (29).$$

Zauważmy, że dla α dążącego do 90° wzór (29) sprowadza się do wzoru (8), ponieważ ze wzrostem kąta α stożek przekształca się w płytę o grubości h. Wzór (29) udało się stosunkowo łatwo wyprowadzić, ale

eprasa.pl/0ze4...

niestety można go stosować tylko dla wierzchołka stożka.

Dla innych punktów, leżących nawet na osi stożka, ale ponad jego wierzchołkiem, całka jest znacznie trudniejsza do obliczenia, natomiast w przypadku punktów położonych poza osią pojawiają się całki eliptyczne, których wartość można obliczyć tylko metodami numerycznymi [11].

Po podstawieniu wcześniej przyjętych wartości charakteryzujących górę: ρ, h oraz α do wzoru (29) otrzymuje się $g_v = 4{,}14 \cdot 10^{-4}$ m/s^2. Załóżmy, że do wykrycia tej zmiany używane jest wahadło matematyczne o długości l = 0,25 m. Okres drgań T takiego wahadła, zachodzących pod wpływem średniego przyspieszenia ziemskiego g_s = 9,8065 m/s^2 wynosi 1 s. Obliczmy zmianę okresu ΔT, spowodowaną przyrostem przyspieszenia ziemskiego g_v. Gdy przyspieszenie ziemskie wynosi g_s, wtedy okres drgań T wyraża się wzorem

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_s}} \qquad (30).$$

Na wierzchołku góry okres drgań T_1 będzie dany wzorem

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_s + g_v}} \qquad (31).$$

Poszukiwana zmiana okresu ΔT wynosi

$$\Delta T = T_1 - T \qquad (32).$$

Po podstawieniu wzorów (30) i (31) do (32) i rozwinięciu wyrażeń pod pierwiastkami w szereg Taylora oraz zachowaniu wyrazów tylko pierwszego rzędu otrzymujemy wzór [12]

$$\Delta T \approx -\frac{T g_v}{2 g_s} \qquad (33),$$

z którego po podstawieniu wcześniej przyjętych wartości obliczamy $\Delta T = -0{,}23 \cdot 10^{-4}$ s. Tak małej zmiany czasu nie można zmierzyć bezpośrednio metodami znanymi z życia codziennego, np. stoperem, chociaż przy użyciu metod elektronicznych mierzone są znacznie krótsze czasy. Żeby zmiana ta była większa i łatwiej mierzalna, wahadło musiałoby wykonać odpowiednio dużą liczbę drgań.

Dla przykładu, jeżeli chcielibyśmy zauważyć zmianę $\Delta t = -1$ s, wahadło musiałoby wykonać 43478 drgań, co trwałoby 12 godzin i 7 min. Żeby wahadło w tym czasie nie zatrzymało się, konieczne byłoby zastosowanie odpowiedniego urządzenia pobudzającego je do drgań przy jak najmniejszym zaburzaniu ruchu, np. generatora samodławnego z elektromagnesem. Trzeba by też zabezpieczyć wahadło przed wstrząsami i podmuchami.

Przeprowadzone rozważania nie uwzględniają jednak zmiany przyspieszenia ziemskiego wraz z wysokością na poziomem morza. Przyjęta wartość g_s odnosi się właśnie do tego poziomu i można ją wyrazić wzorem

$$g_s = \frac{G M_z}{R_z^2} \qquad (34),$$

w którym M_z oznacza masę Ziemi, zaś R_z jej średni promień ($R_z = 6{,}37 \cdot 10^6$ m). Jeżeli wysokość rozpatrywanej góry h, jest mierzona od poziomu morza, to przyspieszenie ziemskie g_h na jej wierzchołku można obliczyć ze wzoru

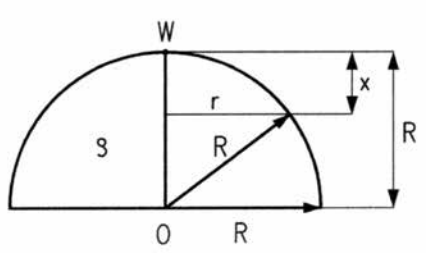
$$g_h = \frac{G M_z}{(R_z + h)^2} \qquad (35).$$

Zmiana przyspieszenia ziemskiego Δg, spowodowana zmianą wysokości wyraża się wzorem

$$\Delta g = g_h - g_s \qquad (36).$$

Podobnie jak poprzednio, podstawiamy wzory (34) i (35) do (36) i zastosujemy rozwinięcie w szereg Taylora, zachowując tylko wyrazy pierwszego rzędu. W wyniku tego otrzymamy

$$\Delta g \approx -\frac{2 g_s h}{R_z} \qquad (37).$$



Rys. 4. Zależności geometryczne w przekroju pionowym przez oś półkulistego kopca, wykorzystywane do obliczenia zmiany natężenia pola grawitacyjnego na jego wierzchołku, ρ – gęstość materiału kopca.

Po podstawieniu odpowiednich wartości do wzoru (37) obliczamy $\Delta g = -46{,}2 \cdot 10^{-4}$ m/s^2. Moduł tej wartości jest ponad 11,2 razy większy, niż otrzymana wcześniej wartość g_v. Wynika stąd wniosek, że wykonując pomiary przyspieszenia ziemskiego na wierzchołkach gór, stwierdzimy przede wszystkim zmniejszenie jego wartości, spowodowane wzrostem wysokości, a co za tym idzie odległości od środka Ziemi. Uwzględniając obie zmiany przyspieszenia ziemskiego we wzorze (31) i powtarzając wcześniej wykonane obliczenia z użyciem wzorów (30) i (32), otrzymujemy następujący wzór na zmianę okresu drgań wahadła, umieszczonego na wierzchołku góry

$$\Delta T \approx \frac{T(\Delta g - g_v)}{2 g_s} \qquad (38).$$

Obliczona według tego wzoru zmiana jednego okresu drgań rozpatrywanego wahadła wynosi $\Delta T = 4{,}29 \cdot 10^{-4}$ s. Na zauważenie różnicy czasu $\Delta t = 1$ s trzeba by wtedy poczekać 38 minut i 51 s.

Grawitacja na wierzchołku półkulistego kopca

Nieco zmęczeni, ale ciągle w dobrych humorach, uczestnicy wycieczki postanowi wejść jeszcze na wierzchołek góry w kształcie półkulistego kopca. Dzielny Jasio tutaj również zadał nauczycielowi fizyki poprzednio postawione pytanie. Żeby na nie odpowiedzieć, spróbujmy skorzystać w tym przypadku

eprasa.pl/02e4ada152

z obliczeń wykonanych dla stożka. Załóżmy, że góra ma kształt półkuli o promieniu R = 1500 m i zbudowana jest z granitu o stałej gęstości ρ (rys. 4). Wysokość tej góry również jest R. Dwa pierwsze całkowania można wykonać tak samo, jak poprzednio. Różnica pojawia się przy całkowaniu w kierunku pionowym. Mamy wtedy do obliczenia całkę

$$g_v = 2\pi G\rho \int_{x=0}^{R} \left[1 - \frac{x}{\sqrt{r^2 + x^2}}\right] dx \qquad (39).$$

Zauważmy jednak, że zgodnie z rys. 4 i twierdzeniem Pitagorasa zachodzi zależność

$$R^2 = r^2 + (R - x)^2 \qquad (40).$$

Po podstawieniu r^2 wyznaczonego ze wzoru (40) do wzoru (39) otrzymujemy

$$g_v = 2\pi G\rho \int_{x=0}^{R} \left[1 - \frac{x}{\sqrt{R^2 - (R - x)^2 + x^2}}\right] dx \qquad (41).$$

Gdy uprościmy wzór (41) do obliczenia pozostaje całka

$$g_v = 2\pi G\rho \int_{x=0}^{R} \left[1 - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{2R}}\right] dx \qquad (42),$$

która wyraża się końcowym wzorem

$$g_v = 2\pi G\rho R\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{3}\right) \qquad (43).$$

Po podstawieniu wcześniej przyjętych wartości do wzoru (43) otrzymujemy $g_v = 11{,}22 \cdot 10^{-4}$ m/s^2. Wartość ta jest większa, niż w przypadku góry stożkowej, ponieważ półkula o promieniu $R = h$ zawiera większą masę i jej górna część znajduje się bliżej wierzchołka, dla którego obliczyliśmy przyspieszenie g_v. Uwzględnienie tej wartości i powtórzenie obliczeń z wykorzystaniem wzoru (38) daje wynik $\Delta T = 3{,}57 \cdot 10^{-4}$ s, jako zmianę jednego okresu drgań wahadła. Różnica czasu Δt = 1 s byłaby zauważalna po upływie 46 minut i 43 sekund.

Podsumowanie

Wykonane obliczone prowadzą do wniosku, że zmiany przyspieszenia ziemskiego we wszystkich rozpatrywanych przypadkach są bardzo małe i trudno byłoby je wyznaczyć metodami stosowanymi w szkolnych doświadczeniach z fizyki. Nie mniej jednak, takie zmiany są mierzone przy użyciu czułych grawimetrów.

Wyniki tych pomiarów okazują się bardzo użyteczne i pozwalają wnioskować o właściwościach struktur znajdujących się wewnątrz Ziemi w otoczeniu stanowisk pomiarowych. Są one m.in. pomocne przy poszukiwaniu surowców kopalnych. Interesujące jest też to, że wyprowadzone wzory (8), (29) i (42) odpowiednio dla płyty, stożka i półkuli, mają podobną postać.

Wzory te różnią się tylko czynnikiem liczbowym, zależnym od kształtu rozpatrywanego obiektu, mającym w języku angielskim nazwę „form factor" – czynnik kształtu. Wartości tego czynnika zawarte są w granicach jednego rzędu wielkości, stąd też obliczone wartości g_v są również zbliżone do siebie. Podobna prawidłowość występuje także w przypadku obiektów, wytwarzających pole elektryczne lub magnetyczne.

W przeprowadzonych obliczeniach wykorzystany został rachunek całkowy, który obecnie nie występuje w podstawie programowej matematyki dla szkoły średniej. Zrozumienie idei wykonywanych obliczeń jest jednak stosunkowo łatwe. Dlatego rozważania zawarte w tym artykule mogą okazać się użyteczne dla nauczycieli prowadzących zajęcia z uczniami zainteresowanymi fizyką, np. w ramach koła fizycznego lub przygotowania do olimpiad i konkursów.

Kończąc, autor chciałby wyrazić serdeczne podziękowanie dla dra Stanisława Jakubowicza z Dolnośląskiej Szkoły Wyższej za zainteresowanie zadaniem, polegającym na oszacowaniu kąta odchylenia kulki, zwieszonej na nici w pobliżu pionowej ściany skalnej o dużych rozmiarach. Rozwiązanie tego zadania przyczyniło się do uzyskania wyników zawartych na początku artykułu i stało zachętą do rozważań, przedstawionych w jego kolejnych częściach.

