

# FIZYKA

w Szkole z Astronomią

CZASOPISMO DLA NAUCZYCIELI

372 (LXIV) indeks 35810X Nr 1 styczeń/luty 2021 CENA 30,00 zł (w tym 8% VAT)

## Bariera dźwięku

Samoloty w nowym  
obszarze prędkości  
hipersonicznej

+ Kompendium pojęć  
z astronomii i astrofizyki

**ROGER PERNOZE** i czarne dziury  
**MUTACJE DNA** a promieniowanie  
**ZDERZENIA** w makro i mikroświecie



# Energia za połowę ceny!



ROCZNIK 2020

**50% taniej**

ROCZNIKI STARSZE

**80% taniej**

(oferta ważna do wyczerpania zapasów)

Szczegóły i formularz zamówienia na [www.aspress.com.pl/roczniki/](http://www.aspress.com.pl/roczniki/)

eprasa.pl e727e5c780

## Drodzy Czytelnicy!

**W**itam Szanownych Państwa w nowym 2021 roku! Oczywiście, jak zwykle przy okazji numeru pierwszego składam Państwu serdeczne życzenia noworoczne. Przede wszystkim, aby nowy rok był lepszy od starego. Dla większości z nas rok ubiegły to przede wszystkim rok pandemii. Dla naukowców jednak najważniejszym wydarzeniem było rozdanie Nagród Nobla. Ten odpowiednik filmowych Oskarów wyznacza trendy w świecie nauki. Również w ubiegłym roku nagrody Nobla zostały przyznane, w tym Nagrody Nobla z fizyki. Laureatami była trójka naukowców, z których najbardziej znanym jest Roger Penrose. Ostatni Nobel miał charakter kosmiczny, co jest zgodne z tendencją ostatnich lat. Dotyczył on zasadniczo fenomenu czarnych dziur. Tej to właśnie tematyce poświęcony jest otwierający ten numer artykuł Edwarda Malca. Nie jest to artykuł łatwy, ale mimo to wart przeczytania. Przedstawiono w nim zarówno sylwetki noblistów, ich dokonania jak i elementy fizyki czarnych dziur.

Drugi artykuł, na który chciałbym zwrócić Państwa uwagę to artykuł Andrzeja Wasiaka poświęcony lotom z prędkościami ponadprędkowymi. Autor unikając równań matematycznych opisał najważniejsze zjawiska towarzyszące lotom odrzutowców, które każdy inżynier konstruktor musi wziąć pod uwagę.

Trzeci artykuł, który chce polecić to artykuł pani Wioletty Dynkowskiej poświęcony naturalnym źródłom promieniowania jonizującego i wpływowi tego promieniowania na żywe organizmy. Ten temat zawsze budził i będzie budzić kontrowersje, dlatego warto mieć konkretną wiedzę na ten temat, a ten artykuł jest dobrym jej źródłem.

Oczywiście inne artykuły też są warte przeczytania. Życzę miłej lektury całego tegorocznego numeru pierwszego.

W imieniu redakcji  
**Zbigniew Wiśniewski**

### 4 Nagroda Nobla z fizyki w 2020

Edward Malec

Już w połowie lat 60. specjaliści wiedzieli całkiem sporo o czarnych dziurach. Z drugiej jednak strony, w dalszym ciągu nie było jasne czy czarne dziury istnieją w realnym świecie.

### Fizyka wczoraj, dziś, jutro

#### 12 Zagadnienia lotów z prędkościami ponadprędkowymi

Andrzej Wasiak

Gdy 14 października 1947 roku pilot Charles Yeager lecąc na samolocie doświadczalnym XS-1 osiągnął prędkość odpowiadającą 1,06 liczby Macha, stało się oczywiste, że przed lotnictwem otwarty został nowy, mało wówczas znany obszar prędkości naddźwiękowych.

#### 17 Promieniowanie a żywe organizmy

Wioletta Monika Dynkowska

### Z naszych lekcji

#### 21 Wykorzystanie robotów LEGO do eksperymentów i pomiarów w fizyce

Adam Ogaza

#### 26 Van Gogh i inni, czyli fizyka spotyka sztukę

Marta Waclawczyk,  
Zofia Waclawczyk

#### 28 Zjawiska zderzeń w makro i mikroświecie

Julian Płoszajski

#### 32 Nietypowe zadania z kondensatorami i sposoby ich rozwiązywania

Czesław Surowiec

#### 36 O definiowaniu wielkości fizycznych i nie tylko... (Miniatura dydaktyczna)

Waldemar Reńda

#### 40 Joseph Priestley (1733 – 1804). Hobbysta nauk

Tadeusz Wibig

### Astronomia dla każdego

#### 42 Kompendium astronomiczne – wybrane pojęcia

i zagadnienia – cz. 1.

Marcin Wesolowski, Piotr Gronkowski

Kompendium astronomiczne zostało napisane z myślą o szerokim gronie czytelników. Może być ono przydatne dla uczniów szkół ponadpodstawowych, a także dla kandydatów na studia, którzy planują zdawać egzamin maturalny z przedmiotu fizyka z astronomią.

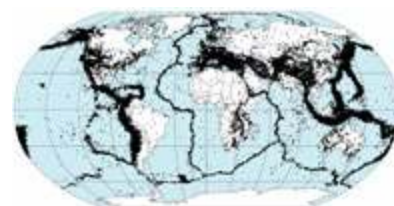
### Geofizyka

#### 46 Ziemia planeta wyjątkowa – cz. 14.

Dryf kontynentów i tektonika płyt

Zbigniew Wiśniewski

Jednym z ważniejszych wyróżników naszej planety jest dryf kontynentów. Właściwie żaden inny obiekt kosmiczny – o ile wiemy – nie wykazuje takiej własności.



**FIZYKA**  
w Szkole z Astronomią

NUMER 1 STYCZEŃ/LUTY 2021  
372 (LXIII) indeks 35810X ISSN 0426-3383

CENA 30,00 zł  
(w tym 8% VAT)

**Komitet redakcyjny** Krystyna Jabłońska-Ławniczak, Jerzy Kreiner, Andrzej Majhofer (Przewodniczący Komitetu), Zygmunt Mazur, Andrzej Szymacha, Mirosław Trociuk  
**Redakcja** Zbigniew Wiśniewski (redaktor prowadzący – fizykc@wp.pl) **Adres redakcji** ul. Warchałowskiego 2/58, 02-776 Warszawa **Wydawnictwo** Agencja AS Józef Szewczyk, ul. Warchałowskiego 2/58, 02-776 Warszawa, e-mail: szewczyk24@gmail.com, tel. 606 201 244, www.aspress.com.pl, NIP: 951-134-91-51 **Wydawca i redaktor naczelny** Józef Szewczyk, szewczyk24@gmail.com **Prenumerata** www.aspress.com.pl/prenumerata-2020/, e-mail: szewczyk24@gmail.com, tel. 606 201 244 **Reklama** Jędrzej Chodakowski, jchodakowski1953@gmail.com **Skład i łamanie** ScanSystem.pl Ewa Szelażyńska **Druk i oprawa** Paper & Tinta, ul. Ceglana 34, 05-270 Nadma  
Zdjęcie na okładce: Adobe Stock

Redakcja nie zwraca nadesłanych materiałów, zastrzega sobie prawo formalnych zmian w treści artykułów i nie odpowiada za treść płatnych reklam.

# Nagroda Nobla z fizyki 2020.

Decyzją Królewskiej Szwedzkiej Akademii Nauk, profesorowie Roger Penrose, Reinhard Genzel i Andrea Ghez zostali ubiegłorocznymi laureatami Nagrody Nobla z fizyki. Zacytuję streszczenia uzasadnienia: „Nagroda Nobla z fizyki za rok 2020 podzielona, połowa została przyznana dla Rogera Penrose’a za odkrycie, że „powstanie czarnych dziur jest przekonującym przewidywaniem ogólnej teorii względności”, a druga połowa wspólnie dla Reinharda Genzela i Andrei Ghez za „odkrycie supermasywnego zwartej obiektu we wnętrzu naszej galaktyki”. W poniższym tekście opisuję krótko sylwetki uczonych i ich osiągnięcia naukowe.

Edward Malec

## Roger Penrose: czarne dziury jako przewidywanie OTW.

### Szkoła i studia.

Roger Penrose urodził się w 1931 roku w rodzinie o solidnych tradycjach intelektualnych, sięgających co najmniej 2 pokoleń wstecz. Jego ojciec Lionel był profesorem genetyki w UCL (University College London) a matka była lekarką. Jeden z dziadków był malarzem, a drugi profesorem fizjologii. Od dzieciństwa interesował się matematyką, ale o wyborze zawodu zdecydował przypadek. Oto jak wspomina ten kluczowy moment w wywiadzie udzielonym matematykowi O. Garcia-Prada: *W szkole średniej (University College School – EM) w Londynie byłem coraz bardziej zainteresowany matematyką, ale nie myślałem o niej jako o zawodzie. Zawsze byłem tym, który miał być lekarzem, ale pamiętam moment, gdy trzeba było zdecydować, jakie przedmioty wybieramy w dwu ostatnich latach. Każdy z nas szedł porozmawiać z dyrektorem, jeden za drugim i ten pytał, „dobrze, jakie przedmioty chcesz robić, gdy będziesz się specjalizować w przyszłym roku”. Ja powiedziałem, że chciałbym zająć się biologią, chemią i matematyką, a on powiedział: „Nie, to jest niemożliwe”, nie możesz mieć matematyki i biologii w tym samym czasie, nie ma takiej opcji. Nie chciałem stracić matematyki i powiedziałem „Matematyka, fizyka i chemia” [Garcia-Prada 1].*

Roger Penrose studiował na UCL, bowiem nie musiał tu płacić czesnego - ojciec był profesorem w UCL. Doktorat uzyskał z matematyki na Uniwersytecie w Cambridge. Brat Rogera był fizykiem, poprzez niego Penrose poznał relatywistę i astrofizyka Dennisa Sciama, który wpłynął na jego zainteresowania astrofizyką i kosmologią. Oto jak wspominał tę znajomość: *(Sciama) miał na mnie wielki wpływ. Nauczył mnie sporo fizyki i widać było entuzjazm płynący z uprawiania fizyki; był on człowiekiem, który przekazywał entuzjazm wynikający z tego, co właśnie się działo w fizyce [Garcia-Prada 1].*

W okresie pracy nad doktoratem – z matematyki, przypominam - słuchał wykładów z fizyki. *Pamiętam uczestniczenie w trzech wykładach, z których żaden nie miał nic wspólnego z badaniami, które miałem prowadzić. Jeden to był wykład Hermanna Bondiego z teorii względności, który był fascynujący. Inny to był wykład Paula Diraca*



Roger Penrose i ówczesny doktorant Uniwersytetu Jagiellońskiego, Wojciech Kulczycki, podczas konferencji Polskiego Towarzystwa Relatywistycznego w Kazimierzu Dolnym nad Wisłą, 2017. (Zdjęcie wykonał EM.)

*z mechaniki kwantowej, który był piękny w zupełnie inny sposób. [Garcia-Prada 1]*

Pracę naukową rozpoczął Penrose na przełomie lat 1950-1960. Był to interesujący okres w wielu dziedzinach fizyki, a zwłaszcza w fizyce cząstek elementarnych. W przypadku ogólnej teorii grawitacji możemy mówić o zakończeniu kilku dekad stagnacji i rozpoczęciu epoki rozwoju, pod patronatem Johna Archibalda Wheelera w USA, Hermanna Bondiego w UK i Jakowa Zeldowicza w Związku Radzieckim. Wybitną postacią tamtych czasów był Andrzej Trautman z Uniwersytetu Warszawskiego.

Pojawiły się pierwsze eksperymentalne potwierdzenia (Pound i Rebka) istnienia tak zwanego redshiftu, przewidzianego przez Einsteina efektu przesunięcia linii spektralnych światła pod wpływem grawitacji. Od lat 1950

## Dygresja: o czarnych dziurach nie tylko dla przedszkolaków.

1. Do czarnej dziury można wpaść, ale nie da się z niej wyjść. Co więcej, obiekty do niej wpadające są ściskane poprzecznie i wydłużane w kierunku radialnym.



Powyższy obrazek, który zamieszczam dzięki uprzejmości moich wnuczek Miriam i Sary Malcówien, pokazuje kota w różnych fazach spadania na czarną dziurę. Widać, że kot staje się coraz cieńszy i dłuższy, i w końcu jest tak cienki jak nitka makaronu. Ten scenariusz realizuje się trochę później, dla bardzo ciężkiej czarnej dziury niż dla lekkiej czarnej dziury, ale zawsze na końcu jest makaron.

2. Czarna dziura nie ma twardej powierzchni – można do niej włożyć rękę, ale nie da się tej ręki wyjąć z powrotem. Następny rysunek (zamieszczony dzięki uprzejmości Beaty Cichockiej-Malec) pokazuje, że – pod pewnymi warunkami, w szczególności czarna dziura musi być naprawdę ogromna – поближе horyzontu czarnej dziury nadaje się na gabinet kosmetyczny specjalizujący się w depilacji.



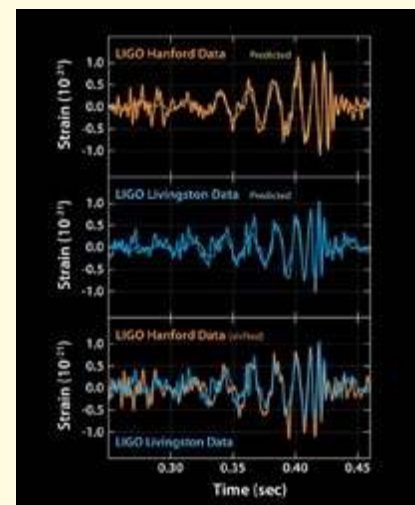
3. Słońce, które ma promień 695 000 km, zgąsłoby ściśnięte do rozmiaru kuli o promieniu 3 km. Policzył to (w zasadzie) ponad 230 lat temu angielski pastor John Michell w swoim traktacie o ciemnych gwiazdach, stosując się do praw grawitacji Newtona.

4. Podczas spadania jednej łyżeczki wody na czarną dziurę może zostać wypromieniowana ilość energii równa tej powstałej podczas spalania kilku cystern benzyny. To dzięki tej fantastycznej wydajności energetycznej możliwe jest istnienie bardzo jasných kwazarów, wielokrotnie jaśniejszych od Drogi Mlecznej. Poniżej: artystyczna wizja procesu. Źródło: Zhaoyu Lim, NASA/JPL-Caltech, Misti Mountain Observatory



5. I wreszcie efekt wykryty nieco później. Nawet dobrze zorientowani specjaliści mogą nie wiedzieć, że czarne dziury wcale nie pochłaniają wszystkich sygnałów. Tego nie ma w „Teorii pola” Landaua i Lifszica! Niektóre impulsy są odbijane w pobliżu czarnej dziury i wędrują w przestrzeń. Czasem generowane są specyficzne drgania o gasnącej amplitudzie, nazywane modami kwazynormalnymi. Teoretyczny efekt został odkryty w 1970 roku przez doktoranta Charlesa Misnera, hinduskiego fizyka C. V. Vishveshwara (1938-2017). Został on potwierdzony podczas detekcji fal grawitacyjnych.

Poniżej: sygnał GW150914, patrz strona domowa LIGO <https://ligo.org/detections/GW150914.php>. Dwie czarne dziury zbliżające się do siebie wytwarzają fale grawitacyjne o rosnącej amplitudzie. Gdy są już bardzo blisko, ich sygnał jest najsilniejszy i nieregularny, po czym czarna dziura powstała z nich drga wysyłając tak zwane mody kwazynormalne. Są one widoczne zaraz po najsilniejszym sygnale – są to drgania prawie periodyczne, ale o malejącej amplitudzie.



astronomowie odkrywali kwazary – wyjątkowe jasne i bardzo odległe źródła promieniowania elektromagnetycznego. Pojawiły się przypuszczenia, że w ich centrach mogą się znajdować obiekty opisywane rozwiązaniem Schwarzschilda. Zrozumiano też wtedy znaczenie rozwiązania Schwarzschilda równań Einsteina. Samo rozwiąza-

nie było znane od dawna, bo od 1916 roku, ale budziło ono obiekcje, z różnych powodów. Kwestionowano jego matematyczną poprawność oraz fizyczną przydatność. Już dwie dekady wcześniej pojawiły się, za sprawą między innymi Lemaitre’a, propozycje rozwiązania tej pierwszej kwestii, formalno-matematycznej, ale dopiero w początku

lat 60-tych zaakceptowano (dzięki środowiska skupionemu wokół Wheelera) koncepcje tzw. przedłużenia analitycznego rozwiązania Schwarzschilda i uznano jego pełną matematyczną legitymację.

Sama nazwa obiektu opisywanego przez rozwiązanie Schwarzschilda – czarna dziura – pojawiła się za sprawą Wheelera później, w drugiej połowie lat 1960-tych, ale już kilka lat wcześniej (a w jednym przypadku kilka lat później) poznano pewne własności czarnych dziur, o których teraz wiedzą już nawet dzieci przedszkolne. Przedstawiam je w związanej formie poniżej.

### Penrose: o realności czarnych dziur.

Już w połowie lat 60. specjaliści wiedzieli całkiem sporo o czarnych dziurach. Z drugiej jednak strony, w dalszym ciągu nie było jasne czy czarne dziury istnieją w realnym świecie. Rozwiązanie Schwarzschilda opisuje obiekt bardzo symetryczny – czy taki symetryczny obiekt może powstać w realnym procesie fizycznym? Toczyły się wtedy dyskusje w gronie specjalistów, niektórzy (np. Lifszic i Chałatnikow) sądzili, że w rzeczywistym procesie zapadania grawitacyjnego – niesymetrycznym i chaotycznym - nie może powstać obiekt opisywany rozwiązaniem Schwarzschilda. Czarne dziury mogłyby być zatem poprawnym konstruktem matematycznym, nie mającym jednak nic wspólnego z rzeczywistością fizyczną. Taki był kontekst badań, które podjął Roger Penrose w połowie lat 60.

Wracam znowu do cytowanego już wywiadu *Zacząłem zatem myśleć o tym problemie i całej kwestii, czy założenia dokładnej sferycznej symetrii można uniknąć, przy użyciu metod natury topologicznej, które zacząłem rozwijać z zupełnie innych powodów. To co ludzie zwykle robili, było po prostu rozwiązywaniem skomplikowanych równań, ale to nie jest dobre, jeśli chce się wprowadzić nieregularności, itp., ponieważ wcale nie da się rozwiązać tych równań. Patrzyłem zatem na nie z zupełnie innego punktu widzenia, to jest z punktu widzenia ogólnej topologii – czy można otrzymać sprzeczność z założeniem, że kolaps odbył się bez żadnych osobliwości? Zasadniczo, to co udowodniłem, to było twierdzenie opublikowane w 1965 roku w *Physical Review Letters*, gdzie pokazałem, że jeśli kolaps odbywa się pod pewnym warunkiem (jakościowy warunek, który nazwałem istnieniem powierzchni złapanej), to można oczekiwać pewnego typu osobliwości. Co ono istotnie pokazało, to to, że czasoprzestrzeń nie może być przedłużona, dochodzi do pewnego końca gdzieś tam* [Garcia-Prada 1].

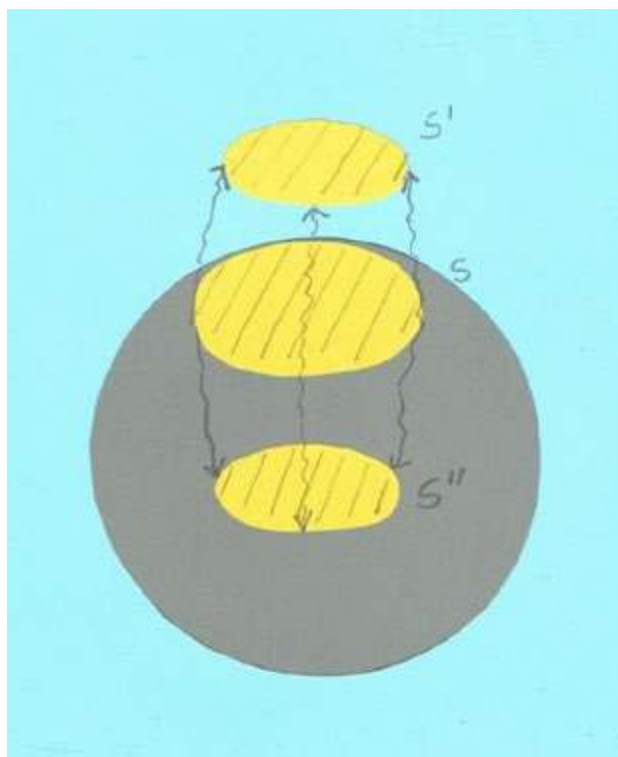
Penrose pokazał, we wspomnianym artykule z *Physical Review Letters* [Penrose 1965], pewnego rodzaju **niekompletność klasycznej ogólnej teorii względności** – nowatorskie argumenty natury topologiczno-różniczkowej wskazały na nieuniknione istnienie osobliwości w pewnych sytuacjach, co do których wiadomo było, że są stwarzane z silnymi polami grawitacyjnymi. Trzeba tu jednak dodać, że charakter osobliwości przewidywanej przez twierdzenia Penrose'a nie jest znany. Twierdzenia o osobliwościach mówią, że w pewnych sytuacjach trajektorie cząstek próbnych w czasoprzestrzeni nie są

„nieskończone”; czy to oznacza osobliwości rozwiązań w konwencjonalnym, matematycznym sensie? Osobliwości krzywizny?