Stanisław Bednarek
Dolnośląska Szkoła Wyższa

LITERATURA

[1] J. Massalski, M. Massalska, Fizyka dla inżynierów, część 1, fizyka klasyczna, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 1980, 395.
[2] J. Lipczyński, M. Okołowicz, S. Olczak, E. Rybka, Tablice matematyczne, fizyczne, chemiczne i astronomiczne, Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne, Warszawa 1984, 131.
[3] H. Stöcker, Nowoczesne kompendium fizyki, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2010, 53.
[4] W. Mizerski (red.), Tablice fizyczno-astronomiczne, Wydawnictwo Adamantan, Warszawa 2013, 59.
[5] M. Barlik, Pomiary grawimetryczne w geodezji, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2001, 55.
[6] Ch. Hirt, S. Claessens, T. Fecher, M. Kuhn, R. Pail, M. Rexer, New ultrahigh-resolution picture of Earth's gravity field, Geophysical Research Letters, 2013, vol. 40, p. 4279-4283, doi:10.1002/grl.50838. 2013, (dostęp: 20.03 2018).
[7] M. Moczała, A. Sierakowski, P. Janus, P. Grabiec, W. Leśniewicz, T. Gotszlak, Postępy nanotechnologii układów MEMS/NEMS, „Mechanik" nr 10, 2016 r., doi: 10:17814/mechanik.2016.11.459 [dostęp: 20.03 2018 r.].
[8] A. Sojecki, Optyka, Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne, Warszawa 1985, 324.
[9] E. Hecht, Optyka, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2012, 463.
[10] W. Krysicki, L. Włodarski, Analiza matematyczna w zadaniach, część I, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1993, 294.
[11] J. Dreszer, E. Koch, C. Kulesza, T. Trajdos, M. Wojdat, Poradnik inżyniera matematyka, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 1971, 393.
[12] I.N. Bronsztejn, K.A. Siemiendiajew, G. Musiol, H. Mühling, Nowoczesne kompendium matematyki, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2009, 475.

eprasa.pl 02e46da152

Ile jest stanów skupienia?
Trzy, cztery, czy więcej?
Ciała stałe, ciecze, gazy...
A plazma, ciekłe kryształy,
para wodna, ziemia?



Wydanie specjalne
– wybór artykułów
z Fizyki w Szkole

Tylko wersja cyfrowa!
Plik PDF
cena 20 zł

Szczegóły i formularz zamówienia – www.aspress.com.pl/wydania-specjalne/

Prawo Archimedesa w zastosowaniach

To prawo jest zapewne jednym z najbardziej znanych i najwcześniej odkrytych praw przyrody. Uzasadniają to fakty, że Archimedes żył w latach 287–212 przed naszą erą, zaś z odkryciem jego prawa wiążą się chętnie cytowane legendy.

Stanisław Bednarek

Prawo Archimedesa ma również bardzo duże znaczenie praktyczne i jest wykorzystywane w wielu dziedzinach techniki oraz w życiu codziennym, dlatego warto poświecić nieco uwagi jego zastosowaniom. Przedstawienie wybranych przykładów tych zastosowań jest celem niniejszego artykułu.

Równowaga ciała pływającego

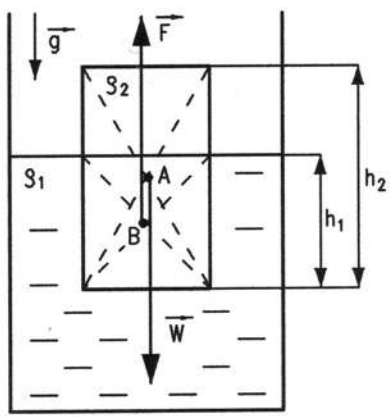
Realizując temat prawo Archimedesa rozpatruje się ciało pływające, zwykle prostopadłościan, w pozycji pionowej. Można postawić pytanie, jak zachowa się taki prostopadłościan, kiedy zostanie odchylony o pewien kąt od pionu. Na początek zostanie przyjęte założenie, że prostopadłościan jest jednorodny i wykonany z materiału o gęstości ρ_2 mniejszej od gęstości cieczy ρ_1 (rys. 1).

Na pływający prostopadłościan działa jego ciężar **W** i siła wyporu **F**. Obie siły mają kierunek pionowy, równe wartości, ale przeciwne zwroty. Ponieważ prostopadłościan jest w stanie spoczynku, to siły **W** i **F** równoważą się wzajemnie Ponadto, jeżeli prostopadłościan nie jest całkowicie zanurzony w cieczy, to punkty przyłożenia tych sił są różne. Dla jednorodnego prostopadłościanu ciężar **W** jest przyłożony w jego środku ciężkości A, który jest jego środkiem symetrii, a siła wyporu **F** jest przyłożona w środku wyporu B, który jest środkiem symetrii części prostopadłościanu zanurzonej w cieczy. Oba punkty A i B są na tej samej prostej pionowej, ale punkt A znajduje się wyżej, niż punkt B.

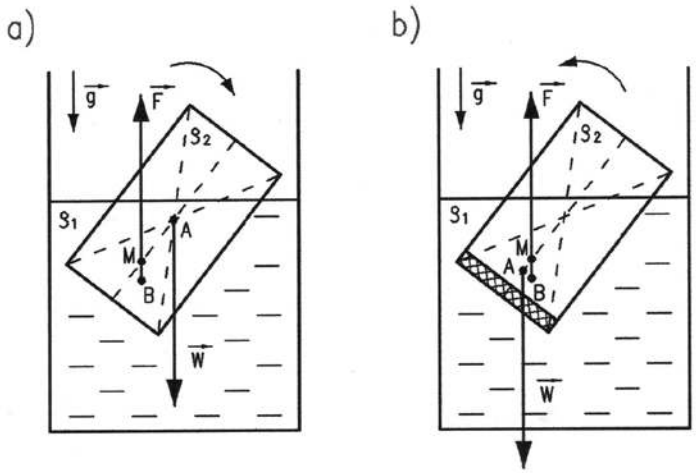
W tej sytuacji, po odchyleniu prostopadłościanu od pionu siły **W** i **F** stają się tzw. parą sił. Wypadkowa pary sił nadal jest równa zero, ale dają one moment, powodujący obrót prostopadłościanu. Jeżeli kąt odchylenia prostopadłościanu od pionu będzie mały, to obrót nastąpi przeciwnie do odchylenia i prostopadłościan wróci do pozycji pionowej. Jeżeli jednak kąt odchylenia przekroczy pewną wartość graniczną, wtedy obrót będzie zachodził zgodnie z odchyleniem (rys. 2.a). Skutkiem tego prostopadłościan nie powróci do stanu początkowego, ale „przewróci się" i będzie pływał w pozycji poziomej. Opisany efekt ma podstawowe znacznie dla równowagi jednostek pływających, szczególnie jachtów.

Żeby zwiększyć graniczny kąt odchylenia, do dolnej postawy prostopadłościanu należy przymocować element wykonany z materiału o możliwie dużej gęstości (rys. 2.b), Masa tego elementu nie może być jednak zbyt duża, żeby nie doprowadziła do zatopienia prostopadłościanu. Ten element spowoduje przesunięcie punktu A, poniżej punktu B, czyli środek ciężkości będzie poniżej środka wyporu. Wtedy moment pary sił **W** i **F** w większym zakresie kątów odchylenia będzie powodował obrót w kierunku przywracającym prostopadłościan do stanu początkowego.

Ten efekt wyjaśnia, dlaczego w jachtach stosuje się balast, czyli dodatkowe obciążenie umieszczone w najgłębiej zanurzonej części kadłuba w tzw. skrzyni balastowej. Jako ćwiczenie można zaproponować uczniom przeanalizowanie zachowania się prostopadłościanu wykonanego z materiału, którego gęstość będzie równa gęstości cieczy, czyli $\rho_1 = \rho_2$. W rozważaniach, dotyczących warunków rów-



*Rys. 1. Siły działające na pływający prostopadłościan ustawiony pionowo; **W** – ciężar prostopadłościanu, **F** – siła wyporu, **g** – przyspieszenie ziemskie, ρ_1 – gęstość cieczy, ρ_2 – gęstość materiału prostopadłościanu, A – środek ciężkości prostopadłościanu, B – środek wyporu (punkt przyłożenia siły wyporu), h_1 – głębokość zanurzenia prostopadłościanu, h_1 – wysokość prostopadłościanu.*



Rys. 2. Siły działające na pływający prostopadłościan odchylony od pionu: a) bez obciążenia, b) z dodatkowym obciążeniem; M – metacentrum, pozostałe oznaczenia są takie same, jak w opisie rys. 1.

eprasa.pl 02e46da152

nowagi jednostek pływających podczas przechyłów często wprowadza się pojęcie metacentrum [1]. W rozpatrywanym przypadku jest to punkt M, znajdujący się na przecięciu podłużnej osi symetrii odchylonego prostopadłościanu oraz linii pionowej, przechodzącej przez środek wyporu B. Z porównania rys. 2.a i 2.b wynika, że obciążenie dolnej części prostopadłościanu powoduje przesunięcie środka ciężkości A poniżej metacentrum M i wtedy zwiększa się stabilność pływającego ciała.

Głębokość zanurzenia

Gdy pływające ciało jest wykonane z jednorodnego materiału i ma kształt graniastosłupa o pionowych ścianach i podstawach, znajdujących się naprzeciw siebie, czyli graniastosłupa prostego, pływającego w jednorodnej cieczy, to obliczenie jego głębokości zanurzenia nie stanowi problemu. Podobnie jest, kiedy ściana boczna takiego ciała będzie powierzchnią zakrzywioną, ale skierowaną pionowo, np. powierzchnią walca. Takie przypadki są tematem często spotykanych zadań obliczeniowych [2, 3]. Oznaczając, podobnie jak na rys. 1, gęstość cieczy przez ρ_1 oraz gęstość materiału ciała przez ρ_2, łatwo obliczyć ciężar ciała W i siłę wyporu F z następujących wzorów

$$W = Sh_2\rho_2 g \tag{1}$$

$$F = Sh_1\rho_1 g \tag{2}$$

gdzie S oznacza pole podstawy ciała, h_2, h_1 – odpowiednio wysokość ciała i głębokość jego zanurzenia, zaś g przyspieszenie ziemskie. Jeżeli ciało pływa, to $F = W$ i wtedy ze wzorów (1) i (2) otrzymuje się

$$h_1 = h_2\frac{\rho_2}{\rho_1} \tag{3}$$

Oczywiście musi być $\rho_1 > \rho_2$, ponieważ w przeciwnym przypadku byłoby $h_1 > h_2$, czyli wysokość części ciała zanurzona w cieczy byłaby większa od jego całkowitej wysokości i taki wynik nie miałby sensu. Wiadomo jednak, że dla $\rho_1 < \rho_2$ ciało tonie w cieczy i nie można wtedy skorzystać z zależności $F = W$.