Pomimo upływu ponad pięciu dekad, sprawa ciągle nie jest jasna. „Z twierdzeń o osobliwościach wynika, że jeśli konwencjonalne idee fizyki obowiązują, to musimy zaakceptować pojawienie się osobliwości czasoprzestrzennych. W rzeczy samej, twierdzenia o osobliwości milczą niemal zupełnie co do natury samych osobliwości. Twierdzenia te są po prostu twierdzeniami o istnieniu i nie mówią one nic o lokalizacji obszarów osobliwych ani tym bardziej o ich szczegółowej naturze. [Garcia-Prada 1]

Roger Penrose sformułował w 1969 roku **hipotezę cenzury kosmicznej**, zgodnie z którą te niewygodne osobliwości są schowane we wnętrzu czarnych dziur. Jeśli zaakceptować tę hipotezę, to można było interpretować jego wyniki jako wskazanie, że powstawanie czarnych dziur jest czymś typowym, w silnie zakrzywionych czasoprzestrzeniach. W ten sposób w zasadzie rozstrzygnięto wcześniejsze wątpliwości – tak, czarna dziura Schwarzschilda jest realna fizycznie.

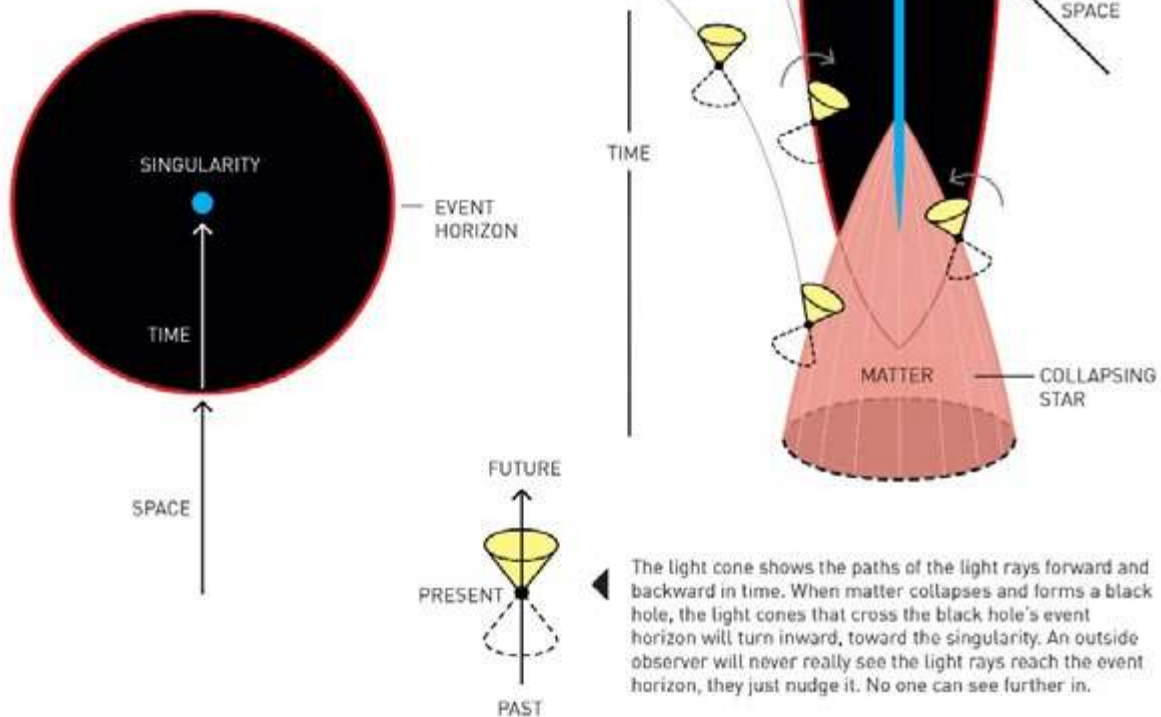
Podobnie realna jest czarna dziura Kerr – czarna dziura, która obraca się wokół własnej osi symetrii - odkryta w połowie lat 60. Niesferyczny, najbardziej ogólny proces zapadania grawitacyjnego co do zasady prowadzi do powstania czarnej dziury (Schwarzschilda lub Kerr). Używam trybu warunkowego – w zasadzie – bo to rozumowanie jest poprawne pod warunkiem, że założymy słuszność hipotezy cenzury kosmicznej.



Wiązka światła emitowana z powierzchni złapanej jest zbieżna ( $S' \leq S \leq S''$ ), zarówno wtedy, gdy wiązka zmierza do środka, jak i gdy ucieka na zewnątrz. Pokazuje to powyższy rysunek. Jest tak na całej powierzchni  $S$ . Jest to niezwykle efekt krzywizny czasoprzestrzeni. Graniczna zewnętrzna powierzchnia nazywa się horyzontem pozorum.

## Cross section of a black hole

When a massive star collapses under its own gravity, it forms a black hole that is so heavy that it captures everything that passes its event horizon. Not even light can escape. At the event horizon, time replaces space and points only forward. The flow of time carries everything towards a singularity furthest inside the black hole, where density is infinite and time ends.



©Johan Jarnestad/The Royal Swedish Academy of Sciences

Rysunek powyższy pochodzi z oficjalnej informacji umieszczonej na Twitterze przez Fundację Nobla, ale jest on wzorowany na oryginalnych odręcznych rysunkach Penrose, a które widzieli wielokrotnie słuchacze jego wykładów. Przedstawia on graficznie powstawanie czarnej dziury w wyniku zapadania się materii oraz jej przekrój.

Zauważmy, że osobliwości zamknięte we wnętrzu czarnych dziur nie mogą wpływać na procesy fizyczne na zewnątrz horyzontu zdarzeń, o ile nie prowadzą do powstawania dziwnych, egzotycznych stanów materii. W ten sposób odzyskujemy kompletność praw klasycznej fizyki wszędzie, poza wnętrzem czarnych dziur. Można zadać odpowiednio gładki stan początkowy dla równań Einsteina – materię i geometrię – zawierający czarną dziurę i uzasadnione jest oczekiwanie, że wygeneruje on przewidywalną czasoprzestrzeń dla dowolnie dużych czasów. Matematycy – Demetrios Christodoulou, Sergiu Klainermann i inni – prowadzą takie badania i uzyskują wyniki zgodne z oczekiwaniami. Podkreślam jednak, że problem matematyczny – istnienia takiej ewolucji - nie jest jeszcze w pełni rozwiązany.

Roger Penrose zaproponował w 1973 roku pewną nierówność, której przypisano później jego nazwisko, dla

przetestowania samej hipotezy cenzury kosmicznej. Nierówność wiąże ze sobą masę czasoprzestrzeni  $m$  i pole powierzchni  $S$  tak zwanego horyzontu pozornego (brzęgu obszaru wypełnionego powierzchniami złapanymi):  $m^2$ .

W przypadku czasoprzestrzeni Schwarzschilda mamy równość. Wiadomo, iż nierówność ta jest spełniona w niektórych klasach czasoprzestrzeni - niżej podpisany był wśród tych, którzy to badali. Została ona także dowiedziona w bardzo specjalnym, ale ważnym przypadku – tzw. riemannowskim, gdy horyzont pozorny pokrywa się z powierzchnią minimalną – przez matematyków Gerharda Huiskena, Toma Ilmanena i Huberta Braya. Jednak w ogólności nierówność ciągle jest wyzwaniem i czeka na dowód. Podkreślam wszakże, że spełnienie nierówności Penrose'a jest warunkiem koniecznym, ale nie wystarczającym dla słuszności hipotezy cenzury kosmicznej.

## Penrose: grawitacja, kwantowa grawitacja i twierdzenia o osobliwościach.

Nie zamierzam wnikać w tematykę kwantową; werdykt Komitetu Noblowskiego zresztą też się do niej nie odnosi. Chciałbym wszakże przedstawić, bez własnego komentarza, dwie opinie Penrose'a.

*Osobliwości nam mówią, że prawa klasycznej ogólnej teorii względności są ograniczone. Zawsze uważałem to za siłę ogólnej teorii względności. Ona mówi nam, gdzie są jej ograniczenia. Niektórzy uważają, że jest to słabość teorii, ponieważ ma te skazy, ale fakt, że ona ci mówi, gdzie masz dać inną fizykę jest mocną stroną teorii. Wierzmy, że osobliwości są obszarami, w których teoria kwantowa i ogólna teoria względności się spotykają.* [Garcia-Prada 1]

*Mój pogląd na kwantową grawitację jest całkiem inny od większości. Gdy większość ludzi wydaje się mówić, OK, powinieneś spróbować skwantować ogólną teorię względności i teorię grawitacji, i skwantuj czasoprzestrzeń; skwantować oznacza użyć reguł mechaniki kwantowej takich, jakie one są, i zastosować je do jakiejś klasycznej teorii. Ale ja wolę nie używać tego słowa. Według mnie teoria, której szukamy oznacza także zmianę podstawowej struktury mechaniki kwantowej. To nie jest kwantowanie czegoś, to wybieranie nowej teorii, która ma mechanikę kwantową jako granicę. Ma ona także inną granicę, ogólną teorię względności, ale jest to teoria o innym charakterze od obydwu teorii.* [Garcia-Prada 1]

I w końcu odpowiedź na pytanie zadane przez Oscara Garcia-Pradę: Co uważasz za najważniejsze osiągnięcie dwudziestego wieku?

*Einsteinowską teorię względności. Mógłbym powiedzieć mechanika kwantowa, ale myślę, że ta teoria nie jest jeszcze zakończona, z powodu paradoksów pomiaru.* [Garcia-Prada 2]

## Roger Penrose i polskie środowisko relatywistyczne.

Warto podkreślić jego związek z polskim środowiskiem naukowym. Utrzymuje on bliskie kontakty z warszaw-



Roger Penrose w trakcie wykładu na konferencji Polskiego Towarzystwa Fizycznego w Kazimierzu Dolnym, wrzesień 2017. (Zdjęcie wykonał profesor Volodymyr Pelykh ze Lwowa.)

skimi relatywistami i fizykami, zwłaszcza z profesorem Andrzejem Trautmanem. Roger Penrose jest honorowym członkiem Polskiego Towarzystwa Relatywistycznego. Podkreślam to z tym większą przyjemnością, że przez ostatnie 4 lata byłem przewodniczącym tego Towarzystwa. Wielokrotnie wygłaszał wykłady w Polsce, w tym także na konferencjach organizowanych przez Polskie Towarzystwo Relatywistyczne. Bywał często gościem Uniwersytetu Jagiellońskiego, wygłosił wykład na jednym z seminariów Krakowskiego Towarzystwa Fizycznego w starej siedzibie Instytutu Fizyki UJ na ulicy Reymonta w Krakowie. Mówił w środku akademickiego lata, dwudziestego piątego sierpnia 2005 roku, o „*Fashion, Faith and Fantasy in Modern Physics from Smallest to Largest Scales*” („*Moda, wiara i fantazja w nowoczesnej fizyce od najmniejszej do największej skali*”); wykładu słuchało ćwierć tysiąca słuchaczy. Wykładał parokrotnie w krakowskim Centrum Kopernika Badań Interdyscyplinarnych profesora Michała Hellera.

## Odkrycie czarnej dziury w Drodze Mlecznej.

Kilka słów o pozostałej dwójce laureatów. Obydwoje są astronomami. Reinhard Genzel urodził się w 1952 roku w Bad Homburg vor der Höhe w Niemczech. Doktorat otrzymał w 1978 na Uniwersytecie w Bonn. Jest dyrektorem Instytutu Maxa Plancka (Instytut Fizyki Pozaziemskiej) w Garching oraz profesorem w Uniwersytecie Kalifornijskim w Berkeley w Stanach Zjednoczonych Ameryki.

Andrea Ghez, urodziła się w 1965 roku w Nowym Jorku. Doktoryzowała się w 1992 roku w California Institute of Technology w Pasadenie. Jest profesorem na Uniwersytecie Kalifornijskim w Los Angeles (UCLA). Obydwoje od prawie 30 lat (Genzel od 1992 r., Ghez od 1995 r.) obserwują obiekt znany jako Sagittarius A\* (SgrA\*) we wnętrzu Drogi Mlecznej, dokonując wielu ważnych od-



Andrea Ghez i Reinhard Genzel (źródło: Wikipedia)

kryć, w tym i tego, które przyniosło im nagrodę Nobla – ustalenia, że SgrA\* to czarna dziura.

Zacznijmy od kilku ogólnych informacji o poszukiwaniu czarnych dziur. W latach 50. zostały odkryte pierwsze radiowe kwazary. Nazwa quasars jest skrótem od quasi-stellar radio sources – gwiazdopodobne źródła radiowe – są to obiekty odbierane przez astronomów jako punktowe, jak odległe gwiazdy. Ale promieniowanie przez nie wysyłane jest inne niż znanych nam gwiazd, stąd nazwa *gwiazdopodobne*.

Kwazary znajdują się w jądrach galaktyk; są one bardzo odległymi i potężnymi źródłami promieniowania elektromagnetycznego – nie tylko radiowego, ale także optycznego i rentgenowskiego. Najjaśniejsze z nich świecą tysiące razy jaśniej od Drogi Mlecznej. W początkach lat 60. pojawiły się hipotezy, że kwazary są gigantycznymi czarnymi dziurami, na które spada otaczający je gaz. Część energii kinetycznej gazów jest zamieniana na promieniowanie; duże prędkości i wielkie masy spadającej materii mają tłumaczyć jasność kwazarów. Także w połowie lat 60. odkryto układ znany jako Cyg-X1, interpretowany jako układ podwójny – czarna dziura w parze z gwiazdą znaną jako tzw. niebieski olbrzym – też świecą, w wyniku mechanizmów akrecyjnych i procesów spalania jądrowego w niebieskim olbrzymie.

Zauważmy tutaj, że opis układów akrecyjnych – centrum grawitacyjnego w otoczeniu spadającej materii – jest skomplikowany. Tzw. model cienkiego dysku, w ramach hydrodynamiki newtonowskiej został skonstruowany w przypadku lekkich (fizycy mówią: testowych) gazów przez sowieckich astrofizyków (Shakura i Sunyaev) w latach 70. Opis produkcji promieniowania ma tam jednak charakter fenomenologiczny. Nie istnieją zadowalające modele akrecyjne uwzględniające ogólną teorię względności, zwłaszcza w realistycznym przypadku, gdy trzeba uwzględnić grawitację wytwarzaną przez niesferyczną spadającą materię.

Zasadniczym celem astronomów jest wyznaczenie masy zwartego jądra układu akrecyjnego – jeśli ta masa jest odpowiednio duża, to utożsamia się ten zwarty obiekt



The Centre of the Milky Way  
(VLT YEPUN + NACO)  
ESO PR photo 24/02 (9 October 2002) © European Southern Observatory

Centrum Drogi Mlecznej o liniowym rozmiarze rzędu 1 roku świetlnego, to jest około  $10^{13}$  km.

z czarną dziurą. Masa jest zwykle wyznaczana z analizy spektralnej promieniowania emitowanego przez gaz i gwiazdy w otoczeniu domniemanej czarnej dziury. Ruch gazu i gwiazd wywołuje dopplerowskie poszerzenie linii spektralnych promieniowania, skąd można z kolei szacować prędkości źródeł  $v$  i promień  $R$  ich domniemanych orbit. Masa centralna (domniemanej czarnej dziury)  $m$  jest wtedy rzędu  $Rv^2/G$ , gdzie  $G$  jest stałą grawitacji.

Sądzi się, że masy najcięższych gwiazd neutronowych nie przekraczają kilku (trzech do pięciu) mas Słońca. Ciemny, zwarty i nieświecący obiekt o masie ponad 5 mas Słońca jest interpretowany jako czarna dziura. Brak dobrych modeli relatywistycznej akrecji zmniejsza jednak wiarygodność konkluzji dotyczących mas, o ile nie udaje się zrekonstruować orbit obiektów satelitarnych krążących



Zespół teleskopów VLT, 2635 metrów nad poziomem morza w Obserwatorium Paranal ESO, Pustynia Atacama w Chile. <https://www.eso.org/public/teles-instr/paranal-observatory/>



Teleskopy Keck I i II na górze Mauna Kea (4145 m n.p.m.) na Hawajach. Patrz więcej w <https://www.space.com/26385-keck-observatory.html>.

wokół domniemanej czarnej dziury. Jak zobaczymy niżej, Genzel i Ghez mieli szczęście trafić na satelitarne gwiazdy, których orbity dało się wyznaczyć.

Centrum Drogi Mlecznej jest trudne do obserwacji, ze względu na obecność w nim pyłu, gazu i wielu źródeł promieniowania. Już wczesne obserwacje w zakresie radiowym i podczerwonym pokazały istnienie silnego rejonu promieniowania o promieniu mniejszym od 1 pc [Balick]. W latach 80. pojawiły się doniesienia obserwacyjne wskazujące na istnienie dużego obiektu (miliony mas Słońca) w tym centralnym obszarze o rozmiarze 1 pc, ale nie były one uważane za mocne.

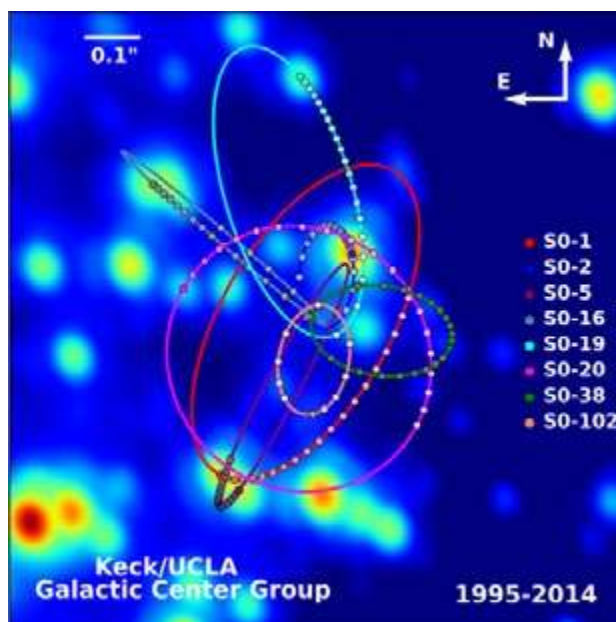
Reinhard Genzel podjął ze współpracownikami badania SgrA\* w 1992 roku, w zakresie podczerwieni i fal o długościach nie przekraczających 1 mm. W pierwszym okresie używał tradycyjnych metod – obserwacji ruchów własnych materii (gazu i 39 gwiazd) w centrum Drogi Mlecznej. W 1996 roku opublikowane zostały pierwsze wyniki z konkluzją, że najbardziej prawdopodobnym wyjaśnieniem jest istnienie czarnej dziury o masie około 2.5 milionów mas Słońca [Genzel 1996].

Wyniki te zostały potwierdzone i doprecyzowane przez zespół kierowany przez Andreę Ghez w artykule opublikowanym dwa lata później [Ghez 1998]. Trzeba podkreślić, że Genzel używał najpierw teleskopów kosmicznych a później zespołu czterech 8-metrowych teleskopów naziemnych VLT, gdy Ghez wykorzystywała teleskop Kecka na Hawajach, z wykorzystaniem nowatorskich metod optyki adaptacyjnej w celu eliminacji wpływu turbulencji atmosfery na obraz. Obydwójce wykorzystywali, w pierwszym etapie pracy, metody znane wcześniej i obarczone dużymi niepewnościami.

Przełomowe okazały się lata następne, gdy okazało się, że można śledzić ruch indywidualnych gwiazd wokół domniemanej czarnej dziury. Jedną z tych gwiazd, S2 (oznaczana jako S02 przez Ghez i jej zespół) ma stosunkowo krótki okres obiegu, nie przekraczający 16 lat.

Udało się wyznaczyć parametry tej orbity (patrz ilustracje poniżej), co z kolei pozwoliło na wyznaczenie masy centralnej czarnej dziury.

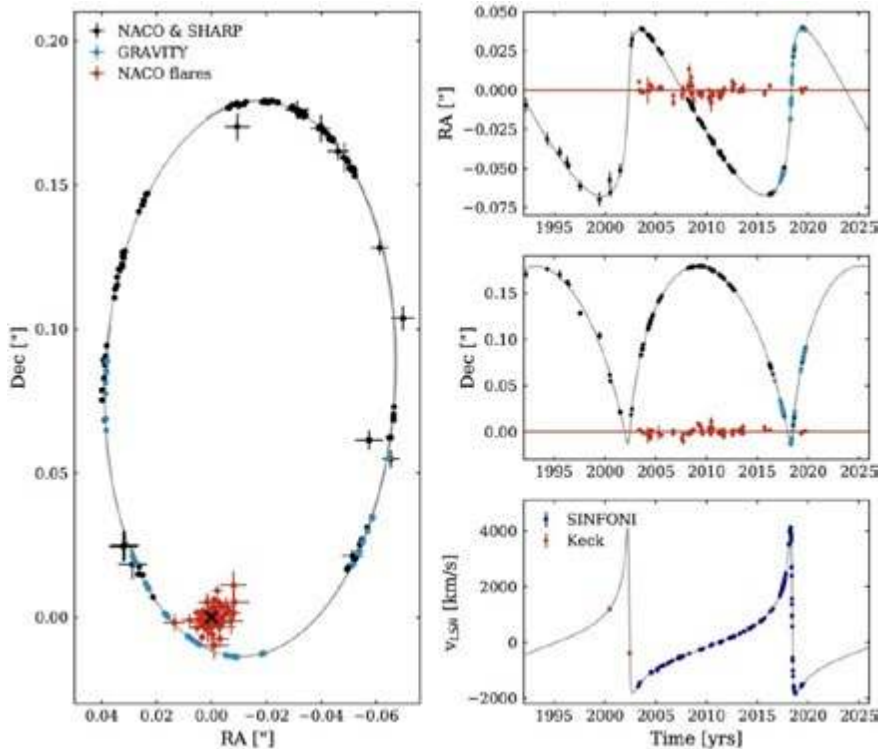
Poczyńmy tutaj małą dygresję. Wiadomo, jak zważyć Słońce – wystarczyć znać parametry orbity Ziemi i jej



Orbity gwiazd S2 (S0-2), S0-102 i kilku innych wokół Sgr A\* w kącie brylowym o rozwarości 1 sekundy łuku. Gwiazda S0-2 ma okres orbitalny 15.56 lat, natomiast gwiazda S0-102 ma okres orbitalny 11.5 lat. Gwiazda S0-2 zbliża się do czarnej dziury na odległość 17 godzin świetlnych, tj. nieco ponad 120 razy dalej niż wynosi odległość Ziemi od Słońca. Na podstawie danych obserwacyjnych grupy Andrei Ghez, (ze strony domowej A. Ghez: <http://www.astro.ucla.edu/~ghezgroup/gc/blackhole.html>)

(roczny) okres obiegu  $T$  wokół Słońca, by wyznaczyć jego masę. Nawet przybliżony wzór  $M_S = (2\pi/T)^2 R^3 / G$ , gdzie  $R=1\text{AU}$  jest uśrednionym promieniem orbity Ziemi (w przybliżeniu 150 mln km) zaś  $G$  jest stałą grawitacji, daje wynik  $2 \times 10^{30}$  kg – wynik bliski rzeczywistości. Orbita Ziemi jest prawie kołowa i to tłumaczy poprawność naszego przybliżonego rachunku, tymczasem orbita S2 jest bardzo eliptyczna; rachunek jest nieco bardziej złożony, ale idea jest taka sama.

Masę Sagittariusu A\* ocenia się na nieco ponad cztery mln mas Słońca, to jest trochę więcej niż  $8 \times 10^{36}$  kg. Odkryto też inne gwiazdne satelity Sagittariusu A\*, o dłuższych okresach obiegu. Tworzą one układ satelitarny; najmniejsze odległości niektórych spośród tych gwiazd są rzędu rozmiaru orbity Plutona.



Podsumowanie wyników obserwacyjnych monitorowania S2-Sgr A\* od roku 1992 do końca 2019. Rysunek po lewej stronie: znak X oznacza lokalizację czarnej dziury. Punkty w kolorze czarnym i niebieskim odpowiadają wynikom obserwacji różnych programów obserwacyjnych. Linia ciągła daje orbitę najlepiej dopasowaną do danych obserwacyjnych. Trajektoria ta nie domyka się, ze względu na efekty ogólnorelatywistyczne (precesję orbity). Według referencji [Genzel 2020].

## Podsumowanie.

Uważny Czytelnik/Czytelniczka zauważył już zapewne, że przypisanie Rogerowi Penrosowi przez Komitet Noblowski odkrycia, iż powstawanie czarnych dziur jest solidnym przewidywaniem ogólnej teorii względności, jest pewnym uproszczeniem. Przedstawił on natomiast scenariusz badań naukowych, którego wykonanie doprowadziło do takiej konstatacji. Szerzej rzecz ujmując: nakreślił on ramy rozwoju klasycznej i matematycznej teorii grawitacji w ostatnich kilkudziesięciu latach, był liderem, wizjonerem, który wyznaczał cele i kierunki badawcze. Sformułował, wraz z Tedem Newmanem, nowy opis równań Einsteina. Stworzył teorię twistorów. Badał fale grawitacyjne, w tym tzw. fale płaskie i ich zderzenia. Jego wyniki były na tyle znaczące, że mógłby on całkiem zasłużyć otrzymać nagrodę Nobla kilka lat temu, po odkryciu fal grawitacyjnych.

Jego zainteresowania naukowe są zresztą szersze. Jest on myślicielem, uważnym komentatorem naukowym.

Napisał książkę „Fashion, Faith, and Fantasy in the New Physics of the Universe”, Princeton, NJ: Princeton University Press, 2016 – istnieje tłumaczenie polskie *Moda, wiara i fantazja w nowej fizyce Wszechświata*, Copernicus Center Press, 2018) – komentarz o stanie współczesnej fizyki teoretycznej. Duże zainteresowanie szeroko pojętego środowiska naukowego wywołują jego inne książki, zwłaszcza *The Emperors New Mind*.

Pozostała dwójka laureatów, Reinhard Genzel i Andrea Ghez to astronomowie, którzy umiejętnie wykorzystali możliwości stwarzane przez rozwój technologii, które pozwoliły na dokładne obserwacje centrum Drogi Mlecznej, które były wcześniej niedostępne. Ich badania pozwoliły na zważenie czarnej dziury w środku Drogi Mlecznej w sposób analogiczny do tego, w jaki waży się Słońce. W przypadku Słońca trzeba znać orbitę planety, w przypadku SgrA\* trzeba znać trajektorię gwiazdy lub gwiazd; Genzel i Ghez ją wyznaczyli.

### LITERATURA.

- [Garcia-Prada 1] Oscar Garcia-Prada, Interview with Sir Roger Penrose part 1, *European Mathematical Society Newsletter* **38** (2000).
- [Garcia-Prada 2] Oscar Garcia-Prada, Interview with Sir Roger Penrose part 2, *European Mathematical Society Newsletter* **39** (2001).
- [Penrose 1965] Roger Penrose, Gravitational Collapse and Space-Time Singularities”. *Physical Review Letters*. **14**, 57(1965).
- [Balick] B. Balick and R. L. Brown, Intense subarcsecond structure in the Galactic center, *The Astrophys. J.* **194**, 265(1974).
- [Genzel] A. Eckart and Reinhard Genzel, R. Observations of stellar proper motions near the Galactic Centre, *Nature* **383**, 415(1996).
- [Genzel 1996] A. Eckart and Reinhard Genzel, Observations of stellar proper motions near the Galactic Centre, *Nature*, **383**, 6599(1996).
- [Ghez 1998] Andrea M. Ghez, B. L. Klein, M. Morris and E. E. Becklin, High Proper Motion Stars in the Vicinity of Sgr A\*: Evidence for a Supermassive Black Hole at the Center of Our Galaxy, *Astrophys. J.* **509**, 678(1998).
- [Genzel 2020] GRAVITY Collaboration: GRAVITY Collaboration: R. Abuter et al. Detection of the Schwarzschild precession in the orbit of the star S2 near the Galactic centre massive black hole, *A&A* **636**, L5 (2020).

## Co w fizyce piszczy

### Misja PLATO poszuka „bliźniaków” Ziemi

Na 2026 rok planowany jest start misji PLATO, w ramach której Europejska Agencja Kosmiczna będzie poszukiwała planet podobnych do Ziemi. Polscy inżynierowie z firmy SENER zaprojektują, wykonają i przetestują urządzenia wspomagające integrację satelity tej misji. Głównym celem misji PLATO (PLANetary Transits and Oscillations of stars) jest zbadanie pozasłonecznych układów planetarnych, szczególnie planet skalistych krążących wokół gwiazd podobnych do Słońca. Wśród wykrytych obiektów ESA oczekuje odnaleźć planety podobne do Ziemi. Punktem badawczym misji PLATO będzie wirtualny punkt „L2” w kosmosie (w odległości 1,5 miliona km od Ziemi).



# Zagadnienia lotów z prędkościami ponaddźwiękowymi

Gdy 14 października 1947 roku pilot Charles Yeager lecąc na samolocie doświadczalnym X-1 osiągnął prędkość odpowiadającą 1,06 liczby Macha, stało się oczywiste, że przed lotnictwem otwarty został nowy, mało wówczas znany obszar prędkości naddźwiękowych.

Andrzej Wasiak

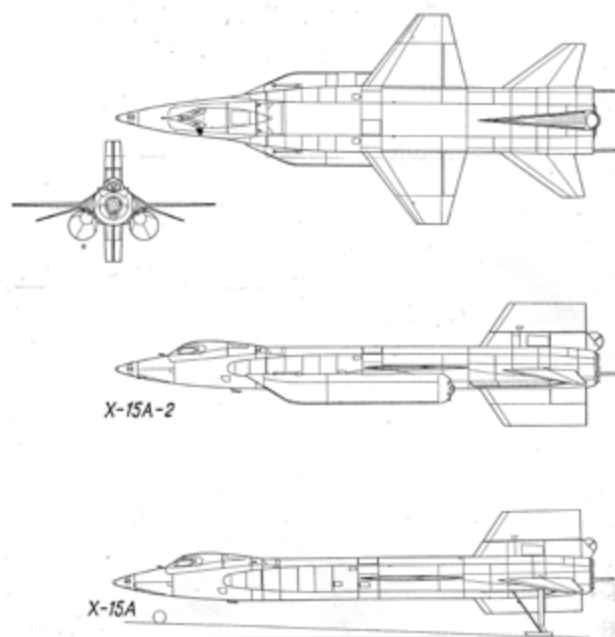
Dzisiaj dzięki skonstruowaniu silników o wielkich ciągach, ustaleniu właściwych kształtów samolotów (zwłaszcza ich skrzydeł), zastosowaniu automatycznych systemów sterowania oraz opracowaniu technologii nowych materiałów prędkość samolotów seryjnych przekroczyła prędkość 3000 km/h. Dziś lotnictwo stanęło na progu nowego obszaru prędkości – prędkości hiperdźwiękowych odpowiadających  $Ma=6-15$ . Przygotowania do zdobycia tego obszaru prędkości już trwają.

Truizmem byłoby twierdzenie, że o dotychczasowych kierunkach rozwoju lotnictwa i obecny poziom techniki lotniczej decydowało głównie militarne zastosowanie statków latających, a zwłaszcza samolotu. Nie jest więc rzeczą przypadku, że na blisko 100 oblatanych wersji samolotów naddźwiękowych znalazły się tylko cztery, które można uznać sensu stricto cywilne.

Osobną grupą samolotów ponaddźwiękowych stanowią samoloty doświadczalne. Na podstawie doświadczeń przeprowadzonych przy ich użyciu buduje się często samoloty użytkowe. Dla przykładu można podać radziecki E-166, który posłużył do budowy samolotu myśliwskiego MiG-21.

Najsłynniejszym chyba samolotem doświadczalnym był amerykański samolot X-15. Osiągał on rekordowe wartości prędkości i wysokości lotu.

I tak dla przykładu w dniu 9.11.1961 r. samolot X-15 osiągnął prędkość 6548 km/h, co odpowiada liczbie Macha 6,72, zaś w dniu 22.08.1963 r. osiągnął wysokość 107 960 m. Samolot ten był rozpędzany silnikiem



Rys. 1. Samolot doświadczalny X-15

rakietowym na paliwo ciekłe. Nie startował on z ziemi, lecz był wynoszony przez bombowiec B-52 na wysokość 12 000 m, a następnie po odłączeniu od samolotu-nosiiciela rozpoczynał samodzielny lot. Po wyczerpaniu się paliwa X-15 lądował lotem ślizgowym. Ze względu na silne nagrzewanie się aerodynamiczne samolotu przy tak dużych prędkościach zastosowano chłodzenie ciekłym azotem.

### Bariera dźwięku

Opór samolotu w zakresie poddźwiękowych prędkości lotu ( $Ma=0,7-0,8$ ) zależy w przybliżeniu od kwadratu prędkości. Natomiast gdy prędkość samolotu zbliża się do prędkości dźwięku, opór zależy już nie od kwadratu, lecz od prędkości w wyższej potęgze, na przykład w trzeciej lub nawet w piątej. Ze względów praktycznych w aerodynamice przyjęto jednak umownie, że w całym zakresie prędkości opór samolotu zależy od kwadratu prędkości, natomiast w rzeczywistym wzroście prędkości w obszarze przydźwiękowym ( $Ma=0,8-1,4$ ) i naddźwiękowym uwzględnia się odpowiednią zmianę bezwymiarowego współczynnika oporu  $C_x$  w funkcji liczby Macha.

Na opór samolotu w locie z prędkościami poddźwiękowymi składają się opory tarcia i kształtu oraz opór indukowany i interferencyjny. Pierwszy powstaje w wyniku bezpośredniego kontaktu przepływającego strumienia powietrza z opływającą powierzchnią samolotu (z tego względu nazywany jest oporem powierzchniowym) i wywołany jest przyhamowaniem cząstek powietrza w warstwie przyściennej. Opór kształtu zależy od charakteru opływu zespołów płatowca i znacznie wzrasta po wystąpieniu zjawiska oderwania strumienia od powierzchni, zwłaszcza od na dużych kątach natarcia.

Sumy oporu tarcia i kształtu nazywa się oporem profilowym, ponieważ jest on wielkością charakterystyczną dla każdego rodzaju profilu lotniczego i określany jest za pomocą współczynnika  $C_{xp}$ .

Powstanie oporu indukowanego ( $C_{xi}$ ) spowodowane jest zawirowaniami strumienia występującymi na końcach skrzydeł jako następstwo tendencji do wyrównywania się ciśnień na górnych i dolnych powierzchniach skrzydeł. Natomiast przyczyną pojawienia się oporu interferencyjnego jest wzajemne zakłócanie jednego zespołu płatowca przez drugi (np. kadłuba i skrzydeł).

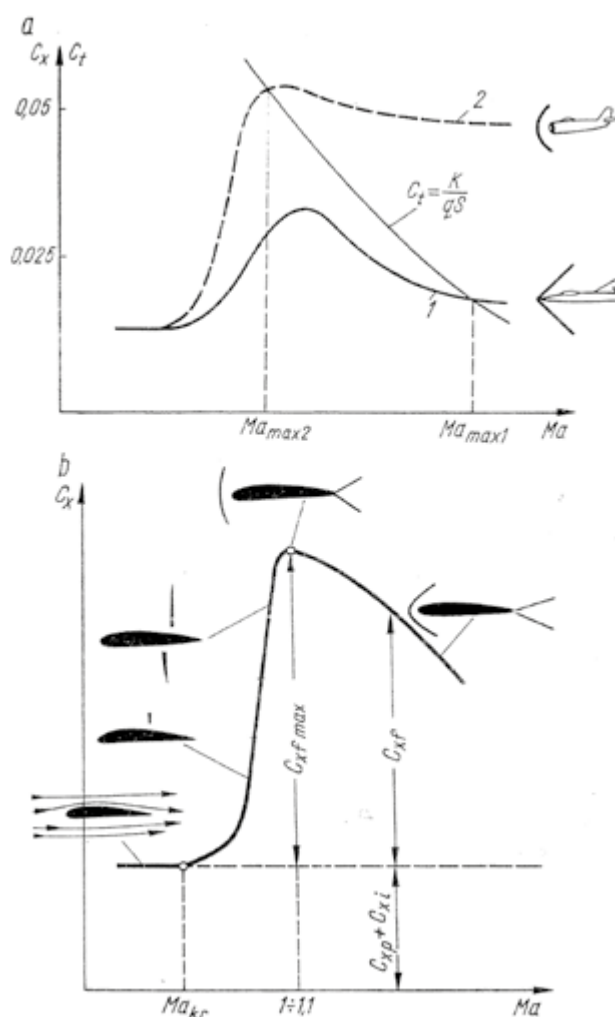


X-15 – amerykański samolot doświadczalny. [https://pl.wikipedia.org/wiki/North\\_American\\_X-15](https://pl.wikipedia.org/wiki/North_American_X-15)

Opór tarcia stanowi ok. 70% całkowitego oporu samolotu poddźwiękowego, dlatego pracom mającym na celu jego zmniejszenie poświęca się zawsze dużo uwagi. Sytuacja ta jednak zmienia się zasadniczo dla prędkości powyżej krytycznej liczby Macha ( $Ma_{kr}$ ), tzn., jeżeli w jakimkolwiek miejscu samolotu prędkość lokalna osiągnie lokalną prędkość dźwięku. W zakresie tych prędkości, zwanych nadkrytycznymi ma miejsce gwałtowny wzrost oporu aerodynamicznego, którego głównym składnikiem staje się nowy rodzaj oporu zwany oporem falowym ( $C_{xf}$ ).

Mechanizm powstawania oporu falowego jest następujący. W czasie opływu profilu lotniczego o wypukłych powierzchniach następuje miejscowe zwężenie się strumienia zewnętrznego do płaszczyzny maksymalnej grubości, a następnie jego rozszerzenie. Przy małych liczbach  $Ma$  napływającego strumienia, w strudze zwężającej się prędkość wzrasta, a ciśnienie maleje. Maksymalną prędkość strumień osiąga w przekroju o najmniejszej powierzchni, gdzie ciśnienie jest minimalne.

W miarę rozszerzania się strumienia prędkość maleje a ciśnienie wzrasta. Wreszcie, gdy prędkość ogólna przepływu (prędkość samolotu) jest dostatecznie duża, lokalna



Rys. 2. Zależność współczynnika oporu  $C_x$ : a – w funkcji liczby Macha (wariant opracowany zgodnie z wymaganiami lotu nadźwiękowego 1 i poddźwiękowego 2) oraz wpływu  $C_x$  na prędkość maksymalną przy danym zespole napędowym; b – od rodzaju fali uderzeniowej

prędkość na profilu w miejscu maksymalnego podciśnienia osiąga wartość lokalnej prędkości dźwięku. Następuje to przy prędkości odpowiadającej  $Ma_{kr}$ . Tymczasem za profilem panuje ciśnienie wyższe, równe ciśnieniu otoczenia, a strumień ma prędkość poddźwiękową, równą prędkości przepływu.

Płynne przyhamowanie strumienia naddźwiękowego jest niemożliwe, dlatego zmiana wartości prędkości i ciśnienia odbywa się gwałtownie. W pewnym punkcie na profilu tworzy się powierzchnia prostopadła do obrysu, na której następuje gwałtowne zahamowanie i sprężanie poruszającego się powietrza. Powierzchnia ta stanowi czoło płaskiej fali zagęszczenia powietrza i nosi nazwę fali uderzeniowej. Na fali uderzeniowej ciśnienie gwałtownie wzrasta, a prędkość maleje do prędkości poddźwiękowej. Ponieważ za falą strumień jest już poddźwiękowy, to rozszerzeniu strumienia towarzyszy dalsze zmniejszanie prędkości i wzrost ciśnienia.

W ten sposób obecność obszaru naddźwiękowego prowadzi do tego, że w tej części profilu ciśnienie jest mniejsze aniżeli ciśnienie na częściach nieobjętych przepływem naddźwiękowym, tym większa jest siła „ciągnąca” profil do tyłu, a więc większy jest jego opór.

Wzrostem oporu ciśnienia wyjaśnia się powstawanie oporu falowego. Wkrótce po powstaniu fali uderzeniowej na górnej powierzchni profilu powstaje także fala na powierzchni dolnej, powiększając i tak duży opór. Opór samolotu wzrasta dodatkowo z jednego powodu. Za falą, wskutek gwałtownej zmiany prędkości i ciśnienia, następuje zgrubienie i oddzielenie się warstwy przysięennej, a wynikiem z tego zawirowania powiększają opór kształtu. Tak wysoki wzrost oporu aerodynamicznego, stanowiącego pewnego rodzaju „ścianę” zagęszczonego powietrza nazwano już w roku 1936 „barierą dźwięku”.

Opór falowy silnie zależy od kształtu profilu skrzydła. Najmniejszy opór dają skrzydła o ostrej krawędzi natarcia.

### Grom dźwiękowy

W pierwszym okresie eksploatacji samolotów naddźwiękowych dużym zainteresowaniem cieszył się problem tzw. gromu dźwiękowego, zjawiska niezwykle w dotychczasowym rozwoju lotnictwa. Zrozumienie sensu fizycznego, znaczna częstość występowania, a następnie wprowadzenie ograniczeń lotów samolotów wojskowych nad dużymi skupiskami ludności, sprawiły, że w późniejszym czasie zjawisko to stało się powszechne, niemal niezauważalne. Dopiero w latach siedemdziesiątych nabrał ono dużego znaczenia w związku z walką z hałasem i ochroną środowiska naturalnego człowieka, po wprowadzeniu naddźwiękowych samolotów pasażerskich.

Wprawdzie grom dźwiękowy jest krótkotrwały, ale w pewnych przypadkach może przedłużać się, a jego docukliwość polega na dużej intensywności i niespodziewanym nadejściu. Zjawisko jest ludzko podobne do wystrzału armatniego. Jest rzeczą znaną, że oddziałuje ono szkodliwie na organy słuchu i przy odpowiedniej intensywności może powodować jego trwałe uszkodzenie.

Przeciwnicy komunikacji naddźwiękowej argumentują dodatkowo, że grom powoduje zmianę częstości bicia

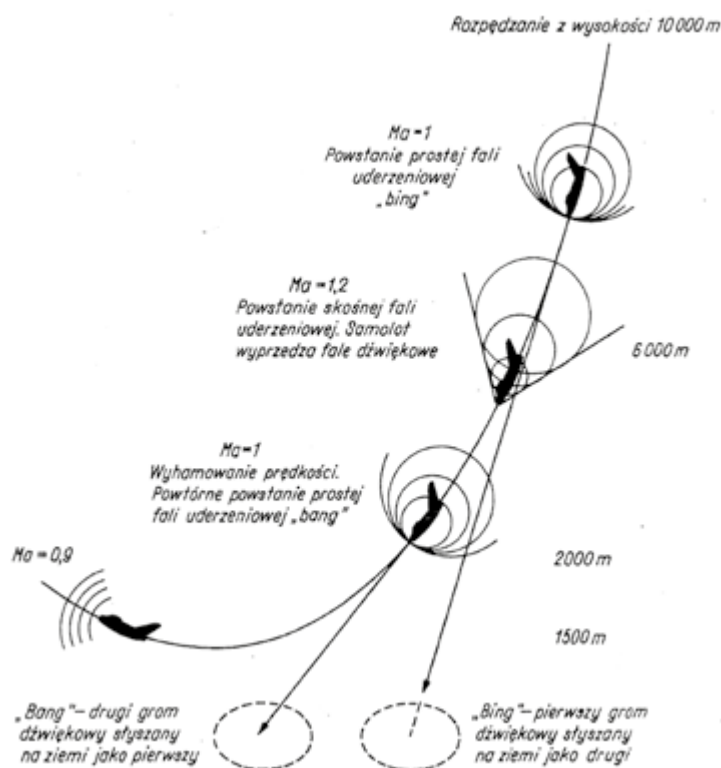
serca, wpływa na samopoczucie kierowców samochodów, zakłócenie równowagi człowieka itp. Intensywne gromy mogą powodować panikę stad zwierząt, co może doprowadzić do ich wzajemnego trawienia, pękanie i odpadanie tynków z domów, a nawet pękanie ścian i stropów.