Znacznie ciekawsze jest obliczanie głębokości zanurzenia pływającego ciała, którego powierzchnie boczne nie są pionowe, np. stożka lub kuli. Wtedy obliczenia są bardziej skomplikowane i pomocne staje się skorzystanie ze wzorów na objętości rozpatrywanych brył podanych w tablicach matematycznych [4, 5]. Dla jednorodnego stożka o promieniu podstawy R i wysokości H, wykonanego z materiału o gęstości ρ_2 i pływającego w cieczy o gęstości $\rho_1 > \rho_2$ w pozycji wierzchołkiem zwróconym w dół, wzory na W i F przyjmują postać

$$W = \frac{1}{3}\pi R^2 H\rho_2 g \tag{4}$$

$$F = \frac{1}{3}\pi r^2 h\rho_1 g \tag{5}$$

Gdzie h oznacza głębokość zanurzenia stożka, zaś r jest promieniem podstawy jego części zanurzonej, który na podstawie podobieństwa trójkątów otrzymanych z przekroju osiowego stożka wyraża się zależnością

$$r = h\frac{R}{H} \tag{6}$$

Porównując W i F, a następnie korzystając ze wzoru (6) i dokonując niezbędnych uproszczeń otrzymuje się

$$h = H\sqrt[3]{\frac{\rho_2}{\rho_1}} \tag{7}$$

Gdy ten sam stożek pływa wierzchołkiem zwróconym ku górze, to wtedy wzory (5) i (6) należy zastąpić wzorami

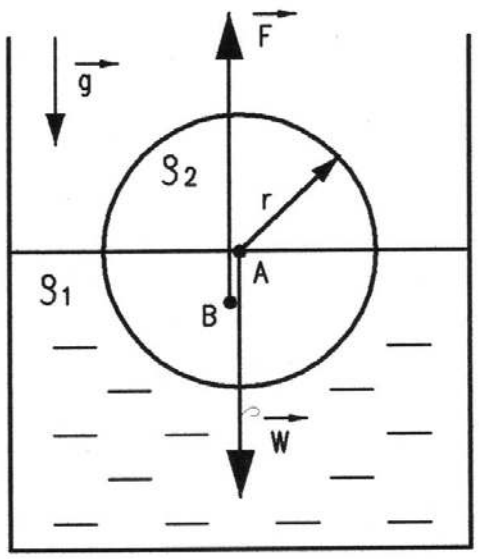
$$F = \frac{1}{3}\pi R^2 H\rho_1 g - \frac{1}{3}\pi r^2 (H-h)\rho_1 g \tag{8}$$

$$r = (H-h)\frac{R}{H} \tag{9}$$

z których po dołączeniu równania (4) i takim samym postępowaniu, jak poprzednio otrzymuje się

$$h = H\left(1 - \sqrt[3]{1-\frac{\rho_2}{\rho_1}}\right) \tag{10}$$

Łatwo zauważyć, że dla $\rho_1 = \rho_2$ ze wzorów (7) i (10) otrzymuje się $h = H$, czyli stożek pływa całkowicie zanurzony w cieczy, natomiast dla $\rho_1 >> \rho_2$ pojawia się $h << H$, co oznacza, że w cieczy o dużej gęstości pływający stożek jest zanurzony do niewielkiej głębokości. Oba wnioski są prawidłowe i zgodne z intuicyjnymi oczekiwaniami.



Rys. 3. Siły działające na pływającą kulę; **W** *– ciężar kuli,* **F** *– siła wyporu,* **g** *– przyspieszenie ziemskie, ρ_1 – gęstość cieczy, ρ_2 – gęstość kuli, A – środek ciężkości kuli, B – środek wyporu (punkt przyłożenia siły wyporu), r – promień kuli.*

eprasa.pl 02e46da152

Dla pływającej kuli o promieniu r, zanurzone do głębokości h (rys. 3) wzory na W i F mają postać

$$W = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_2 g \tag{11}$$

$$F = \frac{4}{3}\pi r^2 \left(r - \frac{h}{3} \right) \rho_1 g \tag{12}$$

Do napisania wyrażenia (12) wykorzystano wzór na objętość kuli ściętej podany w tablicach matematycznych [4]. Porównując siły W i F dane wzorami (11) i (12), a następnie upraszając otrzymane wyrażenie, otrzymuje się dla h równanie trzeciego stopnia w postaci

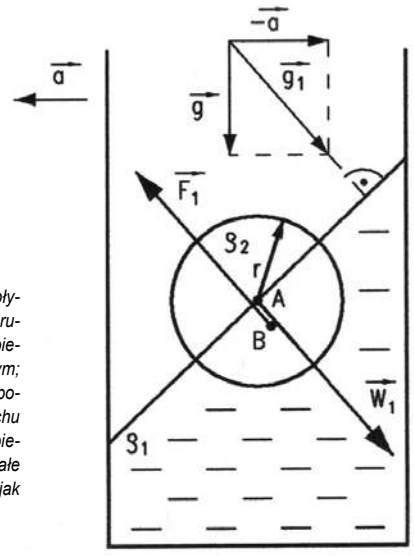
$$\rho_1 h^3 - 3r\rho_1 h^2 + 4r^3 \rho_2 = 0 \tag{13}$$

Rozwiązanie równania (13) w ogólnym przypadku wymaga zastosowania wzorów Cardana, dostępnych w tablicach i poradnikach matematycznych [4, 5]. Ze względu na skomplikowaną postać ogólne rozwiązanie będzie tu pominięte. Warto jednak zwrócić uwagę, że dla szczególnych wartości ρ_1, ρ_2 rozwiązania bardzo łatwo wynikają wprost z równania (13). I tak, wystarczy podstawić $\rho_1 = \rho_2$, żeby otrzymać $h = 2r$, czyli kula o gęstości równej gęstości cieczy pływa w niej całkowicie zanurzona.

Podobnie dla $\rho_2 << \rho_1$ zachodzi $h << r$, a więc kula o bardzo małej gęstości pływa niemal po powierzchni cieczy. Z kolei dla $\rho_2 = \rho_1/2$ pojawia się $h = r$, czyli kula jest zanurzona do połowy, gdy jej gęstość równa się połowie gęstości cieczy. Chociaż w początkowych etapach nauczania fizyki, umiejętność posługiwania się nieco bardziej skomplikowanymi wzorami nie jest konieczna, to analiza takich problemów stanowi dobrą okazją do pokazania zastosowań matematyki w fizyce i korelacji między tymi przedmiotami.

Układ z przyspieszeniem liniowym

Dotychczas rozpatrywane układy znajdowały się spoczynku i wystarczyło uwzględnić tylko przyspieszenie ziemskie **g**. Niech teraz naczynie z cieczą i pływającym w nim ciałem porusza się w kierunku poziomym z przyspieszeniem **a**. Wtedy układ związany z tym naczyniem jest nieinercjalny i należy w nim uwzględnić siły bezwładności, zwrócone przeciwnie do przyspieszenia **a**.



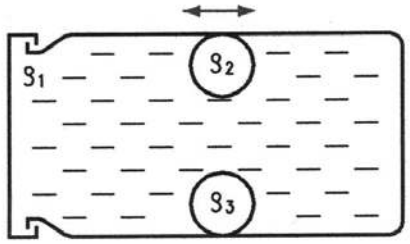
*Rys. 4. Siły działające na pływającą kulę w układzie poruszającym się ruchem przyspieszonym w kierunku poziomym; $\mathbf{W}_1$ – ciężar kuli, $\mathbf{F}_1$ – siła wyporu, **a** – przyspieszenie ruchu postępowego, $\mathbf{g}_1$ – przyspieszenie wypadkowe, pozostałe oznaczenia są takie same, jak w opisie rys. 3.*

W ogólnym przypadku te siły mają wpływ na równowagę pływających ciał, powodując m.in. ich przesunięcie, odchylenie od pionu lub obrót. Z tego powodu cysterny powinny być wypełnione cieczą do odpowiednio dużej objętości, żeby podczas przyspieszania i hamowania pojazdu ograniczyć jej przemieszczanie się, powodujące niebezpieczeństwo zmiany kierunku jazdy.

Jeżeli rozpatrywane naczynie jest częściowo wypełnione cieczą, to jej powierzchnia swobodna w stanie równowagi musi być prostopadła do wypadkowej ciężaru i siły bezwładności, czyli ustawi się ukośnie (rys. 4). Takie ustawienie powierzchni wynika z tego, że ciecze nie mają własnego kształtu. Gdyby powierzchnia cieczy nie była prostopadła do wypadkowej siły, to pojawiłyby się składowe tej siły styczne do powierzchni cieczy, które spowodowałyby jej przepływ.

Te przypadki są łatwe do zademonstrowania. W tym celu wystarczy szybko przesunąć naczynie po powierzchni stołu, najlepiej przezroczyste, np. zlewkę lub szklankę z pływającym w nim klockiem o dużej wysokości. Gdy pływającym ciałem będzie kula zanurzona do połowy, to można zauważyć tylko odchylnie powierzchni swobodnej cieczy, gdyż z powodu symetrii kuli jej obrót wokół środka jest niezauważalny.

Do zademonstrowania zachowania się ciał o różnych gęstościach, zanurzonych w cieczy w układzie nieinercjalnym można wykorzystać bardzo prosty przyrząd pokazany na rys. 5. W wysokim słoiku zamykanym zakrętką są umieszczone dwie kulki o jednakowych średnicach.



Rys. 5. Prosty przyrząd do pokazu pływania kulek w układzie poruszającym się ruchem przyspieszonym, ρ_1 – gęstość cieczy wypełniającej słoik, ρ_2, ρ_3 – gęstości zanurzonych w niej kulek.



Fot. 1. Przykład wykonania przyrządu z pęcherzykiem powietrza do pokazu pływania w układzie poruszającym się ruchem przyspieszonym. (fot. autor)

eprasa.pl 02e46da152

Pierwsza z nich, wykonana np. z drewna, ma gęstość ρ_2 mniejszą niż gęstość wody ρ_1, a gęstość drugiej kulki ρ_3, zrobionej np. ze stali, jest większa od gęstości wody. Słoik należy całkowicie napełnić wodą, szczelnie zamknąć i skierować poziomo. Oczywiście, pierwsza kulka będzie pływała, a druga zatonie.

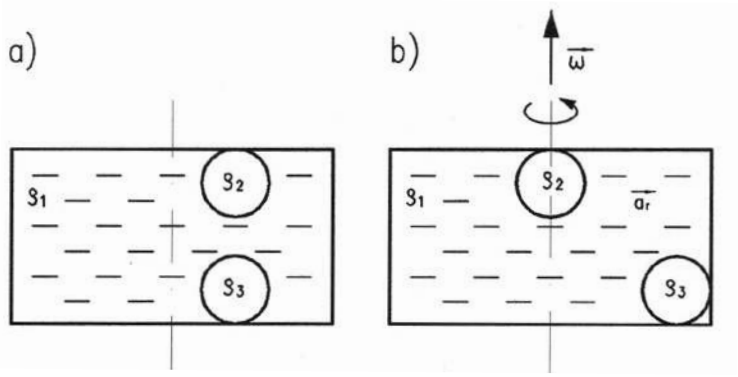
Jeżeli tak przygotowany słoik zostanie szybko poruszony w kierunku poziomym, kulki przemieszcza się w przeciwne strony. Kulka o mniejszej gęstości ρ_2 ulegnie przesunięciu w kierunku ruchu, zaś kulka o większej gęstości ρ_3 przesunie się znacznie mniej, ponieważ ma większą bezwładność i trudniej ją wprawić w ruch. Zamiast kulki o mniejszej gęstości ρ_2 w słoiku można pozostawić pęcherzyk powietrza (fot.1). Jeszcze lepiej do przeprowadzenia tego doświadczenie nadają się czasem spotykane słoiki w kształcie beczkowatym o lekko wypukłych ściankach. Zamiast słoika można też użyć kawałka sztywnego węża o średnicy 2-3 cm i długości 20-30 cm, wykonanego z przezroczystego tworzywa sztucznego.

Układ wirujący

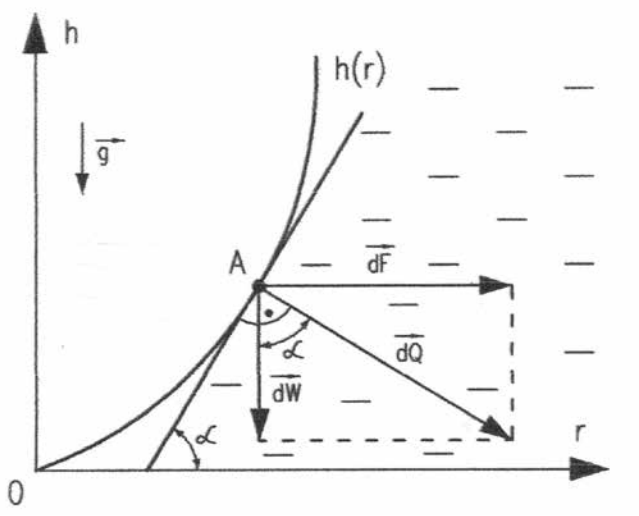
Poprzednio opisany słoik z kulkami można też wprawić ręcznie w ruch obrotowy wokół pionowej osi, przechodzącej w połowie jego długości w sposób pokazany na rys. 6. Kulka o większej gęstości ρ_3 przesunie się w stronę jednego z końców słoika, a kulka o mniejszej gęstości ρ_3 pozostanie w pobliżu osi obrotu. Przyczyną takiego zachowania się kulek jest teraz siła odśrodkowa bezwładności, działająca w wirującym układzie odniesienia, który jest też układem nieinercjalnym.