Wśród tych argumentów nie brak stwierdzenia o możliwości zachwiania równowagi biologicznej środowiska, zanieczyszczenia atmosfery itp. Niemniej jednak konieczne jest przeprowadzenie szczegółowych badań nad szkodliwą intensywnością gromu w celu określenia wymagań technicznych do dopuszczalnej głośności samolotów ponaddźwiękowych, a zwłaszcza dla ustalenia dolnej granicy wysokości lotów tych samolotów nad obszarami zamieszkałymi.

### Na czym polega zjawisko gromu dźwiękowego?

Stwierdzono, że w czasie lotu samolotu z prędkością dźwięku powstaje przed nim płaska fala uderzeniowa (fala zęszczonego powietrza), w której prędkość strumienia powietrza gwałtownie maleje, a ciśnienie rośnie (a zatem gęstość i temperatura rośnie). Następuje więc nagromadzenie dużej ilości energii, której rozładowanie w otaczającym samolot środowisku wywołuje intensywne drganie cząstek powietrza. Objawia się ono dźwiękiem podobnym do wystrzału armatniego.

W okresie, kiedy po raz pierwszy przekroczono prędkość dźwięku grom dochodził do obserwatora na ziemi dwukrotnie. Zjawisko to występowało w locie nurkowym, gdyż początkowo prędkość dźwięku uzyskiwano w czasie rozpędzania ze stratą wysokości. Pierwszy grom następował w momencie osiągnięcia przez samolot prędkości



Rys. 3. Powstanie gromów dźwiękowych „bing” i „bang”



Su-57 – rosyjski samolot myśliwski piątej generacji. <https://pl.wikipedia.org/wiki/Su-57>

dźwięku i otrzymywał nazwę „bing”, a drugi podczas przechodzenia z prędkości naddźwiękowej do prędkości poddźwiękowej i nazywano go „bang”.

Czas dzielący oba gromy zależał od prędkości samolotu. Jak widać z rys. 3, przy rozpędzaniu samolotu z dostatecznie małej wysokości oba gromy mogły nakładać się na siebie.

Fala dźwiękowa porusza się w kierunku prostopadłym do płaszczyzny własnej, dlatego intensywność gromów w rozpatrywanym przypadku jest tym większa im bardziej pionowe jest nurkowanie samolotu i mniejsza jest odległość samolotu od obserwatora.

W locie z prędkością naddźwiękową na poszczególnych elementach płatowca powstaje złożony układ fal uderzeniowych i obszarów o obniżonym ciśnieniu. Najbardziej zwarte fale wytwarza przód samolotu, który pierwszy w locie napotyka cząstki powietrza strumienia niezaburzonego, oraz części tylne, gdzie praktycznie zakończony zostaje unoszone przez samolot zaburzeń w otaczający ośrodek. Te dwie fale nazywa się odpowiednio główną i końcową.

Fale pośrednie albo doganiają falę główną, albo w wyniku mniejszej prędkości doganianie są przez falę końcową. W ten sposób już w małej odległości od samolotu złożony układ fal przekształca się w układ dwufalowy. Za falą główną ciśnienie powietrza gwałtownie rośnie powyżej ciśnienia atmosferycznego o wartość  $\Delta p$ , a następnie płynnie maleje poniżej ciśnienia atmosferycznego o tą samą wartość. W fali tylnej następuje skokowy wzrost ciśnienia do wartości ciśnienia atmosferycznego.

Przedstawiony płaski model powstawania układu fal uderzeniowych (nazywa się falami N w analogii do rozkładu ciśnienia) w płaszczyźnie pionowej w rzeczywistości jest układem przestrzennym, który można sprowadzić do dwóch stożków Macha. Z tego względu w przypad-

ku lotu poziomego ze stałą prędkością ponaddźwiękową grom dźwiękowy jest słyszany jednocześnie w różnych punktach na powierzchni Ziemi (ten rodzaj gromu jest nazywany naddźwiękowym), zależnie od długości samolotu i wysokości lotu czasu dzielący przejście obu fal nad obserwatorem może być tak mały, że rozładowania zleją się w jeden odgłos. Punkty te położone są na linii przedstawiającej hiperbolę utworzoną przez przecięcie powierzchni Ziemi przez stożek Macha. Ponieważ samolot porusza się z określoną prędkością, w ślad za nim podążają fale uderzeniowe, które słychać w terenie o określonej szerokości. Praktycznie rzecz biorąc oznacza to, że grom towarzyszy samolotom na całej trasie, począwszy od chwili osiągnięcia prędkości dźwięku i rozpędzania do prędkości maksymalnej, aż do chwili wyhamowania samolotu do prędkości poddźwiękowej.

Gabaryty strefy słyszalności gromu (szerokość korytarza, nad którym przelatuje samolot z prędkością naddźwiękową) oraz jego intensywność zależą od wielu parametrów. Ze wzrostem masy samolotu i jego prędkości oraz zmniejszenia wysokości lotu intensywność gromu rośnie, a szerokość strefy słyszalności maleje. Ponieważ nie opracowano aktywnych środków zmniejszających intensywność gromu, obecnie możliwe jest stosowanie metody biernej. Z powyższego widać, że dla danego typu samolotu dopuszczalny poziom zmian ciśnienia można osiągnąć przez ustalenie minimalnej niezbędnej wysokości lotu nad terenami zamieszkałymi.

Z badań samolotu „Concorde” wynika, że w locie na wysokości 18 000 m z prędkością  $Ma=2,2$ , kąt rozwarcia stożka Macha wynosi ok.  $30^\circ$ , nadciśnienie  $\Delta p = 10 \text{ daN/m}^2$ , a strefa słyszalności gromu obejmuje obszar o szerokości do 100 km. Ustalono również, że w odległości 200 km od lotniska wylotowego samolot powinien odbywać lot nad obszarem mało zamieszkałym.

## Bariera cieplna

Prace przeprowadzone na przełomie lat czterdziestych i pięćdziesiątych ubiegłego wieku umożliwiły opracowanie wielu rozwiązań aerodynamicznych i technologicznych ułatwiających bezpieczne przekraczanie prędkości dźwięku, nawet przez samoloty seryjne. Wydawało się wówczas, że przezwyciężenie bariery dźwięku stworzy nieograniczone możliwości dalszego zwiększania prędkości lotu.

Mnogość zastosowanych rozwiązań sprawiła, że wprawdzie opanowano w zadowalającym stopniu problemy lotów z dużymi prędkościami, napotkano jednak nowe trudności, o wiele bardziej skomplikowane aniżeli bariera dźwięku. Związane są one ze zjawiskiem nagrzewania konstrukcji statku latającego w locie z dużymi prędkościami w gęstych warstwach atmosfery. Problemy związane z nową przeszkodą nazwane „barierą cieplną”.

W odróżnieniu od bariery dźwięku, nową barierę charakteryzuje stała, określona prędkość, zależy ona bowiem zarówno od parametrów lotu (prędkość, wysokość) jak i konstrukcja płatowca (rodzaj zastosowanych materiałów i rozwiązań konstrukcyjnych) oraz wyposażenia samolotu (instalacje chłodnicze i oziębiania, wyposażenie odporne na wysokie temperatury itp.).

Zasadnicze znaczenie bariery cieplnej w budowie samolotów naddźwiękowych związane jest z nagrzewaniem aerodynamicznym. Powierzchnia opływana przez strumień powietrza nagrzewa się w locie z dowolną prędkością. Jednak przy małych prędkościach nagrzewanie jest nieznaczne (np. przy prędkości 700 km/h przyrost temperatury powierzchni płatowca wynosi zaledwie 20 K). Warto przypomnieć, że prędkość ta odpowiada maksymalnej prędkości uzyskiwanej przez samoloty o napędzie tłokowym. W tabeli 1. pokazano zależność temperatury pokrycia samolotu od liczby Macha.

Dane zawarte w tabeli 1. Dotyczą lotu na wysokości poziomu morza. Oczywiście przy większej wysokości lotu przyrosty temperatury są niższe.

W tabeli 2. zawarto dane dla wysokości lotu 11–25 km.

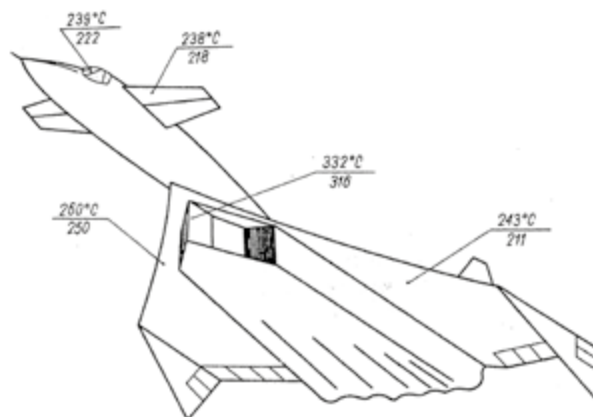
Dodatkowym czynnikiem obniżającym temperaturę pokrycia samolotu przy locie na wysokości powyżej 10 000 m jest na tej wysokości temperatura, która wynosi minus 55 – minus 50°C. Przyrost temperatury przy prędkości 2,5 Ma ogranicza prędkość samolotów wykonanych ze stopów aluminiowych, gdyż powyżej 300°C szybko maleje ich wytrzymałość.

Tabela 1.

Liczba Macha	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	5,0	10,0
Przyrost temperatury W stopniach Kelvina	58	130	231	360	519	1441	5763

Tabela 2.

Liczba Macha	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	5,0	10,0
Przyrost temperatury W stopniach Kelvina	43	97	173	270	389	1083	4333



Rys. 4. Rozkład temperatury na pokryciu samolotu XB-70A w locie ze stałą prędkością 3200 km/h.

W locie z dużą prędkością strumień ma dużą energię, w związku z czym skutki nagrzewania aerodynamicznego (wzrost temperatury) są odpowiednio duże.

Wzrost tej temperatury wywołany jest lepkością powietrza opływającego samolot oraz jego sprzętu na powierzchniach czołowych, w związku z tym powierzchnie te nagrzewają się najsilniej. Temperaturę powierzchni samolotu obniża również zachmurzenie, zwłaszcza lot w chmurach zawierających przechłodzone kropelki wody i kryształki lodu. Dla tych warunków lotu przyjmuje się, że spadek temperatury zahamowania może wynosić 20–40% w stosunku do lotu przy bezchmurnej pogodzie.

Ogólne nagrzewanie samolotu z prędkościami ponaddźwiękowymi, zwłaszcza na małej wysokości, mimo wszystko jest tak duże, że powoduje pośrednie lub bezpośrednie skutki uniemożliwiające lot lub nawet zniszczenie konstrukcji, jeżeli nie jest ona odpowiednio zabezpieczona. Na przykład w badaniach samolotu XB-70A w lotach na wysokości powyżej 21 000 m z prędkością odpowiadającą  $Ma=3$  znajdowano temperatury przekraczające 300°C na krawędzi chwytu powietrza i 250°C na krawędzi natarcia skrzydeł.

Skutki wzrostu temperatury można ocenić, jeżeli uwzględnimy fakt, że już w temperaturze 100°C mięknie szkło organiczne, z którego wykonane są osłony kabin, wrze paliwo, zwykle kleje tracą wytrzymałość, a przy 200°C następuje rozkład cieczy hydraulicznych i zniszczeń uszczelnień. Wzrost temperatury powoduje również zniszczenie pokryć ochronnych, z których anodowanie i chromowanie może być stosowane do temperatury 300°C, niklowanie do 400°C a srebrzenie do 470°C.

Poza wysokością lotu i warunkami atmosferycznymi istotny wpływ na stopień nagrzania mają:

- współczynnik przewodnictwa cieplnego materiału pokrycia,
- wielkość powierzchni (zwłaszcza czołowej) samolotu,
- czas lotu.

Andrzej Wasiak

### LITERATURA

- [1] Rozwój samolotów naddźwiękowych. Wydawnictwo Komunikacji i Łączności. Warszawa 1980.
- [2] Ilustrowany leksykon lotniczy (praca zbiorowa). Wydawnictwo Komunikacji i Łączności 1988.
- [3] Roczniki „Skrzydlatej Polski” i „Techniki lotniczej” z lat 1980–2010.

# Promieniowanie a żywe organizmy

**Promieniowanie jonizujące nieustannie towarzyszy człowiekowi, choć każdy z nas zdaje się o tym nie pamiętać. Dla przeważającej większości osób słowo „promieniowanie” nadal wzbudza panikę. Niepotrzebnie.**

Wioletta Monika Dynkowska

Jednym ze źródeł promieniowania jest promieniowanie kosmiczne, przed którym w ogromnym stopniu chronią nas górne warstwy atmosfery. Konsekwencją promieniowania kosmicznego jest obecność promieniotwórczego izotopu węgla  $^{14}\text{C}$  w organizmach żywych.

Kolejnym źródłem promieniowania jesteśmy my sami, z uwagi na występujący powszechnie radioaktywny izotop potasu  $^{40}\text{K}$ , oraz inne naturalne izotopy promieniotwórcze nieodmiennie związane z przyrodą ożywioną. Innym źródłem promieniowania jest gleba i naturalnie występujące w niej izotopy uranu  $^{238}\text{U}$  i w bardzo niewielkim stopniu  $^{235}\text{U}$ , toru  $^{232}\text{Th}$  oraz wspomniany wcześniej izotop potasu  $^{40}\text{K}$ . Izotopy te czasami określa się mianem „starszych niż świat”, gdyż ich okres połowicznego rozpadu przekracza miliard lat.

Ważnym źródłem promieniowania jonizującego są izotopy radu  $^{226}\text{Ra}$  i  $^{224}\text{Ra}$ , należące do rodzin promieniotwórczych, tzw. szeregów promieniotwórczych rozpoczynających się odpowiednio od izotopu toru  $^{232}\text{Th}$  oraz izotopu uranu  $^{238}\text{U}$ , pierwiastków występujących w materiałach budowlanych.

Produkty powstałe na skutek ich rozpadu, przede wszystkim dwa promieniotwórcze izotopy radonu: odpowiednio  $^{222}\text{Rn}$  i  $^{220}\text{Rn}$  (toron), niosą ze sobą zdecydowanie większe zagrożenie, przede wszystkim w kopalniach,

jaskiniach, ale także w budynkach, w szczególności kondygnacjach znajdujących się na parterze lub podpiwniczeniach. Tym samym długotrwałe przebywanie w budynkach czy kopalniach powoduje, że stają się one źródłem narażenia na promieniowanie emitowane przez radon i jego alfa krótkożyciowe produkty rozpadu tych izotopów. Narażenie to jest tym większe, im na niższej kondygnacji przebywamy.

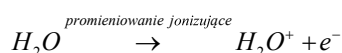
Promieniowanie jonizujące od źródeł naturalnych nie stwarza zagrożenia, gdyż tło promieniowania nie jest wysokie. Roczna dawka od promieniowania tła w Polsce szacowana jest na 2,4 mSv. Dodatkowo jesteśmy narażeni na dawkę promieniowania pochodzącą od źródeł sztucznych, przede wszystkim z diagnostyki medycznej, w wysokości 1,2 mSv. Jednakże już wyższe dawki powodują istotne zakłócenia w funkcjonowaniu komórki.

Przyjmuje się, że anomalie w funkcjonowaniu organizmu człowieka wywołuje dawka równa co najmniej 1 Sv, którą człowiek otrzyma w jednorazowym (do kilku godzin) napromienieniu. Należy jednak pamiętać, że dawka promieniowania nie kumuluje się w organizmie. Stąd tak istotnym czynnikiem jest rozkład dawki w czasie. Im większą dawkę otrzyma organizm w krótszym przedziale czasowym, tym groźniejsze dla zdrowia i życia skutki.

Z uwagi na fakt, iż komórki ciała człowieka zawierają znaczną ilość wody, to właśnie ta substancja czyni największe szkody w organizmie. Pod wpływem promieniowania woda zawarta w komórkach ulega radiolizie –

rozkładowi na wolne rodniki wodorowe i hydroksylowe. Rodniki te często przyczyniają się do uszkodzenia najważniejszej części komórki – „cząsteczki życia”, czyli łańcucha DNA.

Oddziaływanie promieniowania jonizującego na żywą tkankę można podzielić na cztery stadia: stadium fizyczne, stadium fizykochemiczne, stadium chemiczne oraz stadium biologiczne. W stadium fizycznym, trwającym zaledwie  $10^{-16}$  sekundy, wskutek dostarczenia kwantów energii następuje jonizacja lub wzbudzenie, co skutkuje zmianą właściwości tkanki. Wytwarzają się bardzo aktywne chemicznie wolne rodniki. Powstające produkty generują powstawanie kolejnych wolnych rodników lub jonorodników, zachodzą także procesy rekombinacyjne. Jest to już stadium fizykochemiczne, trwające od  $10^{-15}$  do  $10^{-6}$  sekund. Cały proces rozpoczyna się radiolizą wody, czyli rozkładem cząsteczki wody pod wpływem promieniowania jonizującego:

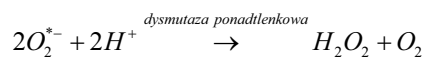


Reakcje wolnych rodników z elementami komórek określa się jako stadium chemiczne. Największe uszkodzenia w tkankach może wywołać rodnik hydroksylowy przekształcając DNA w inny, silnie aktywny rodnik DNA. Wówczas następuje ostatnie stadium biologiczne, które trwa od kilku sekund do kilku lat i w tym czasie następuje obrona organizmu poprzez indukowanie reakcji enzymatycznych i naprawianiu szkód wyrządzonych przez wolne rodniki.

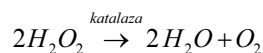
Ochronną funkcję przed szkodliwym działaniem wolnych rodników tlenowych oraz nadtlenu wodoru pełnią enzymy komórkowe oraz nieenzymatyczne przeciwutleniacze i zmiatacze wolnych rodników. Prawidłowe działanie obu układów antyoksydacyjnych jest niezwykle istotnym czynnikiem zapewniającym właściwe funkcjonowanie organizmu. Enzymatyczny system unieczynniania reaktywnych rodników tlenu jest wspomagany przez istniejące w komórce systemy naprawy uszkodzeń oksydacyjnych. Przed skutkami działania wolnych rodników chronią organizm również naturalne i syntetyczne związki egzogenne o właściwościach antyoksydacyjnych.

Najważniejszym jednak systemem obronnym organizmu przed szkodliwym działaniem nadtlenu wodoru są enzymy antyoksydacyjne oraz substancje peptydowe. Swoistym liderem wśród antyutleniaczy jest glutation – tripeptyd  $\gamma$ -glutamylcysteinoglicynowy. Działając w parze ze swoją formą utlenioną bierze czynny udział w mechanizmie obronnym przed niszczącym działaniem wolnych rodników równocześnie pełniąc funkcję regulacyjną w programowanej śmierci komórki. Centralną rolę glutationu w mechanizmie obronnym komórki jest również regeneracja innego silnego utleniacza, jakim jest kwas askorbinowy.

Innym enzymem o działaniu neutralizującym rodniki hydroksylowe jest dysmutaza ponadtlenkowa działająca wspólnie z katalazą. Rolą dysmutazy ponadtlenkowej jest eliminacja wysoce szkodliwego anionorodnika tlenowego do cząsteczki nadtlenu wodoru:



Z kolei katalaza bierze udział w reakcji rozkładu powstałego nadtlenu wodoru:



Należy jednak zauważyć, że nie każda obecność wolnych rodników w komórce jest niepożądana. Wolne rodniki biorą udział w programowanej śmierci komórki (apoptozie), a zaburzenie tego procesu może powodować reakcje niepożądane w organizmie.

Na czym polega mechanizm mutacji, czyli nagłej, skokowej zmiany materiału genetycznego komórki, wywołanej działaniem rodnika hydroksylowego? Powszechnie wiadomo, że kod genetyczny jest uniwersalny, a cechuje go komplementarność zasad purynowych i pirymidynowych. Za pomocą wiązań wodorowych adenina sparowana jest z tyminą, natomiast cytozyna z guaniną.

W wyniku działania rodnika hydroksylowego następuje błędne sparowanie zasad i w procesie replikacyjnym odtworzona zostaje błędna informacja. Działanie rodnika nie sprowadza się jedynie do jego działania na zasady, ale również na komponenty cukrowe. Tym samym pojawienie się wolnego miejsca po „wypadnięciu” zasady powoduje, że w procesie replikacyjnym nukleotyd wstawiany jest losowo. Efektem takiego „nadpisu” jest mutacja. W wyniku działania promieniowania jonizującego DNA kodujący informację genetyczną ulega uszkodzeniu.

W czasie naprawy informacja genetyczna może – choć nie musi – ulec zmianie. Skutkiem tego w organizmie następuje zaburzenie syntezy białek, zmiany w kodzie DNA, zmiany w strukturze genów, co powoduje zwiększoną powstawalność nowotworów.

Mutacje punktowe DNA czy nawet pęknięcie jednoniciowe łańcucha DNA nie jest procesem, z którym mechanizmy obronne komórki miałyby sobie nie poradzić. Jednakże zmasowany atak rodnikowy może spowodować, że drastycznie spadnie tempo przeprowadzania mechani-



Kwas askorbinowy, związek występujący m.in. w owocach cytrusowych, to silny antyutleniacz zwalczający wolne rodniki w organizmie.

zmów naprawczych komórki a w dodatku nastąpi nagromadzenie jednoniciowych fragmentów DNA.