Jak uzasadniono wcześniej, powierzchnia swobodna cieczy w stanie równowagi jest prostopadła do kierunku wypadkowej siły, działającej na ciecz. Ta prawidłowość zostanie wykorzystana do wyprowadzenia równania, opisującego kształt powierzchni swobodnej wirującej cieczy. W tym celu należy uwzględnić dwa elementy sił składowych, pokazane na rys. 7. Są to element siły odśrodkowej bezwładności *dF*, skierowany poziomo wzdłuż odległości *r* od osi obrotu i element ciężaru *dW*, skierowany pionowo w dół. Elementy sił *dF* i *dW* wyrażają się wzorami

$$dF = \rho\omega^2 r dV \tag{14}$$



*Rys. 6. Pływanie kulek o różnych gęstościach w zamkniętym wirującym naczyniu; ρ_1 – gęstość cieczy wypełniającej naczynie, ρ_2, ρ_3 – gęstości zanurzonych w niej kulek, $\rho_1 > \rho_2$, $\rho_1 > \rho_3$, $\rho_3 > \rho_2$, **ω** – prędkość kątowa, **a**$_r$ – przyspieszenie odśrodkowe.*



*Rys. 7. Kształt powierzchni swobodnej cieczy w obracającym się naczyniu; **dF** – element siły odśrodkowej, **dW** – element ciężaru ciała, **dQ** – element siły wypadkowej, α – kąt nachylenia stycznej do powierzchni cieczy, **g** – przyspieszenie ziemskie, r – odległość od osi obrotu, h – odległość od dna naczynia, A – punkt przyłożenia elementów sił, h(r) – funkcja opisująca kształt powierzchni cieczy.*

$$dW = \rho g dV \tag{15}$$

w których *dV* oznacza element objętości cieczy, ρ – gęstość cieczy oraz ω – prędkość kątową ruchu cieczy. Z podstaw rachunku różniczkowego jest znany wzór na tangens kąta nachylenia α stycznej do krzywej, który przy oznaczeniach przyjętych na rys. 7 można zapisać jako [6]

$$tg\alpha = \frac{dh}{dr} \tag{17}$$

Ponadto na podstawie rys. 7 łatwo zauważyć zależność

$$tg\alpha = \frac{dF}{dW} \tag{18}$$

Porównując stronami wzory (17) i (18) oraz podstawiając do otrzymanego wyrażenia wzory (14), (15) otrzymuje się bardzo proste równanie różniczkowe, opisujące kształt krzywej przekroju osiowego powierzchni wirującej cieczy

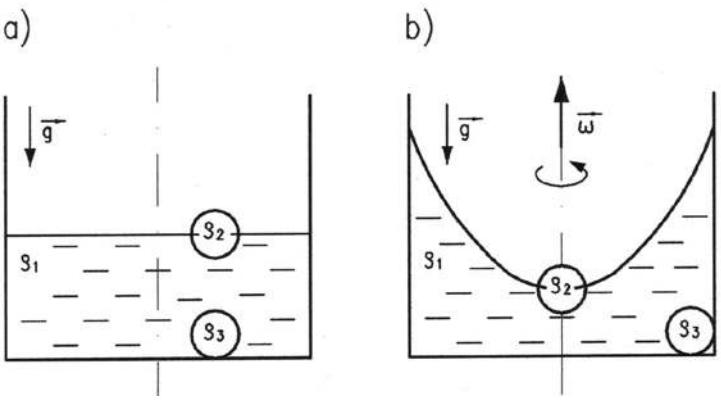
$$\frac{dh}{dr} = \frac{\omega^2 r}{g} \tag{19}$$

Po rozdzieleniu zmiennych i scałkowaniu obu stron równania (19) oraz nałożeniu na stałą całkowania warunku $h(r=0) = 0$ zostaje wyprowadzone równanie poszukiwanej krzywej w postaci

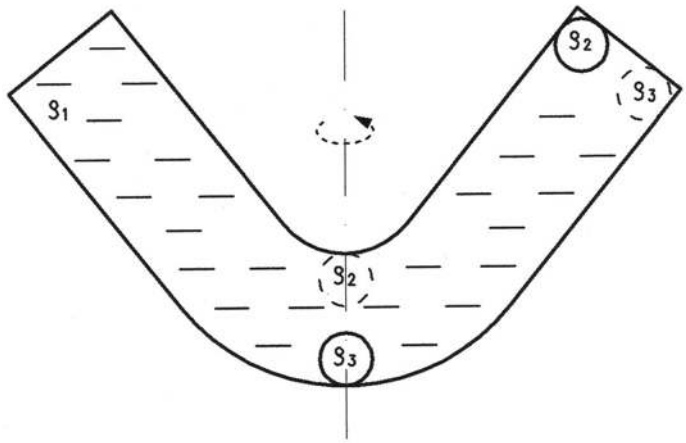
$$h = \frac{\omega^2 r^2}{2g} \tag{20}$$

Z równania (20) wynika, że wysokość *h* wzniesienia cieczy w wirującym naczyniu jest wprost proporcjonalna do kwadratu odległości *r* od osi obrotu, a więc powierzchnia

eprasa.pl 02e46da152



*Rys. 8. Zachowanie się kulek o różnych gęstościach w otwartym naczyniu; a) nieruchomym, b) wirującym; ρ_1 – gęstość cieczy zawartej w naczyniu, ρ_2, ρ_3 – gęstości kulek, $\rho_2 < \rho_1 < \rho_3$, **g** – przyspieszenie ziemskie, **ω** – prędkość kątowa.*



Rys. 9. Zachowanie się kulek o różnych gęstościach w zamkniętej, wirującej rurce w kształcie litery V; ρ_1 – gęstość cieczy wypełniającej rurkę, ρ_2, ρ_3 – gęstości kulek, $\rho_2 < \rho_1 < \rho_3$.

swobodna cieczy tworzy paraboloidę. Ponadto, kształt tej paraboloidy nie zależy od gęstości cieczy, natomiast wysokość *h* jest wprost proporcjonalna do kwadratu prędkości kątowej *ω*, czyli paraboloida staje się bardziej stroma dla szybkich obrotów.

Paraboloidalny kształt powierzchni cieczy bardzo łatwo można zauważyć podczas mieszania herbaty lub kawy. Ponieważ zwierciadło paraboliczne nie wykazuje aberracji sferycznej, to podejmowane są próby wytworzenia zwierciadła nie mającego tej wady optycznej przy użyciu stopionego metalu, jako wirującej cieczy.

W celu zilustrowania prawa Archimedesa w wirującym układzie odniesienia można wykorzystać otwarte naczynie, częściowo wypełnione cieczą o gęstości ρ_1, np. wodą, w której są umieszczone dwie kulki o jednakowych średnicach (rys. 8). Pierwsza z tych kulek ma gęstość $\rho_2 < \rho_1$ i pływa w cieczy, a druga o gęstości $\rho_3 > \rho_1$ leży na dnie naczynia. Po wprawieniu naczynia w ruch obrotowy, np. za pomocą wirownicy szkolnej, pierwsza kulka przemieści się w stronę osi obrotu, a druga w kierunku ściany naczynia. Przyczyną tego jest różnica wartości sił odśrodkowych, działających na kulki, która wynika z różnicy ich gęstości.

Interesujący sposób na pokazanie pływania ciał w wirującym układzie odniesienia polega na wykorzystaniu w tym celu rurki w kształcie litery V, zamkniętej na końcach i całkowicie wypełnionej cieczą (rys. 9). Wewnątrz rurki znajdują się dwie kulki, takie same jak w poprzednim doświadczeniu. Gdy rurka pozostaje nieruchoma i jest ustawiona pionowo, to kulka o większej gęstości ρ_3 zajmuje najniższe położenie na osi rurki, a kulka o mniejszej gęstości ρ_2 znajduje się w górnym końcu jednego z ramion rurki. Po wprawieniu rurki w ruch obrotowy wokół jej osi symetrii, kulka o większej gęstości ρ_3 wypłynie w górnym końcu jednego z ramion, a luka o mniejszej gęstości ρ_2 opadnie do środkowej części rurki.

Podane przykłady są tylko niewielką częścią licznego zbioru zastosowań prawa Archimedesa. Opisane w ostatnim doświadczeniu, zaskakujące zachowanie się kulek bywa tematem zadań podczas konkursów fizycznych [7]. Zamiast kulki o mniejszej gęstości można wprowadzić pęcherzyk powietrza i rozważyć jego zachowanie się w takiej rurce.

Obracające się naczynia z pływającymi kulkami są modelami wirówek, znajdujących szerokie zastosowania, m.in. w laboratoriach do rozdzielania składników zawiesin, w przemyśle mleczarskim do produkcji śmietany, a także podczas szkolenia pilotów i kosmonautów. Poprawa równowagi obiektów pływających ma ważne znacznie dla bezpieczeństwa żeglugi. Podsumowując można wyciągnąć wniosek, że tego rodzaju przykłady pozwalają lepiej zrozumieć znacznie prawa Archimedesa.

Stanisław Bednarek,
Wydział Fizyki i Informatyki Stosowanej Uniwersytetu Łódzkiego

Literatura

[1] S. Szczeniowski, Fizyka doświadczalna, część I, mechanika i akustyka, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1972.
[2] J. Jędrzejewski, Zbiór zadań z fizyki dla uczniów szkół średnich i kandydatów na studia, Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, Warszawa 2012.
[3] B. Mendel, Zbiór zadań z fizyki dla szkół ponadgimnazjalnych zakres podstawowy, Wydawnictwo Nowa Era, Warszawa 2012.
[4] W. Mizerski (red.), Tablice matematyczne, Wydawnictwo Adamantan, Warszawa 2008.
[5] I. N. Bronsztejn, K. A. Siemiendiajew, G. Musiol, H. Mühling, Nowoczesne kompendium matematyki, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2009.
[6] I. Dziubiński, T. Świątkowski (red.), Poradnik matematyczny, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1980.
[7] P. Goldstein, P. Kniaź, A. Smulski, D. Sokołowska, W. Zawadzki, Ogólnopolski Konkurs Fizyczny Lwiątko, zadania z rozwiązaniami, Wydawca: Fundacja Akademia Młodych Fizyków, Kraków 2019.

eprasa.pl 02e46da152

WYDANIE SPECJALNE 1/2026

Wersja elektroniczna



Jak fizyka wspiera pracę:

- internisty
- kardiologa
- onkologa
- okulisty
- pulmunologa

PLIK PDF
Cena 25 zł
(w tym 8% VAT)

Także fizyka w:

Tomografii * Spektroskopii jądrowego rezonansu magnetycznego * Elektroterapii * Termoterapii * Światłolecznictwie

Formularz zamówienia i szczegóły na www.aspress.com.pl/wydania-specjalne/

eprasa.pl 02e46da152



Metody wizualizacji 3D i ich biofizyczne podstawy

Foto – Dreamstime

W jaki sposób przedstawić trójwymiarowy obiekt na płaszczyźnie, żeby jego obraz zachował najwięcej informacji o tym obiekcie i jak najwierniej z płaskich obrazów odtworzyć trójwymiarowy obiekt? Odpowiedzi na te dwa ważne pytania formułuje poniżej zamieszczony artykuł.