Jeszcze groźniejszym uszkodzeniem DNA wskutek działania promieniowania jonizującego jest pęknięcie dwuniciowe. Wskutek tych zjawisk na poziomie komórkowym obserwuje się mutacje genetyczne i w konsekwencji śmierć komórki, natomiast na poziomie systemowym: reakcje immunologiczne, efekty hormonalne, karcenogenezę. Uszkodzenia komórek prowadzą do dysfunkcji narządów, w pewnym momencie organizm przestaje właściwie funkcjonować i w najbardziej drastycznym przypadku następuje śmierć organizmu.

Faktem jest, że izotopy promieniotwórcze działają destrukcyjnie na żywe komórki organizmu, jednakże ich radiotoksyczność (toksyczność radiacyjna) zależy od wielu czynników. Według definicji przytoczonej przez Musiałowicza z Centralnego Laboratorium Ochrony Radiologicznej toksyczność izotopów promieniotwórczych sprowadza się do powodowania uszkodzeń poprzez promieniowanie wtedy, gdy izotop ten znajduje się wewnątrz organizmu człowieka. Zależy ona od tego, z jakim pierwiastkiem mamy do czynienia, energii i rodzaju promieniowania emitowanego przez konkretny izotop, czasu połowicznego rozpadu substancji a także obiegu metabolicznego pierwiastka.

Należy zauważyć, że toksyczność radiacyjna ma się nijak do toksyczności chemicznej a zasadniczym elementem różniącym te dwa parametry jest czas, jaki jest potrzebny do wywołania ostrej odpowiedzi organizmu. W przypadku trucizn chemicznych uwagę zwracają ostre objawy zatrucia, tymczasem działanie nawet znacznych dawek promieniowania ujawnia się dopiero po dłuższym czasie od wnikięcia ich do organizmu.

Istnieją trzy drogi wnikania nuklidów promieniotwórczych do organizmu: wchłonięcie poprzez oddychanie,

spożycie pokarmu skażonego izotopem promieniotwórczym lub wnikięcie przez uszkodzoną skórę. Z uwagi na różnorodność tkankową, każdy narząd organizmu człowieka jest w różnym stopniu narażony na szkodliwe działanie nuklidów. I tak, dla strontu newralgicznym narządem będą kości, dla cezu – wątroba i śledziona, natomiast jod będzie zmierzał ku jednemu z najważniejszych elementów organizmu, czyli tarczycy.

Szkodliwość poszczególnych izotopów na organizm człowieka wyrażono wartością wskaźnika  $e(g)$  niezbędnego do obliczenia obciążającej dawki skutecznej (czyli dawki skutecznej jedynie od skażeń wewnętrznych). Wskaźnik ten określa wielkość narażenia organizmu przy wnikięciu doń konkretnego nuklidu o aktywności 1 Bq. Wartości wskaźnika  $e(g)$  zarówno dla pracowników, jak i dla osób z ogółu ludności, z uwzględnieniem drogi oraz intensywności narażenia zawiera Rozporządzenie Rady Ministrów z dnia 18 stycznia 2005 roku w sprawie dawek granicznych promieniowania jonizującego (Dz.U. 2005 Nr 20 Poz. 168).

Innym parametrem opisującym szkodliwość izotopów promieniotwórczych jest roczny limit wchłonięcia (Annual Limit of Intake; ALI), zdefiniowany jako wnikięcie danego nuklidu promieniotwórczego w ciągu roku drogą pokarmową, oddechową lub przez skórę u człowieka umownego, skutkujące otrzymaniem dawki obciążającej równej odpowiedniej dawce granicznej. Wspomnianą wielkość należy rozumieć jako aktywność radionuklidu (Bq) wprowadzoną do organizmu, prowadzącą do otrzymania rocznej dawki skutecznej (Sv) przy założeniu, że osoba ta będzie narażona na promieniowanie pochodzące wyłącznie od tego radionuklidu.

Zastanawiająca jest jeszcze jedna rozbieżność. Otóż w raporcie z 1993 roku *Radiotoxicity hazard classification – the basis and development of a new list* opublikowanym

**Tabela.1. Wartości obciążającej dawki skutecznej  $e(g)$  dla pracowników od wnikięcia nuklidu o aktywności 1 Bq drogą oddechową i pokarmową (Sv) oraz wartości czynnika  $f_1$  stosowanego przy obliczeniu tej dawki (na podstawie Rozporządzenia Rady Ministrów z dnia 18 stycznia 2005 roku w sprawie dawek granicznych promieniowania jonizującego (Dz.U. Nr 20/2005r., Poz. 168)).**

Nuklid	$T_{1/2}$	Droga oddechowa				Droga pokarmowa	
		TAP	$f_1$	$e(g)_{1\mu m}$	$e(g)_{5\mu m}$	$f_1$	$e(g)$
$^{90}\text{Sr}$	29,1 lat	F	$3 \times 10^{-1}$	$2,4 \times 10^{-8}$	$3,0 \times 10^{-8}$	$3 \times 10^{-1}$	$2,8 \times 10^{-8}$
		S	$10^{-2}$	$1,5 \times 10^{-7}$	$7,7 \times 10^{-8}$	$10^{-2}$	$2,7 \times 10^{-9}$
$^{90}\text{Y}^*$	2,67 dnia	M	$10^{-4}$	$1,4 \times 10^{-9}$	$1,6 \times 10^{-9}$	$10^{-4}$	$2,7 \times 10^{-9}$
		S	$10^{-4}$	$1,5 \times 10^{-9}$	$1,7 \times 10^{-9}$		
$^{131}\text{I}$	8,04 dnia	F	1	$7,6 \times 10^{-9}$	$1,1 \times 10^{-8}$	1	$2,2 \times 10^{-8}$
$^{134}\text{Cs}$	2,06 lat	F	1	$6,8 \times 10^{-9}$	$9,6 \times 10^{-9}$	1	$1,9 \times 10^{-8}$
$^{137}\text{Cs}$	30 lat	F	1	$4,8 \times 10^{-9}$	$6,7 \times 10^{-9}$	1	$1,3 \times 10^{-8}$
$^{239}\text{Pu}$	2 410 lat	M	$5 \times 10^{-4}$	$4,7 \times 10^{-5}$	$3,2 \times 10^{-5}$	$5 \times 10^{-4}$	$2,5 \times 10^{-7}$
		S	$10^{-5}$	$1,5 \times 10^{-5}$	$8,3 \times 10^{-6}$	$10^{-5}$	$9,0 \times 10^{-9}$
$^{241}\text{Am}$	432 lata	M	$5 \times 10^{-4}$	$3,9 \times 10^{-5}$	$2,7 \times 10^{-5}$	$5 \times 10^{-4}$	$2,0 \times 10^{-7}$

Objaśnienia:  $T_{1/2}$  – czas połowicznego rozpadu; TAP – typ absorpcji płucnej, określane jako F – szybka, M – umiarkowana, S – powolna;  $f_1$  – współczynnik stosowany do obliczeń obciążającej dawki skutecznej  $e(g)$ ; \* – izotop itru ujęty ze względu na występowanie w równowadze izotopowej z izotopem strontu  $^{90}\text{Sr}$ .

**Tabela 2. Roczny limit wchłonięcia (Bq) drogą pokarmową lub drogą oddechową (Annual Limit of Intake; ALI) oraz stężenie (Bq/ml) radionuklidów w powietrzu dla zawodowo narażonych (Derived Air Concentration, DAC) skutkujące otrzymaniem dawki rocznej ALI.**

Nuklid	Klasa związków <sup>a)</sup>	Narażenie zawodowe		
		Droga pokarmowa	Droga oddechowa	
		ALI	ALI <sub>1μm</sub>	DAC <sub>1μm</sub>
<sup>90</sup> Sr	D	1,1×10 <sup>6</sup> (1,5×10 <sup>6</sup> ) <sup>b)</sup>	7,4×10 <sup>5</sup> (7,4×10 <sup>5</sup> ) <sup>b)</sup>	3,0×10 <sup>-4</sup>
	Y	-	1,5×10 <sup>5</sup>	7,4×10 <sup>-5</sup>
<sup>90</sup> Y	W	1,5×10 <sup>7</sup> (1,9×10 <sup>7</sup> ) <sup>c)</sup>	3,0×10 <sup>7</sup>	1,1×10 <sup>-2</sup>
	Y	-	2,2×10 <sup>7</sup>	1,1×10 <sup>-2</sup>
<sup>131</sup> I	D	1,1×10 <sup>6</sup> (3,3×10 <sup>6</sup> ) <sup>d)</sup>	1,9×10 <sup>6</sup> (7,4×10 <sup>6</sup> ) <sup>d)</sup>	7,4×10 <sup>-4</sup>
<sup>134</sup> Cs	D	3,0×10 <sup>6</sup>	3,7×10 <sup>6</sup>	1,5×10 <sup>-3</sup>
<sup>137</sup> Cs	D	3,7×10 <sup>6</sup>	7,4×10 <sup>6</sup>	2,2×10 <sup>-3</sup>
<sup>239</sup> Pu	W	3,0×10 <sup>4</sup> (3,7×10 <sup>4</sup> ) <sup>b)</sup>	2,2×10 <sup>2</sup> (3,7×10 <sup>2</sup> ) <sup>b)</sup>	1,1×10 <sup>-7</sup>
	Y	-	7,4×10 <sup>2</sup> (7,4×10 <sup>2</sup> ) <sup>b)</sup>	3,0×10 <sup>-7</sup>
<sup>241</sup> Am	W	3,0×10 <sup>4</sup> (3,7×10 <sup>4</sup> ) <sup>b)</sup>	2,2×10 <sup>2</sup> (3,7×10 <sup>2</sup> ) <sup>b)</sup>	3,7×10 <sup>-4</sup>

Objaśnienia: <sup>a)</sup> – dla narażenia na drodze oddechowej aerozolem o średnicy 1μm ALI i DAC podano dla trzech klas materiałów promieniotwórczych, które odnoszą się do czasu ich zatrzymywania (w przybliżeniu dni, tygodni lub lat) w okolicy płuc: D dla czasu krótszego niż 10 dni, dla W od 10 do 100 dni i dla Y dłuższego niż 100 dni; <sup>b)</sup> – powierzchnia kości; <sup>c)</sup> – dolna ściana jelita grubego; <sup>d)</sup> – tarczycza.

Stront: D – wszystkie związki rozpuszczalne w wodzie z wyjątkiem SrTiO<sub>3</sub>; Y – wszystkie związki rozpuszczalne łącznie z SrTiO<sub>3</sub>.  
Itr: W – wszystkie związki z wyjątkiem tlenków i wodorotlenków; Y – tlenki i wodorotlenki.  
Jod, cez: D – wszystkie związki.  
Pluton: W – wszystkie związki za wyjątkiem tlenku plutonu(II) PuO<sub>2</sub>; Y – tlenek plutonu(II) PuO<sub>2</sub>.  
Ameryk: W – wszystkie związki.

w Canberze (Australia) podano klasyfikację izotopów promieniotwórczych pod względem ich toksyczności radiologicznej. Jednak ze względu na szereg założeń, które należy poczynić, klasyfikacja ta jest subiektywna. Podział ten dokonano na cztery grupy, wedle ich malejącej szkodliwości. Do pierwszej grupy należą izotopy o bardzo wysokiej radiotoksyczności, natomiast grupę czwartą tworzą izotopy o względnie niskiej szkodliwości.

Według tej klasyfikacji spośród omawianych w niniejszym artykule izotopów do pierwszej grupy toksyczności izotopów promieniotwórczych należy zaliczyć ameryk <sup>241</sup>Am oraz stront <sup>90</sup>Sr jak również mieszaninę dwóch izotopów pozostających ze sobą w równowadze: strontu i itru, zapisane jako <sup>90</sup>Sr+<sup>90</sup>Y.

Ciekawym spostrzeżeniem jest fakt, że emiter alfa, jakim jest pluton <sup>239</sup>Pu, wedle powyższej klasyfikacji zaliczony został do grupy drugiej, podobnie jak obydwie izotopy cezu <sup>134</sup>Cs i <sup>137</sup>Cs oraz wspomniany itr <sup>90</sup>Y występujący samodzielnie i jod <sup>131</sup>I.

Regulacje prawne w Polsce podają nieco inną klasyfikację izotopów promieniotwórczych, choć różni się ona jedynie w niewielkim stopniu. O ile ameryk <sup>241</sup>Am niezmiennie znajduje się w grupie pierwszej, to przeniesiono do niej groźny izotop plutonu <sup>239</sup>Pu, natomiast wyeliminowano stront <sup>90</sup>Sr i mieszaninę równowagową <sup>90</sup>Sr+<sup>90</sup>Y przenosząc te izotopy do grupy drugiej (<sup>90</sup>Sr) i trzeciej (<sup>90</sup>Y), bez uwzględnienia ich mieszaniny.

W grupie drugiej pozostał izotop jodu <sup>131</sup>I, natomiast z grupy drugiej do trzeciej przeklasyfikowano itr <sup>90</sup>Y jak

również obydwie izotopy cezu (<sup>134</sup>Cs i <sup>137</sup>Cs). Szczegółowy wykaz grup izotopów promieniotwórczych stanowi załącznik nr 4 do Rozporządzenia Rady Ministrów z dnia 12 lipca 2006 roku w sprawie szczegółowych warunków bezpiecznej pracy ze źródłami promieniowania jonizującego (Dz.U. z 2006 r., Nr 140 Poz. 994).

**LITERATURA:**

- [1] Rozporządzenie Rady Ministrów z dnia 12 lipca 2006 roku w sprawie szczegółowych warunków bezpiecznej pracy ze źródłami promieniowania jonizującego (Dz.U. 2006 Nr 140 Poz. 994)
- [2] Rozporządzenie Rady Ministrów z dnia 18 stycznia 2005 roku w sprawie dawek granicznych promieniowania jonizującego (Dz.U. 2005 Nr 20 Poz. 168)
- [3] Carter, M.W., Burns, P., & Munslow-Davies, L. (1993). Radiotoxicity hazard classification - the basis and development of a new list. Australia: Australian Government Publishing Service.
- [4] Koszulk, L. Radiotoksyczność wypalonego paliwa jądrowego. Bezpieczeństwo Jądrowe i Ochrona Radiologiczna, 3, 46-52, 2018.
- [5] Blokhina, O., Virolainen, E., Fagerstedt, K.V. (2003). Antioxidants, oxidative damage and oxygen deprivation stress: a review. Annals of Botany, 91, 179-194.
- [6] Nimse, S.B., Pal, D. (2015). Free radicals, natural antioxidants, and their reaction mechanisms. RSC Advances, 5, 27986.
- [7] Skrzycki, M., Czeczot, H. (2005). Rola dysmutazy ponadtlenkowej w powstawaniu nowotworów. Postępy Nauk Medycznych, 4, 7-15.
- [8] Dobrzyński, L. (2001). Biologiczne skutki promieniowania jonizującego. Postępy Techniki Jądrowej, 44(3), 14-29.
- [9] Zdrojewicz, Z., Szlagor, A., Wielogórska, M., Nowakowska, D., Nowakowski, J. (2016). Wpływ promieniowania jonizującego na organizm człowieka. Family Medicine & Primary Care Review, 2, 174-179.
- [10] Jaworowski, Z. (1997). Dobroczynne promieniowanie. Wiedza i Życie, 3, 20-29.
- [11] Strona internetowa Państwowej Agencji Atomistyki, <https://www.paa.gov.pl>.
- [12] Dose coefficients for intakes of radionuclides by workers. A report of a Task Group of Committee 2 of the International Commission on Radiological Protection. Ann ICRP. 1994;24(4):1-83.

# Wykorzystanie robotów LEGO do eksperymentów i pomiarów w fizyce

*Niniejszy artykuł stanowi pokłosie projektu unijnego „Nauka programowania z wykorzystaniem robotów – PROBOT”, realizowanego przez ostatnie trzy lata w sześciu krajach europejskich, w tym przez trzy instytucje w Polsce. Rezultaty tego projektu są pionierskie. Okazało się, że można z powodzeniem zintegrować pozornie tak odległe dziedziny, jak programowanie komputerów w języku Python, klocki Lego i rozwiązywanie różnorodnych problemów z matematyki i nauk przyrod-*

*niczych. W tym artykule zostanie pokazane, jak można zaprzęgnąć roboty Lego do wykonywania doświadczeń i pomiarów z różnych dziedzin fizyki.*



**Adam Ogaza**

III Liceum Ogólnokształcące im. St. Batorego w Chorzowie od lat uczestniczy w pionierskich projektach edukacyjnych, których celem jest wypracowanie nowatorskich metod nauczania, przetestowanie ich, a następnie upublicznienie jako zbioru dobrych praktyk. Rezultaty tych projektów były już kilkakrotnie publikowane na łamach „Fizyki w Szkole”, między innymi w artykule [1]. Opisany tam projekt otworzył szkole zupełnie nowe horyzonty, dzięki czemu możliwe stało się przystąpienie do przedstawionego tu przedsięwzięcia.

## Opis projektu

Pierwotne ramy czasowe projektu „Nauka programowania z wykorzystaniem robotów – PROBOT” określone zostały jako listopad 2017 – sierpień 2020. Pierwsze miesiące zostały poświęcone na sprawy proceduralne, więc faktyczna, merytoryczna realizacja projektu rozpoczęła się w marcu 2018 roku. Z kolei pandemia koronawirusa, która udaremniła przedsięwzięcia zaplanowane na wiosnę 2020 roku, skłoniła Narodową Agencję do przedłużenia terminu rozliczenia projektu o dwa miesiące.

Projekt realizuje konsorcjum w składzie:

- Uniwersytet Śląski – lider projektu. Pomysłodawcami projektu są pracownicy Instytutu Fizyki i sprawują oni nadzór merytoryczny nad działaniami pozostałych partnerów.
- Fundacja Edu-Res działająca przy Uniwersytecie Śląskim. Zajmuje się wszelkimi sprawami organizacyjnymi i finansowymi.
- III Liceum Ogólnokształcące im. St. Batorego w Chorzowie.
- Istituto di Istruzione Superiore Erasmo da Rotterdam – Nichelino niedaleko Turynu (Włochy).
- Kauno Technologijos Universiteto Inžinerijos Licejus – Kowno (Litwa).
- Gimnazija Jurija Vege – Idrija (Słowenia).
- SOU Jane Sandanski – Strumica (Macedonia Północna).
- Io Geniko Lykeio – Aigiou (Grecja).

Wymienieni partnerzy zagraniczni, to wiodące w swoich krajach szkoły średnie o dużym dorobku i doświadczeniu w nauczaniu przedmiotów informatycznych.

Zasadniczym celem projektu było wymyślenie sposobów na uatrakcyjnienie procesu nauczania programowania w języku Python. Jest to w ostatnich czasach najpopularniejszy język programowania, znajdujący niezwykle szerokie zastosowania w różnych dziedzinach informatyki. Absolwenci szkół, znający ten język, z łatwością znajdują dobrze płatną pracę, dlatego w interesie szkoły jest spowodować, by uczniowie uczyli się go z chęcią i skutecznie. Według pomysłodawców projektu, sposobem na osiągnięcie tego celu jest zastosowanie robotów Lego. Programując robota, możemy go skłonić do wykonywania różnych czynności, w tym do rywalizacji. Niedoskonałość algorytmu i błędy w programie natychmiast są widoczne w postaci nieadekwatnego zachowywania się robota. Tak samo od razu widzimy skutki poprawek dokonywanych w programach. Programowanie przestaje być nudne i abstrakcyjne, a staje się pasjonujące. Jeśli dodatkowo spowodujemy, że robot będzie rozwiązywać problemy z jakiejś dziedziny nauki, mamy doskonałą korelację międzyprzedmiotową i uczymy kilku rzeczy równocześnie. Uczniowie chętniej przyswajają umiejętności, które od razu znajdują ciekawe zastosowania.

Zadaniem każdej ze szkół partnerskich było stworzenie trzech scenariuszy lekcji z dowolnego przedmiotu, w którym dany problem mógł zostać rozwiązany poprzez odpowiednie zaprogramowanie robota Lego i jego uruchomienie. Postępy prac były prezentowane przez partnerów na odbywających się regularnie w poszczególnych krajach spotkaniach projektowych. Większość tematów lekcji związanych było z matematyką lub stricte z informatyką, lecz pojawiały się też zagadnienia z fizyki i chemii:

- Szkoła z Włoch zaprezentowała silnik Stirlinga sterowany za pomocą robota.
- Partnerzy z Grecji pokazali metodę pomiaru przyspieszenia ziemskiego za pomocą robota upuszczającego kulkę i mierzącego czas jej spadku. Kolejna ich praca dotyczyła akustyki (różne wersje instrumentów muzycznych), zaś

ostatnie dzieło Greków stanowiła niezwykle zaawansowana machina służąca do rozcieńczania roztworów.

- Partnerzy z Macedonii pokazali m.in. robota służącego do pomiaru współczynnika tarcia statycznego i kinetycznego.

Ze strony polskiej wykonawcami projektu byli dwaj matematycy oraz fizyk, autor niniejszego artykułu. Dalsza część tekstu będzie już dotyczyć wyłącznie zastosowań robotów Lego w nauczaniu fizyki, przetestowanych w III LO w Chorzowie.