Stanisław Bednarek

Wszystkie zjawiska i obiekty, które są przedmiotem badań fizyki mają miejsce w przestrzeni. W sytuacjach badanych przez fizykę klasyczną jest to trójwymiarowa przestrzeń Euklidesa. Często jednak trzeba dokonać przedstawienia tych obiektów i zjawisk na płaszczyźnie dwuwymiarowej przy użyciu rysunków lub fotografii. Taka redukcja liczby wymiarów powoduje, że niestety część informacji jest tracona, albo dochodzi do zniekształceń. Powszechnie widomo z geografii, że odwzorowanie trójwymiarowego fragmentu kuli ziemskiej na płaskiej powierzchni mapy prowadzi do zniekształcenia przynajmniej jednego z takich elementów jak: odległości, kąty lub powierzchnie obiektów znajdujących się w terenie. Wówczas pojawia się problem, w jaki sposób dokonać tych przedstawień, żeby zniekształcenia ograniczyć do minimum lub, żeby udało dwuwymiarowego zapisu uzyskać jak najwięcej informacji o obiektach trójwymiarowych. Sformułowany problemu jest rozwiązywany przy użyciu różnych metod wizualizacji trójwymiarowych, powszechnie określanych skrótem 3D (z ang. three-dimensional – trójwymiarowy). Systematyczny przegląd tych metod oraz ich fizycznych i biofizycznych podstaw jest zawarty w dalszych częściach niniejszego artykułu.

Zdolność widzenia przestrzennego

Człowiek ma zdolność widzenia trójwymiarowego, które polega na tym, że zauważa nie tylko odległości między przedmiotami w płaszczyźnie prostopadłej do kierunku patrzenia, ale również odległości wzdłuż tego kierunku [1]. Widzenie trójwymiarowe, nazywane też stereoskopowym, umożliwia odbieranie pełniejszej informacji o otaczającej rzeczywistości i sprawne poruszanie się w przestrzeni. Zdolność widzenia trójwymiarowego maleje wraz ze wzrostem odległości oglądanych przedmiotów od patrzącego. Jeżeli oglądane przedmioty znajdują się dalej, to wówczas ocena odległości między nimi w kierunku widzenia jest coraz trudniejsza i w końcu staje się niemożliwa. W przypadku obiektów zlokalizowanych na płaskim, otwartym terenie w odległości kilku km od patrzącego wydaje się, że te wszystkie obiekty leżą w jednakowej odległości, którą wyznacza linia horyzontu. Jeżeli któryś z tych obiektów będzie się poruszał w kierunku patrzącego, to trudno będzie ten ruch zauważyć nieuzbrojonym okiem aż do wystąpienia wyraźnej zmiany rozmiarów tego obiektu. Ten efekt stanowi dużą trudność w różnych sytuacjach, np. podczas zdalnego sterowania bezzałogowymi statkami powietrznymi, popularnie nazywanymi dronami.

Widzenie trójwymiarowe jest możliwe w wyniku sprawnego współdziałania gałek ocznych i ośrodków wzrokowych, zlokalizowanych w płatach potylicowych kory mózgowej.

eprasa.pl 02e46da152

Gałki oczne człowieka są tak umieszczone, że środki źrenic znajdują się w odległości ok. 70 mm od siebie. Podczas oglądania dowolnego przedmiotu na siatkówce każdej gałki ocznej są tworzone obrazy tego przedmiotu, które nieco różnią się od siebie. Jest to wynikiem różnej lokalizacji każdej gałki ocznej względem przedmiotu. Dla przykładu, jeżeli oglądany przedmiot znajduje się na wprost nosa, to na siatkówce prawej gałki ocznej obraz bardziej uwidacznia prawą stronę tego przedmiotu, a obraz na siatkówce drugiej gałki ocznej – jego lewą stronę. Te obrazy są przekazywane, za pośrednictwem impulsów elektrycznych przez nerwy wzrokowe do ośrodków w korze mózgowej, gdzie następuje synteza obu obrazów, które wskutek wyuczonych procedur są rozpoznawane, jako obraz trójwymiarowy. To wyjaśnienie widzenia przestrzennego będzie wykorzystane w dalszych częściach artykułu do wyjaśnienia metod wytwarzania obrazów trójwymiarowych.

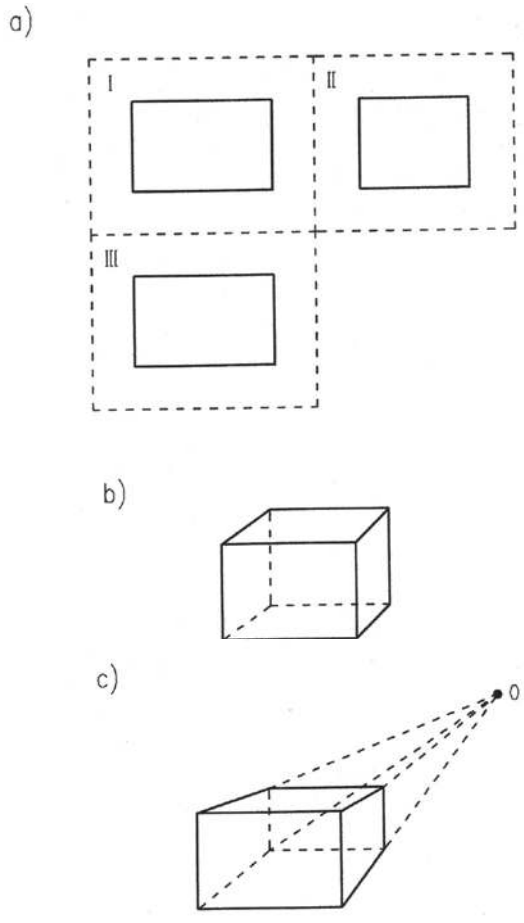
Ogólnie można powiedzieć, że metody umożliwiające widzenie trójwymiarowe z nielicznymi wyjątkami polegają na zarejestrowaniu na płaszczyźnie, np. na kliszy fotograficznej, dwóch płaskich obrazów danego obiektu widzianego z dwóch punktów oddalonych od siebie na odległość źrenic człowieka. Do uzyskania tych obrazów można użyć, m.in. dwóch aparatów fotograficznych lub dwóch kamer filmowych, których osie optyczne obiektywów są rozsunięte na odległość zbliżoną do tej odległości. Następnie przed każdym okiem jest prezentowany tylko jeden odpowiednio wybrany z zarejestrowanych obrazów. Wybór obrazu odpowiada sytuacji bezpośredniego oglądania obiektu. W wyniku tego w ośrodkach wzrokowych kory mózgowej te obrazy są rozpoznawane, jako jeden trójwymiarowy obraz oglądanego obiektu. Do nielicznych wyjątków od tej zasady należy holografia. Przyrządy optyczne przeznaczone do oglądania obrazów trójwymiarowych są nazywane stereoskopami [2, 3].

Rzutowanie prostokątne i ukośne

Jednym ze sposobów wizualizacji obiektu trójwymiarowego na płaszczyźnie jest jego zrzutowanie. W rysunku technicznym bardzo często stosuje się rzutowanie prostokątne (rys. 1.a). Jest to niewątpliwie najprostszy i najłatwiejszy do wykonania rodzaj rzutowania. Rzutowanie prostokątne polega odwzorowaniu punktów obiektu na wzajemnie prostopadłych płaszczyznach, nazywanych rzutniami [4]. Odwzorowanie odbywa się przy użyciu prostych prostopadłych do tych płaszczyzn, nazywanych prostymi rzutującymi i przechodzących przez punkty obiektu. Punkty przecięcia prostych rzutujących z rzutniami dają obrazy odpowiednich punktów obiektu. Z fizycznego punktu widzenia taki sposób rzutowania jest analogiczny do tworzenia cieni obiektu przez wiązki światła padające na ten obiekt z trzech wzajemnie prostopadłych kierunków na trzy prostopadłe do siebie płaszczyzny. Do przedstawienia obiektów o prostszych kształtach wystarczają trzy lub nawet dwa rzuty. Taka sytuacja pojawia się wtedy, gdy wygląd obiektu z dwóch różnych stron jest taki sam. Najprostsze przykłady takich obiektów to sześcian, prostopadłościan, czy walec.

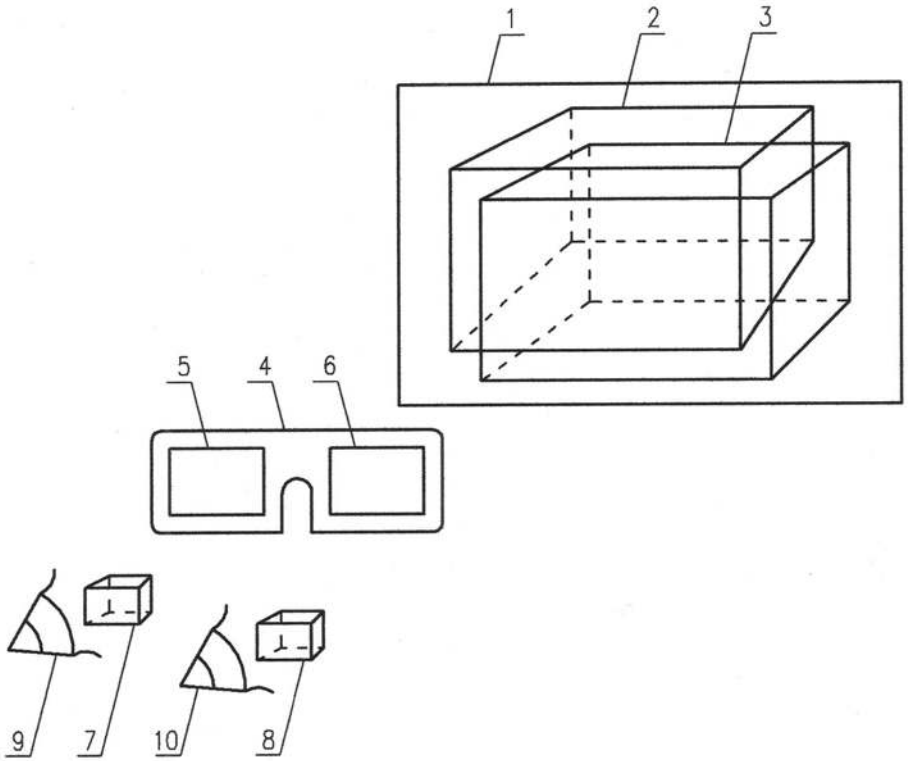
Istotną wadą rzutowania prostokątnego jest to, że odtworzenie rzeczywistego wyglądu trójwymiarowego obiektu następuje w wyobraźni osoby korzystającej z tego rodzaju odwzorowania. Nabycie tej umiejętności wymaga ćwiczeń. W przypadku profesjonalistów, mających odpowiednie przygotowanie – techników, czy inżynierów nie stanowi to problemu. Gorzej jest, gdy osoba nie mająca takiego przygotowania, np. uczeń, czy klient musi na podstawie płaskich obrazów wyobrazić sobie trójwymiarowy układ doświadczalny, przyrząd lub towar, żeby zrozumieć jego działanie lub podjąć decyzję o zakupie.

Łatwiejsze do interpretacji przez osoby nie przygotowane zawodowo są wizualizacje obiektu trójwymiarowego przy użyciu rzutu ukośnego równoległego (rys. 1.b), albo odwzorowania perspektywicznego zbieżnego, stosowanego często w malarstwie (rys. 1.c). Wadą tych obu wizualizacji jest jednak to, że nie dają poczucia pełnej trójwymiarowości, ponieważ wygląd obiektu nie zmienia się wraz ze zmianą pozycji obserwatora, a ponadto na obrazie nie są zachowane rzeczywiste odległości i kąty między elementami obiektu. Pierwszą z tych wad można częściowo usunąć, gdy zobrazowanie będzie tworzone na ekranie monitora komputerowego i oglądający będzie miał opcję obrotu oraz przesuwania obrazu. Wtedy zostanie zrealizowana możliwość oglądania obiektu z różnych pozycji.

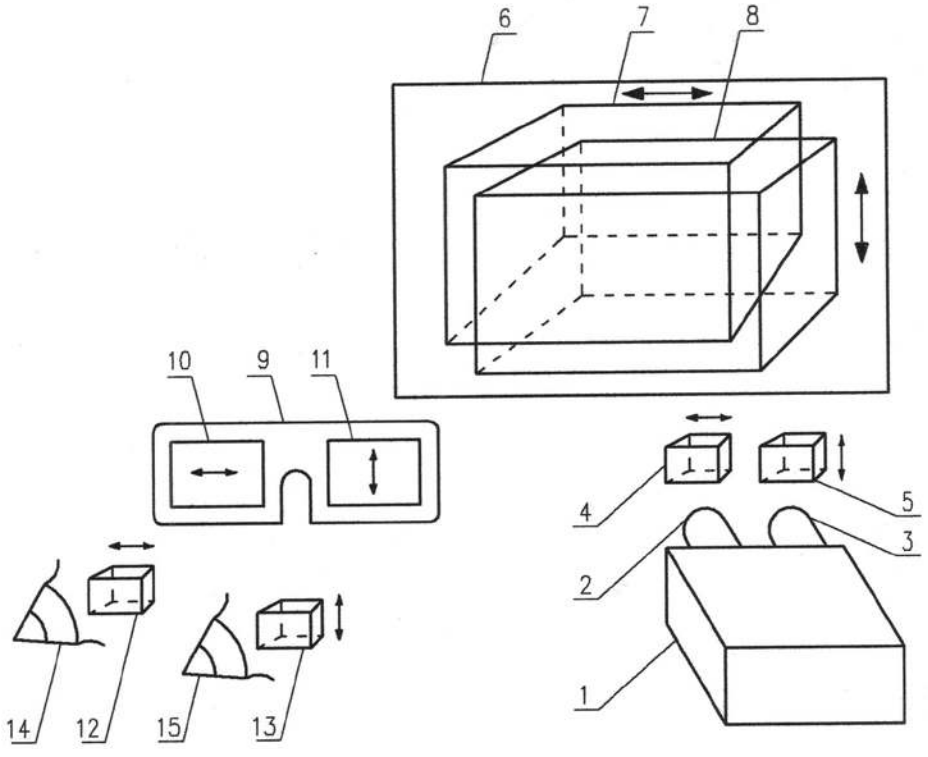


Rys. 1. Najprostsze sposoby wizualizacji przestrzennej na przykładzie prostopadłościanu; a) rzutowanie prostokątne: I – rzut z przodu, II – rzut z boku, III – rzut z góry, b) rzutowanie ukośne równoległe, c) odwzorowanie perspektywiczne zbieżne.

eprasa.pl 02e46da152



Rys. 2. Wyjaśnienie wizualizacji przestrzennej przy użyciu anaglifów; 1 – tablica, 2 – rzut prostopadłościanu widzianego przez lewe oko w kolorze niebieskim, 3 – rzut prostopadłościanu widzianego przez prawe oko w kolorze czerwonym, 4 – oprawka okularów, 5 – filtr optyczny niebieski, 6 – filtr optyczny czerwony, 7 – obraz sześcianu w kolorze niebieskim, 8 – obraz sześcianu w kolorze czerwonym, 9 – lewe oko, 10 – prawe oko.



Rys. 3. Wyjaśnienie wizualizacji przestrzennej przy użyciu światła spolaryzowanego; 1 – projektor, 2 – lewy obiektyw, 3 – prawy obiektyw, 4 – obraz prostopadłościanu widzianego przez lewe oko w świetle spolaryzowanym poziomo, 5 – obraz prostopadłościanu widzianego przez prawe oko w świetle spolaryzowanym pionowo, 6 – ekran, 7 – rzut prostopadłościanu z lewego obiektywu, 8 – rzut prostopadłościanu z prawego obiektywu, 9 – oprawka okularów, 10 – polaryzator mający kierunek polaryzacji skierowany poziomo, 11 – polaryzator mający kierunek polaryzacji skierowany pionowo, 12 – obraz sześcianu w świetle spolaryzowanym poziomo, 13 – obraz sześcianu w świetle spolaryzowanym pionowo 14 – lewe oko, 15 – prawe oko.

Metoda anaglifów

Słowo anaglif pochodzi z języka greckiego i oznacza „przedmiot wyrzeźbiony". Pierwszy etap tej metody polega na tym, że najpierw wykonuje się na jednej płaszczyźnie dwa rzuty perspektywiczne lub fotografie obiektu, który ma być wizualizowany (rys. 2). Te rzuty przedstawiają obiekt z dwóch punktów widzenia oddalonych od siebie o ok. 70 mm, to jest na odległość równą średniej odległości między źrenicami człowieka, Skutkiem tego rzuty przedstawiają obiekt w taki sposób, w jaki jest oglądany bezpośrednio lewym i prawym okiem. Ponadto jeden z rzutów, np. ten widziany lewym okiem, przedstawia przedmiot w świetle niebieskim a drugi rzut w świetle czerwonym. W przypadku fotografii stosuje się aparat z dwoma obiektywami, których osie optyczne są równoległe do siebie i oddalone o ok. 70 mm oraz przed jednym obiektywem umieszcza się filtr optyczny niebieski, a przed drugim czerwony.

W celu trójwymiarowej wizualizacji obiektu ogląda się taki zestaw rzutów przez okulary, które w jednym z otworów zamiast soczewki mają wmontowane szkło w kolorze niebieskim, a w drugim otworze w kolorze czerwonym. Takie szkła stanowią filtry optyczne, to znaczy każde z nich przepuszcza światło tylko o kolorze zgodnym ze swoim kolorem [5]. W wyniku tego lewe oko widzi tylko rzut obiektu w kolorze niebieskim, a prawego tylko rzut w kolorze czerwonym. W końcowym efekcie ośrodek wzrokowy w korze mózgowej rozpoznaje złożenie tych dwóch rzutów, jako trójwymiarowy obraz obiektu, podobnie jak podczas bezpośredniego oglądania obiektu. Opisana metoda jest technicznie prosta i tania, ale ma też wadę. Ponieważ nie ma idealnych filtrów optycznych, to każdy z nich przepuszcza światło z pewnego zakresu długości fal i to powoduje zmianę rzeczywistych kolorów oglądanego obiektu.

Zastosowanie światła spolaryzowanego

Metoda wizualizacji trójwymiarowej przy użyciu światła spolaryzowanego i

eprasa.pl 02e46da152

układy przeznaczone do jej realizacji są podobne, jak w przypadku anaglifów. Różnica polega na tym, że filtry optyczne niebieski i czerwony zostały zastąpione przez polaryzatory. Jak wiadomo, polaryzatory są to elementy optyczne, mające właściwość przepuszczania fal świetlnych tylko o określonym kierunku drgań.

Kierunek drgań jest wyznaczony przez strukturę molekularną tych elementów i nazywa się kierunkiem polaryzacji, a światło po przejściu przez ten element jest światłem spolaryzowanym [6]. Jako polaryzatory o dużej powierzchni są najczęściej wykorzystywane folie wykonane z polimerów o uporządkowanym kierunku orientacji cząsteczek.

Przykład układu do realizacji tej metody przedstawia rys. 3. Na ekranie są tworzone dwa wcześniej zapisane rzuty tego samego obiektu widziane przez prawe i lewe oko. Do tego celu są używane dwa projektory, wysyłające wiązki światła spolaryzowane też w kierunkach wzajemnie prostopadłych. Rzuty na ekranie są oglądane przez okulary, w których zostały wmontowane dwa polaryzatory o takich samych kierunkach polaryzacji, jak kierunki polaryzacji wiązek światła. Skutkiem tego każde oko widzi taki rzut, jak przy bezpośrednim patrzeniu na obiekt. Następnie z tych rzutów jest tworzony trójwymiarowy obraz obiektu w ośrodku wzrokowym kory mózgowej. Analogiczna metoda jest wykorzystywana w kinach do wyświetlania filmów trójwymiarowych. Zalety tej metody polegają na możliwości oglądania obrazów dynamicznych w barwach zbliżonych do rzeczywistych, ponieważ filtry polaryzacyjne są niemal przezroczyste.

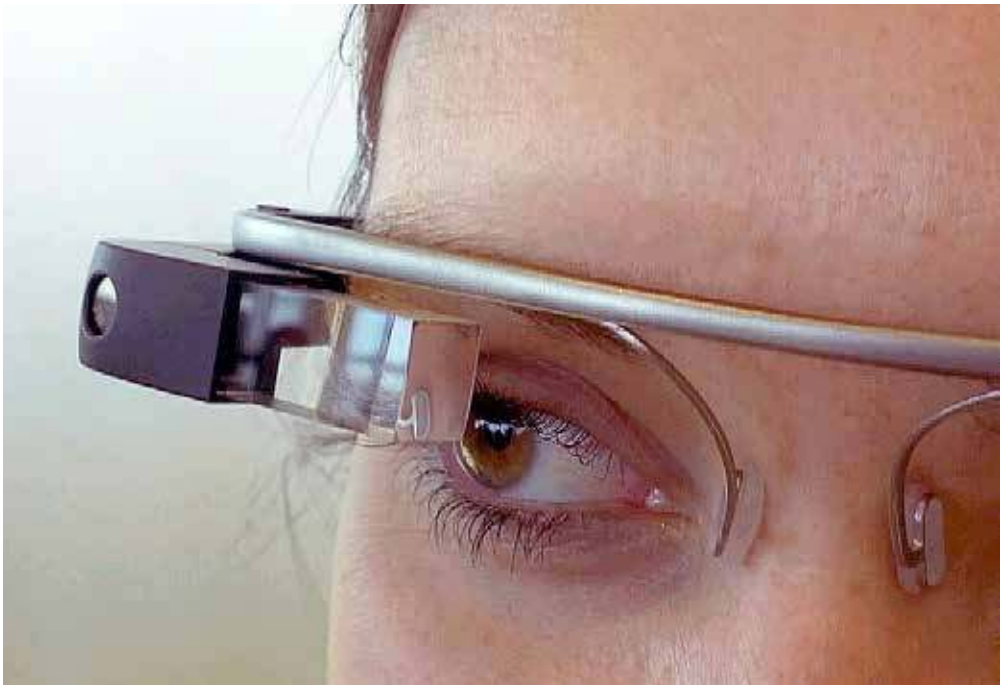
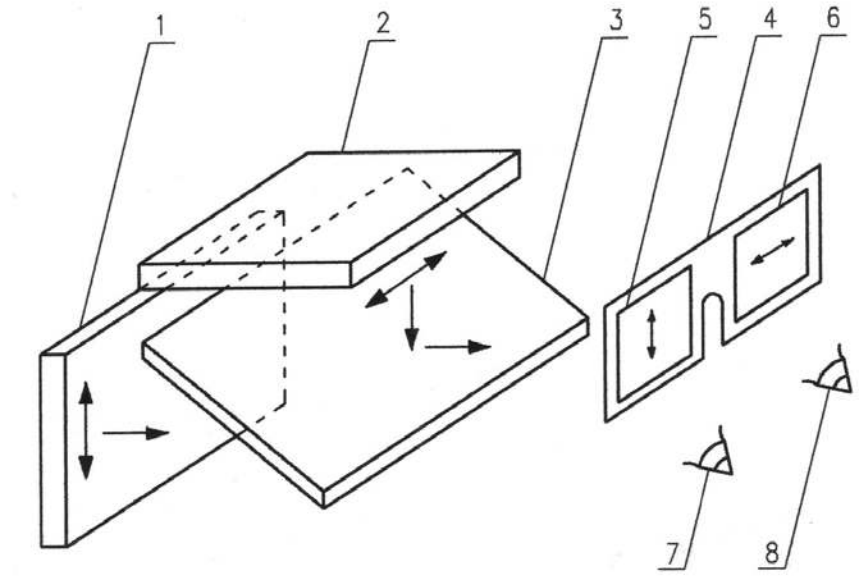