### Baza sprzętowa III LO w Chorzowie

Realizacja projektu nie byłaby możliwa bez właściwego sprzętu w postaci odpowiednio wyposażonych robotów. Nasza szkoła dysponowała już pewną ilością sprzętu pochodzącego z wcześniejszych projektów. Były to:

- 3 komplety Lego Mindstorms NXT – roboty wcześniejszej generacji. W naszym projekcie nie znalazły zastosowania z uwagi na niemożność zaprogramowania ich w języku Python.
- 2 komplety Lego Mindstorms EV3 Home – wersja nowoczesna, ale pozbawiona pewnych elementów (np. akumulatorów, które zostały dokupione później, żyroskopów i ultradźwiękowych czujników odległości). Towarzyszący im zestaw klocków jest bardziej odpowiedni do zabawy (np. różne rodzaje mieczy i ozdób), niż do zastosowań naukowych.
- 2 komplety Lego Mindstorms Education (LME) EV3 – wersja nowoczesna, edukacyjna i w pełni funkcjonalna, wyposażona w 2 rodzaje silników, 2 czujniki dotyku, czujnik światła i koloru, żyroskop oraz ultradźwiękowy czujnik odległości. Bogata dokumentacja i darmowe oprogramowanie w postaci zintegrowanego środowiska, umożliwia tworzenie własnych konstrukcji i pro-

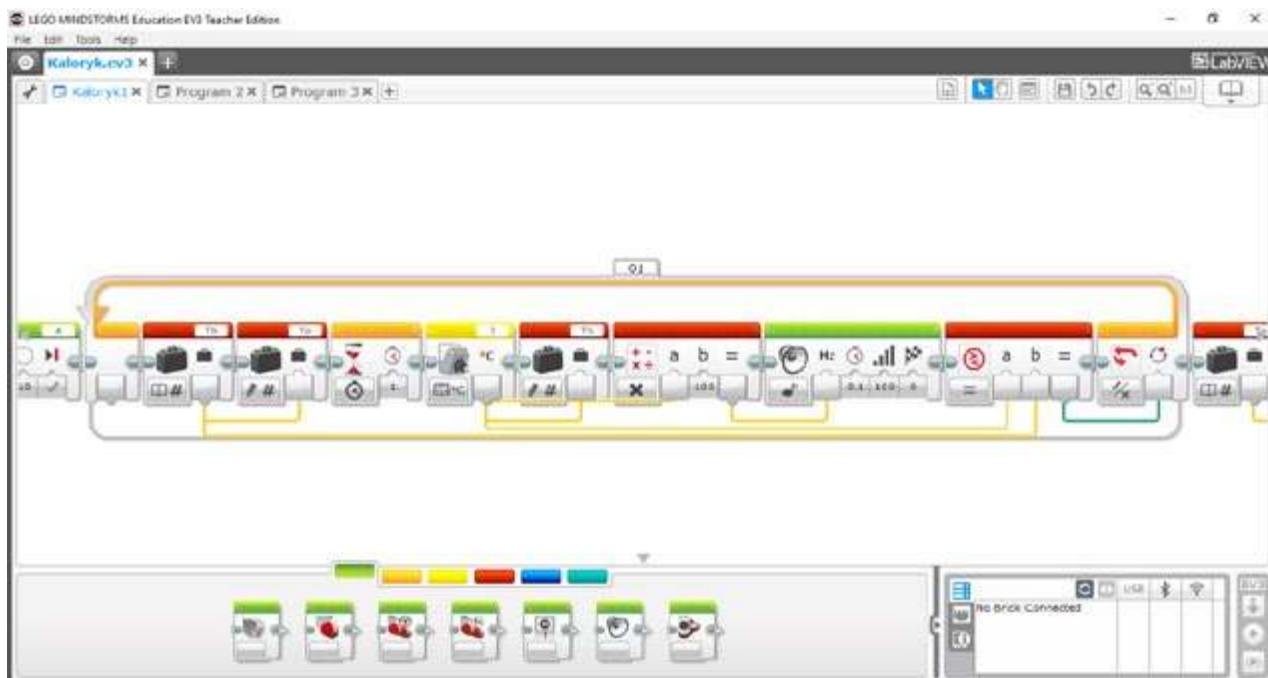
gramowanie ich za pomocą języka Lego, w którym poszczególne instrukcje reprezentowane są graficznie przez bloczki, które można ze sobą łączyć i modyfikować ich funkcjonalność, rys. 1.

- 2 komplety Lego Mindstorms Expansion Set – dodatkowe zestawy klocków, rozwijające techniczne możliwości konstruowanych robotów.

Niewielka ilość zestawów mogła służyć jedynie celom demonstracyjnym lub pracy w mało licznej grupie na zajęciach pozalekcyjnych. Na szczęście, dzięki funduszom pochodzącym z projektu, udało się rozwinąć bazę sprzętową o:

- 6 zestawów bazowych LEGO LME EV3 wraz z kartami pamięci SD i dodatkowymi kablami o niestandardowych długościach;
- dodatkowe zasilacze do robotów;
- dodatkowe czujniki: siły (5), pola magnetycznego (3), kąta i obrotów (2), przyspieszenia (1), temperatury (3), koloru (4), kompas (2), wykrywacze podczerwi (5);
- dodatkowe czujniki IR, pilot IR i średni serwomotor;
- 2 piłki emitujące podczerwień;
- organizery do segregacji elementów starszych kompletów LEGO;
- materiały do budowy boiska piłkarskiego dla robotów, gwizdek.

Tak duża ilość sprzętu pozwoliła zaangażować do projektu całe klasy – były to kolejne roczniki klas matematycznych. W planie zajęć pojawił się dodatkowy przedmiot – programowanie robotów. Zajęcia odbywały się w 2 grupach 16-osobowych. Każda grupa została podzielona na 4-osobowe zespoły zadaniowe, którym przydzielono na stałe po jednym zestawie bazowym i, w miarę potrzeb, elementy dodatkowe. Dzięki temu poszczególne zespoły mogły całymi tygodniami tworzyć własne



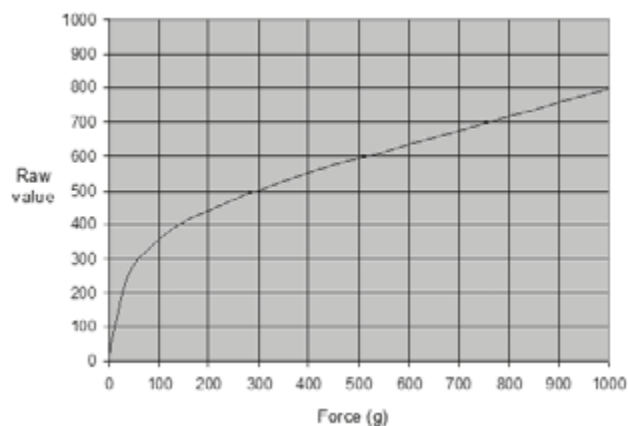
Rys. 1. Środowisko programistyczne Lego Mindstorms Education. Na ekranie widoczny jest fragment opisywanego dalej programu do pomiaru ciepła właściwego metalu, odpowiedzialny za pomiar (w pętli) temperatury początkowej wody i kalorymetru.

konstrukcje bez obawy, że ktoś im je zepsuje z powodu niewystarczającej ilości klocków. Czujniki dodatkowe, zakupione u innych producentów, pozwoliły w zasadniczy sposób zwiększyć możliwości robotów, wyposażając je w dodatkowe zmysły. Dzięki nim możliwe stało się mierzenie przez roboty różnych wielkości fizycznych, co zostało skwapliwie wykorzystane na lekcjach fizyki.

## Kalibracja czujnika siły

Dysponując czujnikami siły i temperatury, można się pokusić o skonstruowanie robota, który zmierzy ciepło właściwe danej substancji. Jest to zadanie bardzo ambitne i zostało szczegółowo opisane poniżej. Aby wyznaczyć ciepło właściwe, należy m.in. zważyć badaną próbkę, kalorymetr i wodę użytą do doświadczenia. Okazało się to problemem samym w sobie i zostało wyodrębnione jako oddzielne zadanie do wykonania.

Zasadnicza trudność w pomiarze masy polega na tym, że czujnik siły wyraża wynik pomiaru we własnych jednostkach, które nie są proporcjonalne do ilości niutonów lub gramów. Załączona przez producenta dokumentacja przedstawia graficznie zależność wskazań czujnika w zależności od ciężaru ciała naciskającego na czujnik, wyrażonego w gramach, rys. 2, i na tym koniec. Zagadką pozostaje zarówno postać funkcji o takim wykresie (można domniemywać, że jest to funkcja logarytmiczna), jak i jej



Rys. 2. Charakterystyka czujnika siły dostarczona przez producenta.

Grupa: \_\_\_\_\_ klasa: \_\_\_\_\_ data: \_\_\_\_\_ imiona i nazwiska: \_\_\_\_\_

**Karta pomiarowa D15a**  
Kalibracja czujnika siły nr \_\_\_\_\_

**PRACOWNIA  
FIZYKA  
SZKOŁY  
ZAWODOWEJ**

Elementy szalki wagi (narastająco)

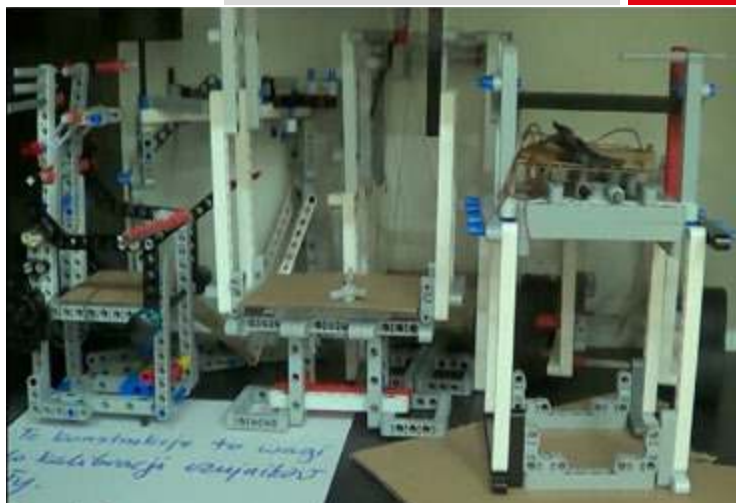
Lp.	Nazwa elementu	m [g]	r <sub>1</sub>	r <sub>2</sub>	r <sub>3</sub>	r <sub>4</sub>	r <sub>5</sub>	r <sub>6</sub>	r <sub>7</sub>	r <sub>8</sub>	r <sub>9</sub>	r <sub>10</sub>
1												
2												
3												
4												
5												
6	Całość (m <sub>s</sub> )											

Szalka z obciążeniem

Lp.	Δm [g]	m <sub>s</sub> +Δm	r <sub>1</sub>	r <sub>2</sub>	r <sub>3</sub>	r <sub>4</sub>	r <sub>5</sub>	r <sub>6</sub>	r <sub>7</sub>	r <sub>8</sub>	r <sub>9</sub>	r <sub>10</sub>
1												
2												
3												
4												
5												
6												

Łącznie należy zmierzyć co najmniej pięciokrotnie wskazania czujnika dla co najmniej 30 mas.

Rys. 3. Karta pomiarowa do doświadczenia „Kalibracja czujnika siły”.



Rys. 4. Wagi z klocków Lego, skonstruowane przez uczniów.

parametry liczbowe. Aby móc użyć wyników pomiarów czujnika do rzetelnych obliczeń, trzeba więc najpierw wyznaczyć postać funkcyjną krzywej kalibracji czujnika siły.

Opisane tu doświadczenie zostało na stałe wpisane do zestawu eksperymentów możliwych do wykonania w pracowni fizycznej III LO jako doświadczenie nieobowiązkowe (na dodatkową ocenę). Niektóre inne eksperymenty z tego zestawu były już opisywane na łamach „Fizyki w Szkole” [2], [3]. Na potrzeby doświadczenia została zaprojektowana specjalna karta pomiarowa, rys. 3.

W pierwszym etapie doświadczenia, który zajął 2 godziny lekcyjne, uczniowie mieli skonstruować z klocków Lego własne wagi w postaci możliwie stabilnej konstrukcji, w której na czujniku siły należało zawiesić jak najbliższą szalkę (zwróćmy uwagę, że czujnik siły wykazuje największą rozdzielczość w zakresie bardzo małych sił). Poszczególne elementy szalki należało zważyć z dokładnością do 0,01 g na wadze laboratoryjnej, a następnie, montując je kolejno na czujniku, odczytywać wskazania tego czujnika. Chodziło o to, by uchwycić początek charakterystyki czujnika dla sił mniejszych niż ciężar samej szalki. Pomiar należało wykonywać wielokrotnie – każdy uczeń odczytywał wskazania czujnika zarówno podczas montażu, jak i demontażu szalki i wpisywał dane do kolejnych kolumn pierwszej tabeli karty pomiarowej. Konstrukcje uczniów przedstawia rys. 4.

Gdy wagi z klocków były już gotowe, należało przystąpić do kolejnego etapu kalibracji. Polegał on na nakładaniu na szalkę kolejnych odważników (ze „skokiem” rosnącym dla coraz większych mas) i odczytywaniu wskazań czujnika. Wskazania należało też odczytywać (i zapisywać w karcie pomiarowej) podczas zdejmowania odważników. Każdy uczeń w grupie miał obowiązek przeprowadzić cały taki cykl pomiarów i wypełnić dwie kolumny na karcie pomiarowej. Powtarzanie pomiarów było konieczne, gdyż czujniki okazały się w praktyce mało stabilne i ich wskazania dla tych samych mas czasami znacznie się różniły.

Następnie uczniowie przetworzyli dane pomiarowe za pomocą napisanych przez siebie programów w języku Python na serwerze Sage. Odpowiednią wiedzę i umiejętności nabyli dzięki poprzedniemu, wspomnianemu już projektowi „Zintegrowane nauczanie przedmiotów ścisłych z perspektywą obliczeniową”. Nie będę opisywać szczegółów programów. Przykładowy program dostępny jest pod linkiem [4]. Powiem tylko, że obliczały one

wierszami średnie wskazań czujnika dla poszczególnych mas, obliczały odchylenia standardowe tych średnich, a następnie konstruowały wykres ważonej masy w funkcji średniej wskazań czujnika. Osie są więc na odwrót niż na wykresie z dokumentacji producenta (następuje odbicie lustrzane względem przekątnej wykresu) – chodziło o to, by wskazania czujnika przełożyć na fizyczną masę. Ostatnim etapem było dopasowanie do punktów pomiarowych jakiejś funkcji i numeryczne wyznaczenie jej parametrów. Po wielu próbach okazało się, że najbardziej nadaje się krzywa wykładnicza (czyli wykres w dokumentacji producenta rzeczywiście przedstawiał krzywą logarytmiczną). Przykładowe rezultaty przedstawia rys. 5.

Jak widać na wykresie, czujniki siły dla klocków Lego okazały się niezbyt wiarygodne. Duże odchylenia standardowe świadczą o małej precyzji pomiarów. Same punkty pomiarowe (będące już przecież wynikiem uśredniania) nie leżą też idealnie na wyznaczonej krzywej kalibracji. Niemniej sam proces wykonywania tego doświadczenia i późniejszej obróbki numerycznej wyników jest bardzo kształcący i w sposób praktyczny wyjaśnia uczniom, co to w ogóle jest krzywa cechowania (kalibracji) dowolnego przyrządu pomiarowego. Taka wiedza może później znaleźć szersze zastosowania.

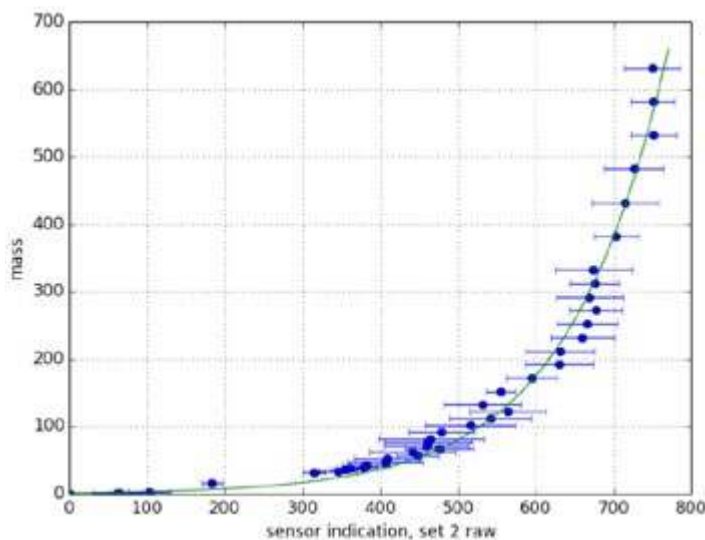
### Pomiar ciepła właściwego metalu

Wykonanie całego poprzedniego doświadczenia wraz z opracowaniem wyników okazało się bardzo żmudne i zajęło uczniom ponad miesiąc. Skonstruowanie robota, który oprócz ważenia, wykonałby też w odpowiednim momencie pomiary temperatury i podstawiał do odpowiedniego wzoru, byłoby na zajęciach lekcyjnych niewykonalne. Dlatego dalsze prace konstrukcyjne i programistyczne zostały wykonane osobiście przez nauczyciela w celach demonstracyjnych.

Od strony technicznej należało robota tak skonstruować, aby we właściwy sposób umieszczał termometr w kalorymetrze – robot musi być „świadomy” w jakiej pozycji termometr się znajduje. Waga w odpowiednich momentach powinna być aretowana, aby wyeliminować problemy z niestabilnością czujników siły. Robot powinien zaczekać z pomiarem do momentu, aż szalka przestanie się huścić. Należało zadbać o to, by robot komunikatami słownymi informował człowieka, jakie czynności ma wykonać. Ponieważ temperatura wody w kalorymetrze się zmienia, pomiaru nie można dokonać jednorazowo. Temperatura jest mierzona przez robota w pętli, co sekundę, a każdy odczyt porównywany jest z poprzednim. Gdy obie wartości okażą się równe, robot „stwierdza”, że temperatura się ustaliła i przyjmuje do obliczeń jej ostatnią wartość.

Robot mierzący ciepło właściwe musi więc po kolei:

1. Zważyć próbkę badanego metalu ( $m_m$ ). Pamiętajmy, że pomiar wykonywany jest bezpośrednio w jednostkach własnych czujnika, które muszą zostać przeliczone na gramy przy użyciu funkcji cechowania ustalonej w poprzednim doświadczeniu. Dotyczy to tak samo pomiaru wszystkich pozostałych mas.
2. Zważyć pusty kalorymetr aluminiowy ( $m_{Al}$ ).
3. Zważyć kalorymetr z wodą i na tej podstawie obliczyć masę wody ( $m_w$ ).



Rys. 5. Przykładowe wyniki pomiarów z dopasowaną krzywą wykładniczą.

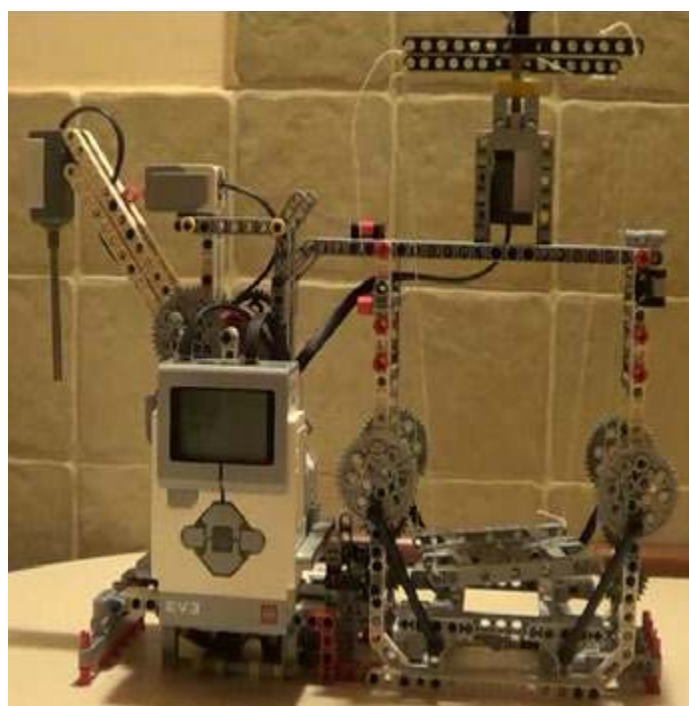
4. Zmierzyć temperaturę początkową wody i kalorymetru ( $T_i$ ). Musi to robić w pętli, ponieważ woda z kranu ma zazwyczaj inną temperaturę niż otoczenie i wskazania termometru muszą się ustabilizować.
5. Zmierzyć temperaturę końcową wody ( $T_f$ ) po włożeniu do kalorymetru próbki metalu wyjętej z wrzątku. Pomiar również wykonywany jest w pętli.
6. Podstawić zmierzone wartości do wzoru wynikającego z bilansu cieplnego

$$c_m = \frac{(c_w m_w + c_{Al} m_{Al})(T_f - T_i)}{m_m (100 - T_f)}$$

i obliczyć ciepło właściwe metalu ( $c_m$ ). Ciepło właściwe wody ( $c_w$ ) i aluminium ( $c_{Al}$ ) traktujemy jako dane.

7. Podać otrzymany wynik w postaci napisu na ekranie lub komunikatu słownego.

Robot taki został skonstruowany, rys. 6, i zademonstrowany na spotkaniu projektowym w Turynie, a następnie w Kownie. Wzbudził wielkie zainteresowanie. Jego działanie można prześledzić na filmie [5].



Rys. 6. Robot mierzący ciepło właściwe metalu.