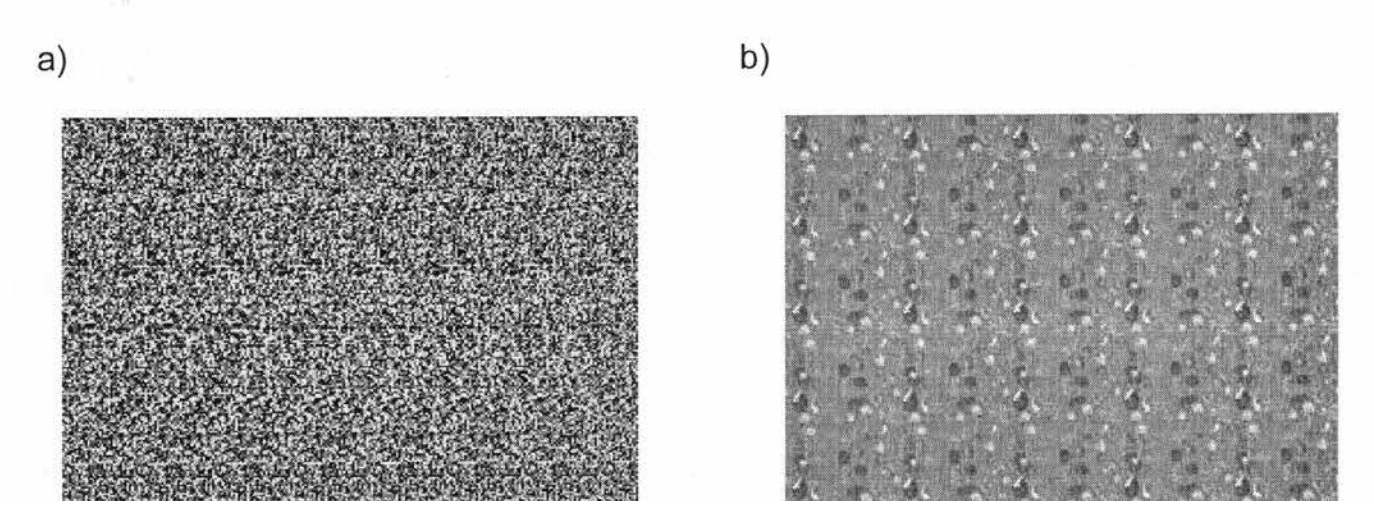
Foto – Dreamstime

Przykład innego układu do wizualizacji trójwymiarowej z użyciem światła spolaryzowanego przedstawia rys. 4. W tym układzie rzutniki zostały zastąpione przez dwa monitory komputerowe, z których jeden ma ekran ustawiony w płaszczyźnie pionowej, a drugi w płaszczyźnie poziomej. Ekrany monitorów zostały pokryte foliami polaryzacyjnymi i dzięki temu tworzą one rzuty obiektu w świetle spolaryzowanym w kierunkach wzajemnie prostopadłych na zwierciadle półprzepuszczalnym, nachylonym pod kątem 45° do poziomu. Rzut tworzony przez monitor ustawiony pionowo jest kierowany do obserwatora w wyniku przechodzenia przez zwierciadło półprzepuszczalne, a rzut tworzony przez drugi monitor dochodzi do obserwatora skutkiem odbicia od górnej powierzchni tego zwierciadła. Podobnie jak poprzednio, obserwator ogląda obraz trójwymiarowy przy użyciu okularów z polaryzatorami. Taki układ, działający podczas Pikniku Naukowego Centrum Nauki Kopernik oraz Pierwszego Programu Polskiego Radia na Stadionie Narodowym w maju 2023 r. był używany do pokazów trójwymiarowych zdjęć Warszawy wykonanych bezzałogowym statkiem powietrznym (dronem) i wywierał ogromne wrażenie



Rys. 4. Układ do wizualizacji przestrzennej przy użyciu światła spolaryzowanego i dwóch monitorów; 1 – monitor dający obraz dla lewego oka w świetle spolaryzowanym pionowo, 2 – monitor dający obraz dla prawego oka w świetle spolaryzowanym poziomo, 3 – zwierciadło półprzepuszczalne, 4 – oprawka okularów, 5 – polaryzator mający kierunek polaryzacji skierowany poziomo, 6 – polaryzator mający kierunek polaryzacji skierowany pionowo, 7 – lewe oko, 8 – prawe oko.

eprasa.pl 02e46da152



Rys. 5. Przykłady stereogramów utworzonych z pojedynczych. przypadkowo rozmieszczonych punktów. Przy odpowiednim sposobie patrzenia na rys. a) pojawia się przestrzenna spirala, a na rys. b) układ kulek umieszczonych w rzędach.

na zwiedzających. Zaletami tego układu są bardzo dobra jakość dynamicznych obrazów i małe rozmiary – cały układ mieścił się na średniej wielkości biurku.

Jeszcze inne rozwiązanie polega na wykorzystaniu specjalnych okularów (np. wideo okulary Google), przeznaczonych do indywidualnej obserwacji rzeczywistości wirtualnej w trzech wymiarach. Takie okulary oddzielają obserwatora od otoczenia, są wyposażone w dwa niewielkie monitory, umieszczone po jednym przed każdym okiem i współpracują z komputerem. Jednoczesna obserwacja obu monitorów daje wrażenie oglądania statycznych lub dynamicznych obrazów trójwymiarowych. To rozwiązanie działa na podobnej zasadzie jak opisane poprzednio układy, w których wykorzystano światło spolaryzowane. Dzięki współpracy z komputerem, wyposażonym w odpowiednie oprogramowanie, jest możliwe tworzenie trójwymiarowych zobrazowań, łączących aktualny stan obiektów z przyszłym stanem, np. modernizacji budynku lub zbudowaniu terenu. Jest to jedna z możliwości wykorzystania tzw. rzeczywistości rozszerzonej (ang. augmented reality), która okazuje się bardzo przydatna, m.in. podczas tworzenia i oceny projektów przestrzennego zagospodarowania terenu.

Stereogramy punktowe

Obiekt trójwymiarowy może być przedstawiony przy użyciu odpowiedniego programu komputerowego w postaci układu plamek rozmieszczonych przypadkowo na płaszczyźnie (rys. 5). Podczas obserwacji tego układu daje się zauważyć zadziwiający efekt. Przy pewnej odległości od oczu pojawia się trójwymiarowy obraz obiektu. Taki układ plamek jest nazywany stereogramem punktowym, złożonym z przypadkowych kropek – SRDS (skrót pochodzi od angielskiej nazwy single random dots stereogram). Niestety, efekt trójwymiarowości znika przy zbyt dużej oraz zbyt małej odległości od oczu [7]. Oprócz tego zauważenie trójwymiarowego obiektu jest dość trudne i wymaga kon-

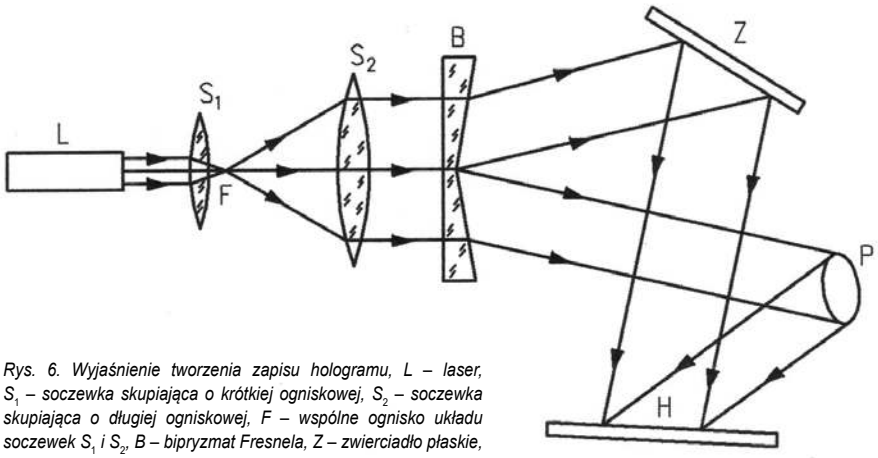


Foto – Dreamstime

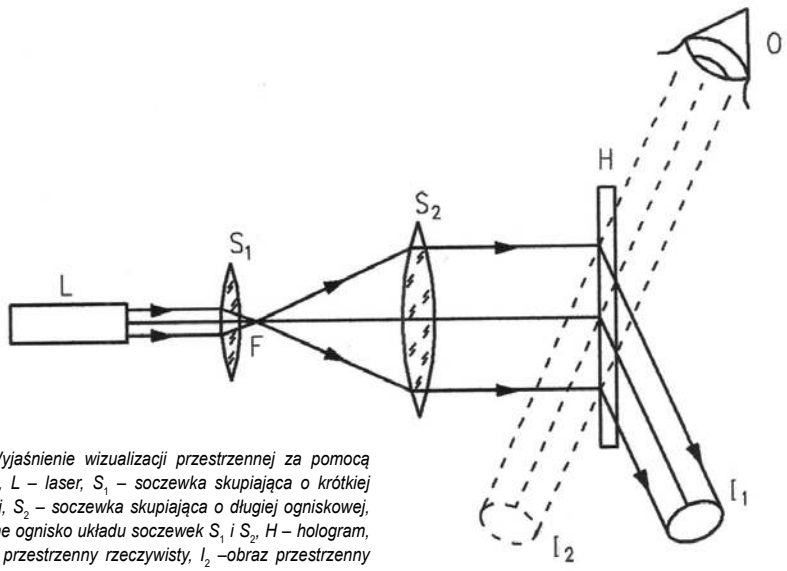
eprasa.pl 02e46da152

Tab. 1. Zestawienie porównawcze metod wizualizacji 3D.

Lp.	Nazwa metody	Zalety	Wady	Uwagi
1	Rzutowanie prostokątne i ukośne	bardzo prosta realizacja	wymaga przygotowania użytkownika	stosowana w dokumentacji technicznej
2	Metoda anaglifów	prosta realizacja	nierealistyczne kolory obrazów	rzadko stosowana
3	Zastosowanie światła spolaryzowanego	umiarkowane wymagania techniczne, dobra jakość obrazu	niewielkie zmniejszenie jasności obrazu	obecnie najczęściej stosowana, m.in. w kinematografii i telewizji
4	Stereogramy punktowe	umiarkowane wymagania techniczne	trudna obserwacja, wymaga ćwiczeń użytkownika, nie zawsze się udaje	stosowana głównie w celach badawczych
5	Holografia	dość duże wymagania techniczne	łatwa obserwacja, bardzo dobra jakość obrazu	metoda rozwijana i przyszłościowa



Rys. 6. Wyjaśnienie tworzenia zapisu hologramu, L – laser, S_1 – soczewka skupiająca o krótkiej ogniskowej, S_2 – soczewka skupiająca o długiej ogniskowej, F – wspólne ognisko układu soczewek S_1 i S_2, B – bipryzmat Fresnela, Z – zwierciadło płaskie, P – przedmiot, H – zapisywany hologram.



Rys. 7. Wyjaśnienie wizualizacji przestrzennej za pomocą hologramu, L – laser, S_1 – soczewka skupiająca o krótkiej ogniskowej, S_2 – soczewka skupiająca o długiej ogniskowej, F – wspólne ognisko układu soczewek S_1 i S_2, H – hologram, I_1 – obraz przestrzenny rzeczywisty, I_2 –obraz przestrzenny pozorny, O – oko.

centracji uwagi. Osoby, które korzystają z tej metody po raz pierwszy zwykle muszą wykonać pewną liczbę ćwiczeń. polegającą na umieszczeniu układu kropek początkowo w niewielkiej odległości (ok. 10 cm) przed oczami, patrzeniu swobodnie na górną, środkową część układu i jego powolnym oddalaniu od oczu. Niekiedy dla ułatwienia ćwiczeń nad wspomnianą częścią układu umieszcza się dwa kółka o średnicy ok. 0,5 cm i oddalone od siebie o ok. 2 cm. Jest też pewna grupa osób, ok. 4% populacji, której nie udaje się zauważyć tego efektu. Wynika to z wad wzroku, skutkujących barkiem lub ograniczeniem zdolności widzenia przestrzennego. Jedną z tych wad może być astygmatyzm. Mimo, że ta metoda jest rzadko stosowana podczas oglądania rysunków technicznych, to jednak znalazła zastosowanie do innych celów, m.in. do obserwacji struktury przestrzennej złożonych molekuł oraz w okulistyce do badania wzroku [8, 9].

Metoda holograficzna

Nazwa metody pochodzi od greckich słów „holos i „graphos", z których pierwsze oznacza całość, a drugie obraz. Podstawowe znacznie w tej metodzie ma interferencja, czyli składanie drgań fal świetlnych, a jej realizacja jest możliwa dzięki wykorzystaniu światła spójnego, tzn. takiego, w którym drgania odbywają się synchronicznie – są w tej samej fazie. Do lat sześćdziesiątych XX w. wytwarzanie wiązek światła spójnego było związane z dużymi problemami technicznymi. Dopiero wynalezienie i upowszechnienie laserów rozwiązało ten problem [10]. Koncepcję holografii podał i pierwsze próby przeprowadził polski fizyk Mieczysław Wolfie, pracujący m.in. w Politechnice Warszawskiej. Jego koncepcję rozwinął i lepszą jakość obrazów uzyskał fizyk węgierski Denis Gabor, któremu za badania nad holografią przyznano nagrodę Nobla.

eprasa.pl 02e46da152

Pierwszy etap tej metody polega na wytworzeniu zapisu obiektu trójwymiarowego, nazywanego hologramem (rys. 6). W tym celu zwiększa się średnicę wiązki światła laserowego przy użyciu ekspandera, złożonego z dwóch soczewek skupiających o różnych średnicach i ogniskowych, tworzących tzw. układ konfokalny, czyli układ o wspólnym ognisku. W układzie konfokalnym, poszerzającym wiązkę średnica soczewki dalszej od źródła światła jest większa, niż średnica soczewki bliższej. Poszerzona wiązka światła jest rozdzielana na dwie wiązki za pomocą bipryzmatu Fresnela, składającego się z dwóch jednakowych pryzmatów połączonych ze sobą podstawami. Jedna z rozdzielonych wiązek oświetla trójwymiarowy obiekt, a druga stanowi wiązkę odniesienia. Następnie obie wiązki są kierowane tak, żeby połączyły się ze sobą na kliszy fotograficznej. Dzięki spójności wiązek dochodzi do ich interferencji oraz wytworzenia układu jasnych i ciemnych prążków, który zwiera informację o kształcie i rozmiarach obiektu [10].

Gdy taki układ prążków, czyli hologram, zostanie oświetlony wiązką światła laserowego, wtedy pojawiają się dwa przestrzenne obrazy obiektu, z których jeden jest rzeczywisty, a drugi pozorny (rys. 7). Te obrazy są wytwarzane w wyniku interferencji światła spójnego na układzie prążków zapisanych w hologramie [11]. Do tego celu nie jest potrzeby żaden ekran, ponieważ obrazy pojawiają się w przestrzeni i można je oglądać z różnych stron, tak samo, jak trójwymiarowy obiekt. Co niezwykle interesujące, te obrazy można uzyskać również z fragmentu hologramu, ponieważ w każdym z nich jest zapisana cała informacja o obiekcie. (Stąd też pochodzi nazwa „hologram", utworzona z greckich słów holos – cały i graphos – obraz.) W przypadku wykorzystania fragmentu hologramu uzyskuje się jednak mniejszą jasność obrazu.

Podsumowanie i wnioski

Spośród przedstawionych metod trójwymiarowej wizualizacji najszersze zastosowanie znajduje obecnie metoda, polegająca na wykorzystaniu światła spolaryzowanego. Ta metoda jest stosowana m.in. podczas projekcji filmów w niektórych kinach i programach telewizyjnych. Czynnikami decydują o upowszechnieniu tej metody są niewątpliwie dobra jakość obrazów i umiarkowane wymagania techniczne, które muszą być spełnione w celu jej otrzymania. Według informacji uzyskanych podczas wspominanego Pikniku Naukowego, układy do wizualizacji tą metodą są wdrażane m.in. w geoinformatyce. Zaletą tej metody jest elastyczność spełnienia wymagań, polegająca na możliwościach wykorzystaniu różnych urządzeń technologii cyfrowej, takich jak monitory komputerowe, rzutniki multimedialne i specjalne okulary z małymi monitorami zamiast soczewek, tzw. wideo Google. W celu podsumowania i łatwiejszej oceny przedstawionych metod wykonano ich zestawienie podane w tab. 1.

W niedalekiej przyszłości większego znaczenia mogą nabrać metody oparte na holografii w połączeniu z metodami technologii cyfrowej [12]. Istnieją odmiany hologramów, z których obraz jest uwidaczniany bez użycia poszerzonej wiązki światła laserowego. Wystarczy w tym celu oświetlenie wytwarzane przez powszechnie używane źródła światła lub oświetlenie światłem słonecznym. Obecnie zapis hologramu może być sporządzony nie tylko tradycyjną metodą fotochemiczną na kliszy fotograficznej, która raczej odchodzi do przeszłości. Takiego zapisu dokonuje się postaci cyfrowej z wykorzystaniem technologii informacyjnej w warstwie kryształu o specjalnych właściwościach optycznych. Do tego typu zapisu są wykorzystywane dane z wcześniej przeprowadzonego skaningu trójwymiarowego za pomocą lasera. Uzyskane w ten sposób dane, tzw. chmurę punktów, poddaje się następnie odpowiedniej konwersji cyfrowej. Dostępne obecnie trójwymiarowe skanery laserowe pozwalają zapisać obrazy obiektów o bardzo szerokim zakresie rozmiarów, począwszy od kilkucentymetrowych przedmiotów codziennego użytku, a skończywszy na mierzonych w setkach metrów wnętrzach hal fabrycznych, budynkach i fragmentach terenu. Najprawdopodobniej ten kierunek rozwoju pozwoli uzyskać jeszcze lepszą jakość i większą dostępność wizualizacji trójwymiarowych.

Stanisław Bednarek
Wydział Fizyki i Informatyki Stosowanej
Uniwersytetu Łódzkiego

Literatura:

[1] J. Chlebińska, Anatomia i fizjologia człowieka, Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne, Warszawa 1986, s. 246.
[2] A. Sojecki, Optyka, Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne, Warszawa 1985, s. 191.
[3] F. Ratajczyk, Instrumenty optyczne, Wydawnictwo Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 2002, s. 67.
[4] T. Dobrzański, Rysunek techniczny maszynowy, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 2014, s. 56.
[5] D. Halliday, R. Resnick, Walker, Fundamentals of Physics, New York: Editor John Wiley & Sons, Inc., New York 2011, s. 67.
[6] F. Ratajczyk, Dwójłomność i polaryzacja optyczna, Wydawnictwo Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 2000, s. 37.
[7] F. H. Adler F.H., Fizjologia oka – zastosowania kliniczne, Państwowe Zakłady Wydawnictw Lekarskich, Warszawa 1986, s. 52.
[8] T. Fujikado, Use of Dynamic and Colored Stereogram to Measure Stereopsis in Strabismic Patients, Japanese Journal of Ophthalmology, Vol. 42, No. 2, p. 101-107.
[9] R. Neff, S. Schwartz, D. Stork, Electronics for generating simultaneous random-dot cyclopean and monocular stimuli, Behavior Research Methods, Instruments and Computers, 1985, Vol. 17, No. 3, p. 363-370.
[10] H. D. Young, R. A. Friedman, A. L. Ford, Sears and Zemansky's, University Physics with Modern Physics, New York: Editor Addison-Wesley Pearson, New, York 2012, p. 1114.
[11] C. Wen-Bo, M. Jian-She, S. Ping, L. Xian-Ting, Binary hologram generation based on discrete wavelet transform, Optik, 2016, Vol. 127, No. 2, p. 558-561.
[12] L. Corce Ferri, Visualization of 3D information with digital holography using laser printers, Computers and Graphics, 2001, Vol. 25, No. 2, p. 309-321

eprasa.pl 02e46da152

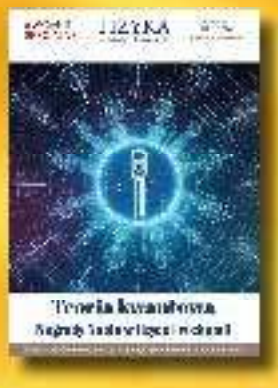
Cyfrowe wydania specjalne

Fizyki w Szkole

Tylko w wersji PDF!

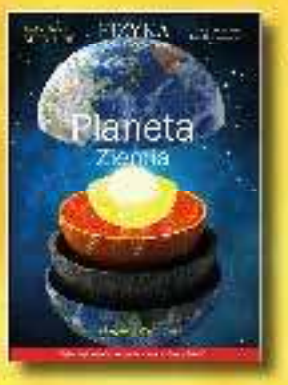
Już od 10 zł!
Wysyłamy na adres mailowy!





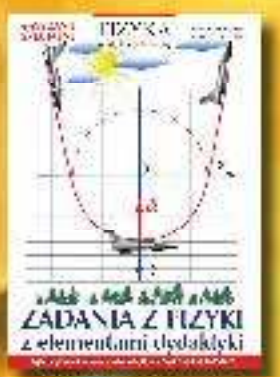




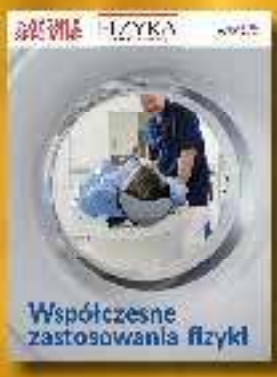


















Szczegóły i formularz zamówienia na www.aspress.com.pl/wydania-specjalne/

eprasa.pl 02e46da152