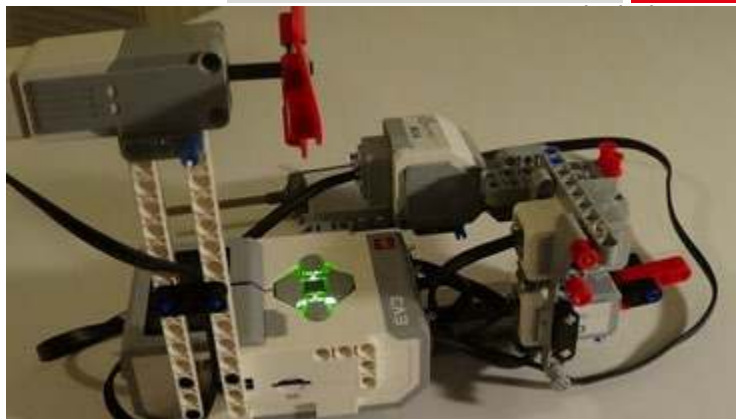
## Inne pomysły

Robot mierzący ciepło właściwe metalu okazał się możliwy do skonstruowania, ale zbyt skomplikowany, aby go zadawać uczniom do samodzielnego zbudowania i zaprogramowania. Aby nie zniechęcać uczniów do projektu, należało opracować tematy łatwiejsze, możliwe do realizacji w ciągu 2 – 3 godzin lekcyjnych. Temu celowi służyły 8 zadań rozłożonych pomiędzy poszczególne zespoły zadaniowe. Dotyczyły one następujących zagadnień:

- Skrzynia biegów (2 wersje). Jeden z silników miał napędzać wał, drugi zmieniać biegi. Na drugiej osi skrzyni należało zamontować czujnik obrotów. Obroty mierzone były też przez silnik napędzający. Należało zbadać, czy stosunek prędkości kątowej wału napędowego i wyjściowego jest zgodny ze stosunkiem ilości zębów odpowiednich kół zębatych.
- Pomiar pola magnetycznego (2 wersje). W zależności od wersji robot poruszał czujnikiem w sąsiedztwie nieruchomego magnesu neodymowego lub poruszał magnesem w sąsiedztwie nieruchomego czujnika. Robot miał badać zależność natężenia pola magnetycznego (w jednostkach własnych czujnika) od odległości od jego źródła.
- Pomiar składowych przyspieszenia grawitacyjnego. Czujnik przyspieszenia mierzy trzy wzajemnie prostopadłe składowe przyspieszenia. Mogą one być związane z ruchem czujnika. Jeśli czujnik jest nieruchomy, mierzy on samo przyspieszenie ziemskie. W zależności od orientacji w przestrzeni, przyspieszenie to będzie się różnie rozkładać na poszczególne składowe. Robot miał za pomocą silników obracać czujnikiem wokół różnych osi i badać, czy zmierzone składowe przyspieszenia są zgodne z przewidywaniami teoretycznymi wynikającymi z kątów obrotu.
- Statyka bryły sztywnej. Należało skonstruować robota zawierającego belkę podpartą na dwóch czujnikach siły. Robot miał przesunąć po belce ciężki przedmiot. Należało zbadać, jak wskazania obu czujników zależą od położenia przedmiotu na belce.
- Sekwencer – pomysł podpatrzony u partnerów z Grecji. Wirujący robot omiata wzrokiem (czyli czujnikiem światła i koloru) podłogę, na którym stoi. Gdy napotka na kolorowy klocek, generuje dźwięk o częstotliwości zależnej od koloru. W ten sposób klocki stają się nutami i można spowodować, że robot zagra określoną melodię.
- Wentylator sterowany czujnikiem temperatury, rys. 7. W zależności od temperatury robot włącza lub wyłącza wentylator albo zmienia jego prędkość kątową. W zależności od zakresu temperatury diody robota świecą różnymi kolorami. Po przekroczeniu 30 °C otwiera się zawór bezpieczeństwa i włącza alarm dźwiękowy.

Zaproponowane tematy spotkały się z dużym zainteresowaniem uczniów. Ich niedokończone dzieła z ubiegłego roku szkolnego zostały sfilmowane i opublikowane na YouTube [5]. Gdy uczniowie dowiedzieli się, że film jest kręcony na potrzeby międzynarodowego projektu i trzeba będzie dodać napisy z tłumaczeniem, sami zaproponowali, że będą mówić po angielsku.

W bieżącym roku szkolnym zadanie zostało powtórzone z nowym rocznikiem uczniów. Powstały konstrukcje



Rys. 7. Wentylator sterowany czujnikiem temperatury.

o wiele lepsze i sprawniej działające. Niestety nie zostały one sfotografowane ani sfilmowane. Zadanie z wentylatorem zostało opracowane w postaci scenariusza lekcji i opublikowane, wraz z kodem źródłowym programu, w dokumentacji projektu i jest teraz tłumaczone przez partnerów zagranicznych na 5 pozostałych języków. Działanie robota wraz z komentarzem autora zostało przedstawione na filmie [6]. Został on również przedstawiony ogółowi nauczycieli podczas warsztatów online, które odbyły się 1 lipca 2020 roku.

## Wnioski i plany na przyszłość

Projekt PROBOT wykazał, że zabawki, jakimi są roboty Lego, mogą zostać z powodzeniem wykorzystane na lekcjach fizyki przy okazji nauki programowania. Ilość potencjalnych zastosowań znacznie wzrasta, jeśli dokupimy do nich niestandardowe czujniki do pomiaru różnych wielkości fizycznych. Dokładność niektórych czujników (np. siły) jest problematyczna, co nie zmienia faktu, że zastosowanie robotów pozwala się bawić fizyką (w sensie dosłownym) w zupełnie nowy sposób. Ograniczeniem jest tutaj wyłącznie wyobraźnia nauczyciela i uczniów.

Przedmiot „klocki programowalne” został wpisany w siatkę godzin III LO w Chorzowie i będzie kontynuowany z kolejnymi rocznikami uczniów do wygaśnięcia liceum trzyletniego. W ostatniej transzy zostały zakupione akcesoria umożliwiające konstruowanie robotów grających w piłkę nożną. Wprowadzenie elementów rywalizacji jeszcze bardziej zwiększa atrakcyjność zajęć i skuteczność nauczania. Należy mieć nadzieję, że wypracowane w projekcie metody uda się również zastosować w liceum czteroletnim.

Materiały dydaktyczne wypracowane w ramach projektu po przetłumaczeniu zostaną one opublikowane do swobodnego wykorzystania przez wszystkie zainteresowane szkoły w krajach uczestniczących w projekcie.

### LITERATURA I ODNOŚNIKI

- [1] A. Ogaza, *Zintegrowane nauczanie przedmiotów ścisłych z perspektywą obliczeniową*, „Fizyka w Szkole”, nr 4/2018, s. 30.
- [2] A. Ogaza, *Zastosowanie elementów pracy badawczej na przykładzie pomiaru współczynnika sprężystości*, „Fizyka w Szkole”, nr 2/2010, str. 30.
- [3] A. Ogaza, *Pomiar przyspieszenia ziemskiego w rzeczywistości szkolnej*, *Fizyka w szkole* nr 4/2015, str. 30.
- [4] Program przetwarzający dane pomiarowe dla kalibracji czujnika siły i efekty jego działania: <https://sage03.icse.us.edu.pl/home/pub/73/>
- [5] Zastosowanie robotów Lego do pomiarów i obliczeń w fizyce: <https://www.youtube.com/watch?v=mk8GxDmuaSY>
- [6] Wentylator Legosterowany czujnikiem temperatury: [https://www.youtube.com/watch?v=wu\\_rOTrrfA4](https://www.youtube.com/watch?v=wu_rOTrrfA4)

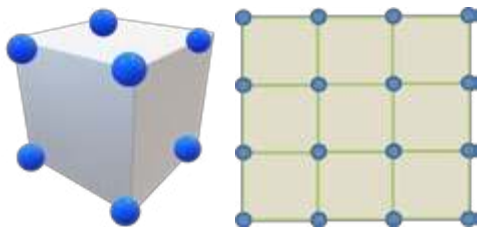
# Van Gogh i inni, czyli fizyka spotyka sztukę.

Marta Wacławczyk, Zofia Wacławczyk

Fizyka i sztuka wydają się być zupełnie odmiennymi dziedzinami. Sztuka zazwyczaj kojarzy się z rozrywką, ma wywoływać u odbiorcy doznania emocjonalne. Fizyka natomiast jest nauką przyrodniczą zajmującą się opisywaniem relacji między wielkościami fizycznymi za pomocą równań. Czy zatem fizyka może mieć coś wspólnego ze sztuką? To jedno z pytań, nad którymi zastanawialiśmy się podczas 24. Festiwalu Nauki na Wydziale Fizyki UW. W tym roku wszystkie spotkania festiwalowe odbywały się on-line i są udostępnione w formie filmów na kanale YouTube<sup>1</sup>.

Okazuje się, że fizyka i sztuka mają u swoich podstaw wspólny element. W obu dziedzinach istotna jest obserwacja i odwzorowanie środowiska, w którym żyjemy. To odwzorowanie w przypadku sztuki może przybrać formę rysunku, w przypadku fizyki – równania, idea pozostaje jednak ta sama.

Zarówno w fizyce jak i w sztuce istotną rolę odgrywają symetrie. W krytalografii symetria oznacza powtarzanie się jednakowych części (komórek elementarnych) krysz-



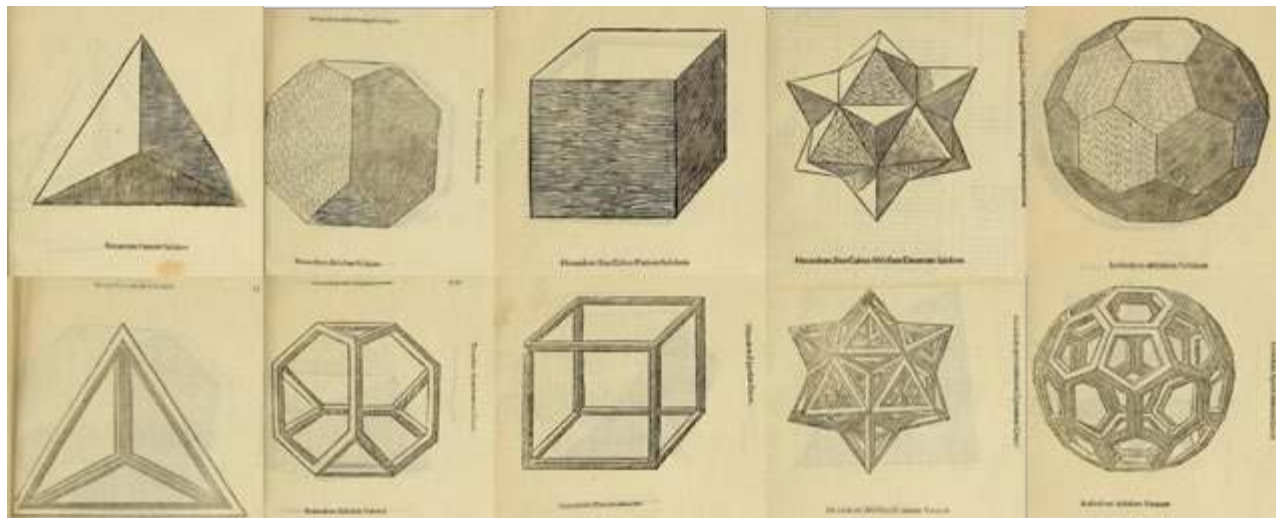
Rys. 1. Sześcienna komórka elementarna regularnego układu krytalograficznego.

tału. Przesunięcie kryształu o pewną odległość lub jego obrócenie o pewien kąt tak, aby jego pozycja końcowa była nieodróżnialna od pozycji początkowej, nazywa się przekształceniem symetrycznym.

Przekształceniem symetrycznym kryształu o układzie regularnym, czyli z komórkami w kształcie sześcianów, będzie na przykład obrót o kąt 90 stopni w odpowiedniej płaszczyźnie (Rys. 1). Istnieją również symetrie równań. Są to takie przekształcenia zmiennych, po wprowadzeniu których postać równania nie ulega zmianie. Pełnią one bardzo ważną funkcję w fizyce, ponieważ często na ich podstawie możliwe jest wyprowadzenie zależności między zmiennymi opisującymi zjawisko.

Jedną z dziedzin sztuki jest architektura, która w oczywisty sposób musi korzystać z symetrii, aby planowane budowle były możliwie wytrzymałe i trwałe, ale również po to, by nadać budynkom charakter estetyczny i dekoracyjny. Symetrie występują prawie w każdym rodzaju sztuki, ponieważ są podstawą udanej kompozycji. Można je zaobserwować na przykład na wyrobach ceramicznych lub w mozaikach złożonych z powtarzających się ornamentów.

Symetrie odgrywają znaczącą rolę w twórczości znanego malarza epoki renesansu – Leonarda Da Vinci. Jego najbardziej rozpoznawalny szkic, „Człowiek Wirtuwiański” przedstawia oparte na symetriach, idealne proporcje ludzkiego ciała. Do zainteresowań Leonarda Da Vinci, oprócz malarstwa i rysunku, należała również inżynieria i matematyka. Spuścizną tego genialnego twórcy jest szereg szkiców przedstawiających maszyny latające, stroje do nurkowania, maszyny obłężnicze, urządzenia hydrauliczne i wiele innych. Jego notatki zawierają szczegółowe opisy szeregu eksperymentów, które prowadził.



Rys. 2. Ilustracje Leonarda Da Vinci z książki Luci Pacioli „De Divina Proportione”<sup>2</sup>. (domena publiczna)



Rys. 3: Vincent Van Gogh „Gwiaździsta noc” (lewy rysunek). Zdjęcie Teleskopu Hubble’a<sup>3</sup>. (prawy rysunek).

Leonardo Da Vinci studiował geometrię pod okiem średniowiecznego matematyka Lucii Pacioli i wykonał ilustracje do jego książki<sup>2</sup> „O boskiej proporcji” („De Divina Proportione”), Rys. 2. Twórca ten odkrył również perspektywę dwuzbiegową, która otworzyła przed artystami nowe możliwości przedstawienia przestrzeni na obrazach. Leonardo Da Vinci był dosłownie i w przenośni „człowiekiem renesansu”, czyli osobą, która zajmuje się wieloma dziedzinami wiedzy, jest zarówno artystą jak i naukowcem.

Zdarza się, że dzieła znanych twórców są inspiracją dla fizyków, otwierają nowe kierunki badań. Wiele uwagi poświęcono m.in. obrazom XIX-wiecznego holenderskiego twórcy, Vincenta van Gogha. Jego „Gwiaździsta noc” przedstawia widok wioski oraz nocnego nieba nad nią. Księżyc i nienaturalnie powiększone gwiazdy otoczone są jasną poświatą. Porównywano ją ze zdjęciem Teleskopu Hubble’a przedstawiającym pył międzygwiazdowy w pobliżu czerwonego nadolbrzyma<sup>3</sup> (Rys. 3).

Spiralne mgławice na obrazie van Gogha przypominają zjawisko niestabilności Kelvina-Helmholtza, które czasem oglądać można na niebie. Występuje ono w sytuacji, gdy dwie, równoległe strugi płynu poruszają się z różnymi prędkościami. W płaszczyźnie zetknięcia strug tworzą się charakterystyczne struktury wirowe.

Grupa naukowców przeprowadziła dokładną analizę obrazów van Gogh’a<sup>4</sup>. Badali oni cyfrowy zapis obrazu w paletce RGB (red, green, blue) i wyznaczyli statystyki luminancji, określonej wzorem

$$L = 0,299R + 0,587G$$

Wartości (0,0,0) w paletce RGB definiują kolor czarny, a wartości (255,255,255) kolor biały. Okazuje się, że statystyki luminancji bardzo przypominają statystyki prędkości w przepływie turbulentnym, czyli wirowym. Szczególnie dobrą zgodność zaobserwowano w obrazie „Gwiaździsta noc”, jak również w kilku innych dziełach powstałych w schyłkowym okresie życia artysty.

Innym ciekawym artystą łączącym dziedziny sztuki i fizyki był meksykański malarz David Alfaro Siqueiros, który stworzył technikę nazywaną „accidental painting”.

Wykorzystuje ona różnice gęstości różnych rodzajów farb. Twórca najpierw wylewał na płótno farbę o mniejszej gęstości, a następnie na nią farbę o innym kolorze i o większej gęstości. Cięższa farba po krótkim czasie spływała na dno, w efekcie tworząc interesujące wzory. W fizyce taka interakcja dwóch substancji jest nazywana niestabilnością Rayleigha-Taylor’a.

Willem de Kooning to inny malarz, który wykorzystywał własności fizyczne farby, aby uzyskać interesujące efekty w swoich pracach. Stosował on mieszkankę farby olejnej z wodą, tak aby stworzyć zawiesinę, która nadała obrazowi niecodzienną teksturę.

W czasach współczesnych istnieją organizacje, dzięki którym naukowcy i artyści mogą pracować razem nad interdyscyplinarnymi projektami. Jednym z nich jest „Institute of making”<sup>5</sup> stworzony przez brytyjskich naukowców i artystów, profesora Marka Miodownika, Zoe Laughlin i Martina Conreena. Jest to klub badawczy dla wszystkich zainteresowanych procesem tworzenia, dla twórców obiektów w skali molekularnej, jak również architektów budynków, dla osób zainteresowanych produkcją nowych syntetycznych materiałów, technologią żywności, urbanistyką i wieloma innymi dziedzinami. W instytucie tym zachęca się wszystkich użytkowników do zaangażowania w design, technologię, historię, filozofię, sztukę i inżynierię tworzenia.

Sam proces tworzenia, wymyślenia jest również tym co najbardziej łączy artystów i naukowców. Wiele z ich znanych dzieł przyczyniło się do rozwoju ludzkości. Wbrew pozorom więc fizyka i sztuka mają ze sobą wiele wspólnego.

#### LITERATURA

- [1] Kanał youtube Festiwalu Nauki na Wydziale Fizyki UW. <https://www.youtube.com/channel/UCYkoghm8yyHQ2qc4bzVi2wA>
- [2] Luca Pacioli, „De Divina Proportione”, wyd. 1509.
- [3] Zdjęcie Teleskopu Hubble’a: <https://hubblesite.org/contents/media/images/2004/10/1491-Image.html>
- [4] J. L. Aragón, Gerardo G. Naumis, M. Bai, M. Torres, P.K. Maini „Turbulent Luminance in Impassioned van Gogh Paintings”, J Math Imaging Vis (2008) 30: 275–283 DOI 10.1007/s10851-007-0055-0.
- [5] Institute of Making: <https://www.instituteofmaking.org.uk>

# Zjawiska zderzeń w makro i mikroświecie.

Julian Płoszajski

Prawdopodobnie wszyscy czytelnicy wiedzą, że materia składa się z atomów, które można sobie wyobrazić jako bardzo małe obiekty kuliste. Atomy mogą łączyć się w cząsteczki, których kształt zależy od liczby i rodzaju atomów.

Większość czytelników wie, że np. powietrze jest mieszaniną: azotu  $N_2$ , tlenu  $O_2$ , dwutlenku węgla  $CO_2$ , pary wodnej  $H_2O$ , ozonu  $O_3$  itp. Z lekcji chemii wiemy, że cząsteczki tych gazów mają różne kształty, ale są to dalej obiekty tylko trochę większe od pojedynczego atomu.

Jeżeli w warunkach pokojowych w hermetycznym pomieszczeniu zawierającym powietrze, o ścianach mających te same temperatury – wykluczamy konwekcję, umieścimy źródło zapachu, to po jakimś czasie zapach będzie wyczuwalny w całym pomieszczeniu. Zjawisko to ma nazwę dyfuzji i przekonuje nas, że cząsteczki gazów są ruchome. Wiemy również, że w pojemniku o objętości  $22,4 \text{ dm}^3$ , cząstek jest bardzo dużo – około  $10^{23}$ . Musimy więc uznać, że często się zderzają i założyć, że są to zderzenia sprężyste – cząsteczki nie łączą się – bo gdyby takie nie były, to nastąpiłaby kondensacja, której w tych warunkach nie obserwujemy.

Kolejnym przykładem mogą być cząstki subatomowe, których rozmiary w porównaniu z atomami, są o wiele rzędów mniejsze, a nawet niektóre możemy traktować jako punkty materialne. One również bardzo często ulegają zderzeniom, a nawet cała wiedza o nich pochodzi z obserwacji tych zderzeń. LHC – Large Hadron Collider – największy na świecie akcelerator służy do przyśpieszania i „obserwacji” zderzeń protonów.

W makroświecie, w którym żyjemy na co dzień obserwujemy wielką różnorodność kształtów, barw, zjawisk,

ruchów, idei, poglądów, itp. Gdy interesujemy się mikroświatem, generalne pierwsze wrażenie jest takie, że obiekty są bardzo małe, są ruchome oraz bardzo często ulegają zderzeniom. Widać, że zderzenia w mikroświecie odgrywają bardzo istotną rolę i aby zrozumieć mikroświat trzeba zapoznać się ze zjawiskami zderzeń.

Nie możemy tutaj opisywać tych zderzeń w ich naturalnym języku mechaniki kwantowej, bo wymagałoby to zbyt długiego wstępu. Czy jednak nie można by wyrobić sobie jakiegoś wyobrażenia studiując zderzenia, które można obejrzeć na własne oczy? Każdy ma pojęcie o ruchu bil na stole bilardowym, każdy próbował grać w ping-ponga, każdy przecież widział mecz tenisa ziemnego. W każdym z tych wydarzeń obserwujemy zderzenia okrągłych przedmiotów ze sobą lub odbijających się od raket czy krawędzi stołu. Zderzenia, o których mówimy mają charakter sprężysty, gdyż kształt obiektów i ich energia – zachowują się.

Aby zapoznać się ze zjawiskami zderzeń w skali makro, ze względów dydaktycznych, dyskusję zaczniemy od zderzeń niesprężystych. W wyniku takich zderzeń obiekty łączą się i poruszają jako jeden obiekt. Zderzających się obiektów może być kilka, ale my ograniczymy się do zderzeń dwuciałowych. Przykładem mogą być dwie kule plasteliny podwieszona na niciach o jednakowej długości, które po odchyleniu nabierają prędkości, zderzają się i łączą.

Świetnym modelem zderzenia niesprężystego jest zderzenie dwóch kropli rtęci. Obserwacje zdarzeń można wykonać na czystej, poziomej powierzchni szklanej. Krople powinny być małe, o objętości około  $(0,5-1,0) \text{ mm}^3$ . Rtęć nie zwilża szkła – menisk wypukły – więc mała kropla dzięki napięciu powierzchniowemu przyjmuje kształt kulisty, lekko spłaszczony pod własnym ciężarem. Kul-

kę taką łatwo wprawić w ruch prostokątnym szkiełkiem mikroskopowym. Jasne, że przy zabawie w tego ręcznego cymbargaja trzeba zachować dużą ostrożność – ręcz może być bardzo niebezpieczna. Doświadczenie należy przeprowadzić na dworze pod okiem doświadczonego eksperymentatora.

Do ilościowej analizy zderzeń niesprężystych użyjemy prawa zachowania pędu w układzie dwóch ciał. Możemy przypomnieć na czym ono polega, uwzględniając od razu sytuację, w której ją zastosujemy. Po horyzontalnym torze poruszają się dwie kule w tą samą stronę, kula 1 porusza się prędzej niż 2, więc musi dojść do zderzenia. Siły zewnętrzne działające na kule – ich ciężary, są równoważone przez reakcje podłoża, czyli ich suma jest równa zero. W momencie zderzenia siły oddziaływania wewnętrznego spełniają trzecią zasadę dynamiki. W tych warunkach suma pędów przed i pęd po zderzeniu są takie same.

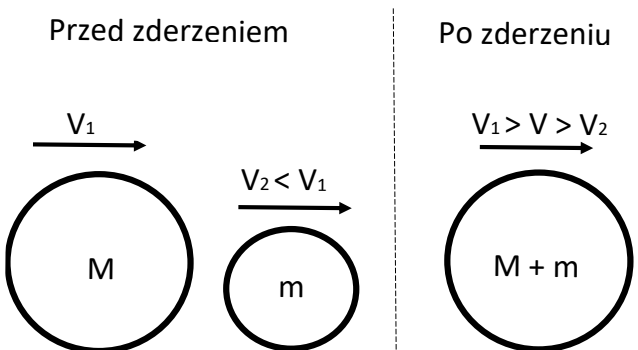
Dyskutowaną sytuację wyobraża rys. 1. Widać, że w wyniku zderzenia niesprężystego powstaje kula o sumarycznej masie. Aby pęd przed i po zderzeniu pozostał taki sam, strata pędu kuli szybszej musi być równa przyrostowi pędu kuli wolniejszej. Jeżeli prędkość kuli po zderzeniu oznaczymy  $v$ , to zmiana pędu kuli pierwszej wyniesie:  $m_1 v_1 - m_1 v$ , a drugiej  $m_2 v - m_2 v_2$ . Ponieważ muszą być one równe, łatwo jest obliczyć szukaną prędkość:

$$v = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} \quad [1]$$

Otrzymany wynik przetestujemy w różnych sytuacjach:

- Jeżeli masy obu kul są takie same, to prędkość wypadkowa jest średnią arytmetyczną obu kul.
- Jeżeli obie masy są jednakowe, a druga kula spoczywa to prędkość kuli po zderzeniu równa jest połowie prędkości kuli ruchomej.
- Warto się zastanowić: co się zdarzy, gdy mała kula zderzy się z wielokrotnie większą? Intuicja podpowiada, że ruch dużej kuli nie zmieni się! Co potwierdza rachunek [2]. W obliczeniach uwzględniamy fakt, że  $\frac{m_1}{m_2} \approx 0$ .

$$v = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} = \frac{m_2 \left( \frac{m_1}{m_2} v_1 + v_2 \right)}{m_2 \left( \frac{m_1}{m_2} + 1 \right)} = v_2 \quad [2]$$



Rys. 1. Zderzenia niesprężyste

- Ciekawe jest, co stanie się, gdy prędkości  $v_1$  oraz  $v_2$  zwrócone są przeciwnie. Dla takich samych mas i prędkości, licznik [1] staje się równy zero, zatem kula powstała w wyniku zderzenia zatrzymuje się.

Zderzenia niesprężyste mają zastosowanie praktyczne do wyznaczania prędkości pocisków wystrzelianych z broni palnej. Używane jest w tym celu wahadło balistyczne. Poruszający się z nieznaną prędkością  $v$  pocisk kierowany jest centralnie w stronę masywnej drewnianej belki, w której pocisk grzęźnie. Belka podwieszona jest na linkach, jak na rysunku rys. 2. Pocisk nadaje pewną prędkość  $V$  belce, która dzięki więzom unosi się na wysokość  $h$ . Korzystając z zasady zachowania pędu wyznaczamy prędkość belki  $V$ :

$$V = \frac{mv}{m + M} \quad [3]$$

Prędkość  $V$  obliczamy z zasady zachowania energii mechanicznej:  $V = \sqrt{2gh}$ . Wtedy

$$v = \frac{M + m}{m} \sqrt{2gh} \quad [4]$$

Widać, że zderzenia niesprężyste mogą mieć niecodzienne, jednak pożyteczne zastosowania. Niestety ze zderzeniami niesprężystymi, najczęściej spotykamy się w czasie kolizji komunikacyjnych, których skutki są zawsze kosztowne i często tragiczne.

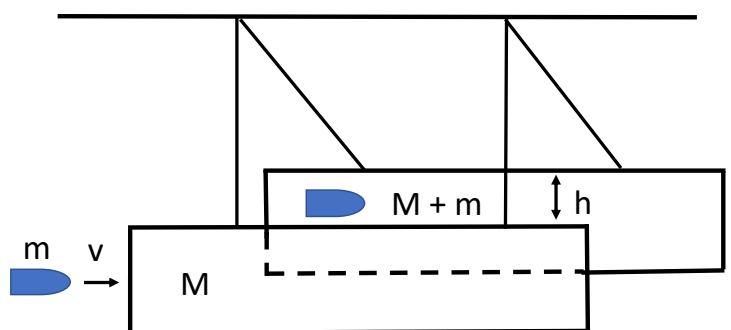
Zbadajmy teraz co dzieje się z energią w wyniku zderzenia niesprężystego. Początkowa energia kinetyczna obu ruchomych kul wynosi:

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} \quad [5]$$

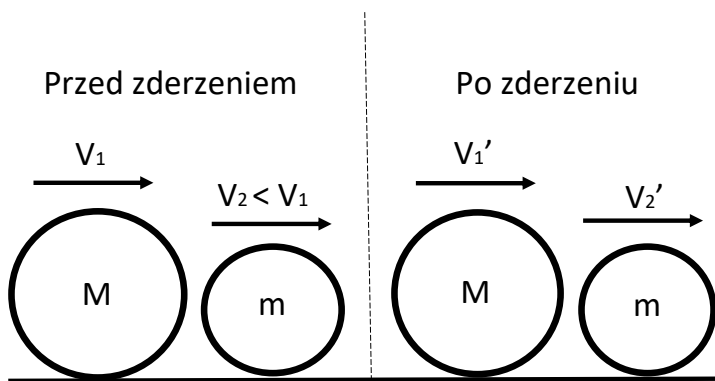
Po zderzeniu energia kinetyczna wyraża się wzorem:

$$\frac{(m_1 + m_2) v^2}{2} \quad [6]$$

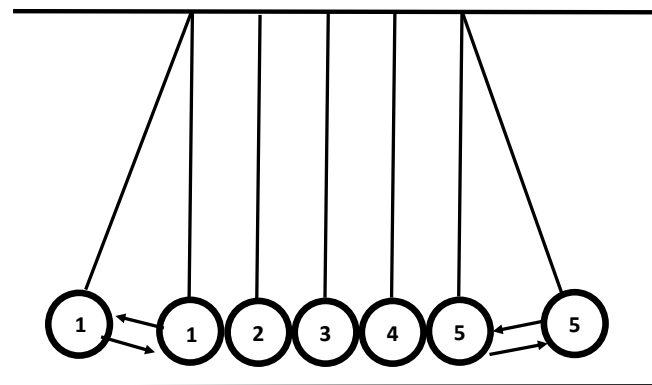
Podejrzewamy, że energia kinetyczna przed zderzeniem jest większa niż po zderzeniu. Potwierdzenie tego faktu uzyskujemy przez rozwiązanie nierówności: [5] > [6], która prowadzi do prawdziwego wniosku, że prędkość kuli goniącej jest większa niż kuli doganianej. Wskazuje to, że energia kinetyczna w zderzeniu niesprężystym nie zachowuje się. Co się więc dzieje z resztą początkowej energii kinetycznej? Zamienia się ona w ciepło w momen-



Rys. 2. Wahadło balistyczne



Rys. 3. Zderzenie sprężyste



Rys. 4. Kołyska Newtona

cie łączenia się obu kul. Można też zaobserwować efekt dźwiękowy.

Rozważmy teraz zderzenie centralne sprężyste dwu kul poruszających się dokładnie, jak poprzednio. Zjawisko będzie przebiegać dwuetapowo. W etapie pierwszym kule oddziałują ze sobą odkształcając się wzajemnie – trzecia zasada dynamiki – i przez chwilę podróżują razem z prędkością [1] jak w zderzeniu niesprężystym.

Gdy odkształcenie osiągnie maksimum, rozpoczyna się etap drugi, w którym kule odpychają się w wyniku czego oddalają się od siebie. W etapie pierwszym kula 1 przekazuje kuli 2 pęd  $m_2 v_2 - m_2 v$ , a w drugim ponownie taki sam pęd. Zatem po zderzeniu kula 2 posiada pęd  $m_2 v_2' = m_2 v_2 + 2(m_2 v - m_2 v_2)$ , gdzie  $v_2$  to prędkość kuli 2 po zderzeniu. W tym samym czasie kula 1 traci dwukrotnie pęd  $m_1 v_1 - m_1 v$ , zatem po zderzeniu ma ona pęd  $m_1 v_1' = m_1 v_1 - 2(m_1 v_1 - m_1 v)$ , gdzie  $v_1'$  oznacza prędkość kuli 1 po zderzeniu. Zatem otrzymujemy wynik końcowy w rachunkowo wygodnej postaci:

$$\begin{aligned} v_1' &= 2v - v_1 \\ v_2' &= 2v - v_2 \end{aligned} \quad [7]$$

gdzie trzeba tylko pamiętać, że  $v$  wyrażone jest wzorem [1].

Przedyskutujmy różne warianty zderzeń sprężystych:

1. Załóżmy, że obie kule mają takie same masy. Z [1] wynika, że  $v$  jest średnią arytmetyczną prędkości kul, a po podstawieniu do [7] otrzymujemy  $v_1' = v_2$  oraz  $v_2' = v_1$ , czyli kule wymieniają się prędkościami.

2. Jeżeli przy równych masach kula 2 spoczywa, a kula 1 zatrzymuje się, a kula kontynuuje ruch z prędkością 1. Zjawisko to można znakomicie obserwować za pomocą kołyski Newtona.

3. Zbadajmy zderzenie sprężyste kuli ze ścianą, gdy prędkość kuli jest prostopadła do ściany. Masa ściany  $M$  jest taka, że możemy przyjąć, że  $\frac{m}{M} \approx 0$ , gdzie  $m$  masa kuli. Z [7] i [1] wynika, że

$$v_1' = 2v - v_1 = 2 \frac{mv_1}{M+m} - v_1 = 2 \frac{mv_1}{M \left(1 + \frac{m}{M}\right)} - v_1 = -v_1$$

co oznacza, że kula odbita wraca z tą samą prędkością.

4. Jasne, że najczęściej kula odbija się od ściany pod jakimś kątem, np.  $\alpha$ . Ilustruje to Rys. 4. Prędkość kuli można rozłożyć na składowe: równoległą i prostopadłą do ściany. W chwili zderzenia składowa równoległa nie zmienia się, a składowa prostopadła zmienia znak na przeciwny. Z geometrii widać, że kula odbija się pod tym samym kątem  $\alpha$ , z czego korzystają bilardziści, tenisiści i itp. Ciekawe jest, że fotony, czyli cząstki światła wykazują dokładnie takie samo prawo, że kąt padania jest równy kątowi odbicia!

Rozważania o zderzeniach moglibyśmy kontynuować dalej, zastanawiając się nad zderzeniami sprężystymi niecentralnymi itp. Jednak zgromadziliśmy już dość wiedzy, aby pokusić się o jej konkretne zastosowanie w mikroświecie.

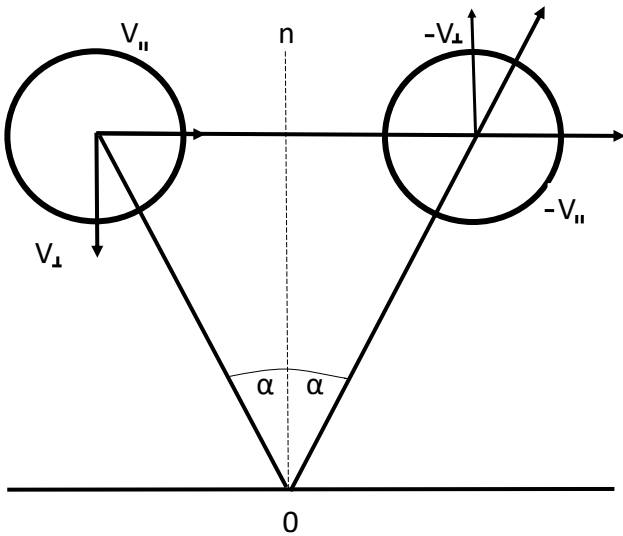
Wróćmy do gazu, który jest zbiorowiskiem cząstek obdarzonych ruchem. Zamknijmy gaz w sześciennym naczyniu o krawędzi " $L$ "; wtedy powierzchnia każdej ściany wynosi " $L^2$ ", a objętość " $L^3$ ". Jeżeli cząstek jest  $N$ , każda o masie  $m$ , to masa gazu wynosi  $M = Nm$ .

Cząsteczki gazu poruszają się zupełnie chaotycznie, jednak każda prędkość może być rozłożona na składowe  $\vec{v} = [v(x), v(y), v(z)]$ . Jeżeli obliczymy wartości średnie dla wszystkich składowych, to powinny być one sobie równe; każda ściana bowiem, jest atakowana tak samo, gdyż ciśnienia wywierane na wszystkie ściany są równe. Wartość średnią składowej prędkości wzdłuż osi  $x$  oznaczmy  $\langle v(x) \rangle$ . Podobnie moglibyśmy oznaczyć składowe wzdłuż osi  $y$  i  $z$ . Pęd średni cząstki atakującej ścianę prostopadłą do osi  $x$  oznaczmy  $\langle p(x) \rangle = m \langle v(x) \rangle$ . Składowa średnia pędu po odbiciu zmienia się na przeciwny, zatem przyrost pędu po zderzeniu wynosi:

$$\Delta \langle p(x) \rangle = m \langle v(x) \rangle - (-m \langle v(x) \rangle) = 2m \langle v(x) \rangle \quad [9]$$

W czasie odbicia cząstka działa na ścianę z pewną siłą. Oznaczmy uśrednioną siłę, która działa na ścianę w czasie, gdy wszystkie składowe  $x$  prędkości muszą zaatakować ścianę jeden raz przez  $\langle F(x) \rangle$ . Czas ten wynosi

$$\Delta t = \frac{2L}{\langle v(x) \rangle}. \text{ Zgodnie ze znaną regułą } F \Delta t = \Delta p \text{ otrzymujemy:}$$



Rys. 5. Zderzenie sprężyste ze ścianą pod kątem.

$$\langle F \rangle \frac{2L}{\langle v(x) \rangle} = 2m \langle v(x) \rangle \quad [10]$$

co po podzieleniu obustronnym przez " $L^3$ " daje nam:

$$\frac{\langle F \rangle}{L^2} = 2N \left( \frac{m \langle v(x) \rangle^2}{2} \right) \frac{1}{L^3} \quad [11]$$

Jeżeli użyjemy dobrze znanych symboli, to [11] będzie wyglądać jak:

$$PV = 2NE_k(x) \quad [12]$$

Po uwzględnieniu faktu, że średnia energia związana z każdą składową prędkości jest taka sama, otrzymujemy:

$$PV = \frac{2}{3} NE_k(x, y, z) \quad [13]$$

Ponieważ energia kinetyczna nie może być ujemna, możemy zaryzykować proporcję:  $E_k(x, y, z) = CT$  gdzie  $C > 0$  i  $T > 0$ . Otrzymujemy wtedy równanie stanu gazu doskonałego:

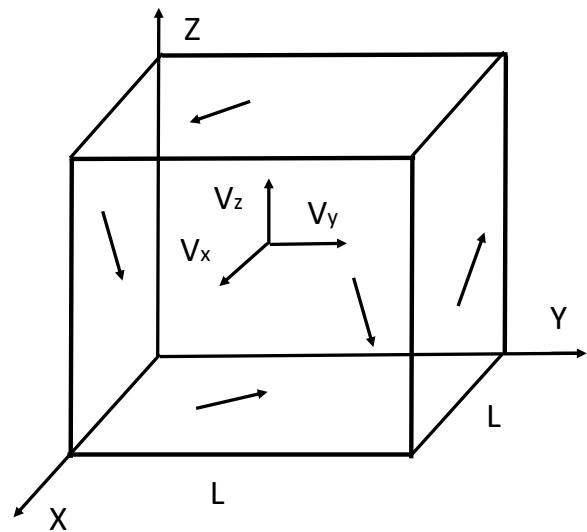
$$PV = \frac{2}{3} NCT \quad \text{albo} \quad \frac{PV}{T} = \frac{2}{3} NC = const \quad [14]$$

Gdzie  $T$  okazuje się być temperaturą w skali Kelvina.

Z powyższych rozważań możemy wnioskować, że im wyższa jest temperatura gazu tym energia cząstek i ich prędkości są większe. Podobnie jest z wodą gotowaną na herbatę. Wyprowadzając wzór [14] uwzględnialiśmy fakt, że energia związana z każdą składową prędkości cząstki jest taka sama, tzn. odkryliśmy zasadę ekwipartycji energii.

Interesujące jest, że udało się nam odkryć związek między temperaturą, czyli wielkością fizyczną z którą mamy codzienny kontakt, a czymś co dotyczy budowy i zachowania elementów mikroświata.

Dokonałiśmy tego w oparciu o doświadczenie wyniesione ze świata, który możemy oglądać na własne oczy. Zastanawiające jest, że stosując zasady mechaniki Newtona do układu mikroświata, można uzyskać sensowny wy-



Rys. 6. Model pojemnika z gazem.

nik. Natychmiast pojawia się wątpliwość w stylu brzytwy Ockhama. Jeżeli tak, to po co nam mechanika kwantowa?

Odpowiedź uzyskujemy właśnie dzięki niej. Cząsteczki w gazie są tak naprawdę paczkami falowymi. W wysokich temperaturach mogą być traktowane jak kule bilardowe, ponieważ ich rozmiary są dużo mniejsze od średnich odległości cząsteczkowych. Jednak w miarę jak temperatura maleje, paczki falowe zaczynają się rozszerzać oraz wzajemnie przekrywać. W tych okolicznościach trzeba uwzględnić efekty kwantowe. Oznacza to, że w niskich temperaturach, zwłaszcza blisko zera bezwzględnego nasze rozumowanie jest nieuprawnione. Na szczęście nasze życie upływa w temperaturach bliskich 300K i gazu w takich warunkach nasze rozważania dotyczyły, więc były uprawnione

Można się jeszcze zastanowić nad zmianą rozmiarów paczek falowych wraz z temperaturą. Rozmiar przestrzennej paczki falowej zależy od długości fali de Broglie'a  $\lambda = h/p$ , gdzie  $h$  to stała Plancka, pojawiająca się, gdy „myślimy kwantowo”, a  $p$  to pęd cząstki. Z naszych rozważań wiemy, że pęd cząstek maleje wraz temperaturą. Nic dziwnego, że długość fali wtedy rośnie.

W zasadzie można by zakończyć te rozważania, gdyby nie pewien błąd logiczny dotyczący ostatnich „kwantowych” wyjaśnień. Użyliśmy w nich nieznanego pojęcia „paczki falowej” w celu wyjaśnienia niezrozumiałej sytuacji. Aby wytłumaczyć się, można powiedzieć, że pojęcie to należy kojarzyć z cząstką w sensie kwantowym. Po głębsze wyjaśnienia można sięgnąć do podręcznika mechaniki kwantowej.

#### LITERATURA:

- [1] A. Piekara, Mechanika ogólna, PWN, 1967, s.129 – 135.
- [2] R. Resnick, Y.D. Halliday, Fizyka, tom I, PWN, 1973, s.275.
- [3] E. M. Rogers, Fizyka dla dociekliwych, PWN, E.M. 1981.
- [4] K. Huang, Podstawy fizyki statystycznej, Wydawnictwo Naukowe PWN, 2006, s.93.

# Nietypowe zadania z kondensatorami i sposoby ich rozwiązywania

Czesław Surowiec

Niekiedy podczas rozwiązywania zadań z kondensatorami zdarzają się błędy dotyczące związku między ich potencjałem i ładunkiem. Celem tego opracowania jest zwrócenie uwagi, że związki te mogą przyjmować różną postać. Rozpatrzmy przypadki:

1. Między przewodnikami może istnieć różnica potencjałów przy jednoczesnym braku ładunku na nich.
2. Różnica potencjałów między przewodnikami wynosi zero, a przewodniki mogą być naładowane.
3. Najczęściej spotykany przypadek, że przewodniki są naładowane i między nimi występuje różnica potencjałów.

Ostatni przypadek dotyczy sytuacji, kiedy dwa odosobnione przewodniki (w ich otoczeniu nie ma innych) są naładowane jednakowymi co do wartości ładunkami o przeciwnych znakach. W takim układzie różnica potencjałów  $U$  powstała między przewodnikami i jest proporcjonalna do ich ładunków  $U \sim q$ , lub

$$q = C \cdot U \quad (1)$$

gdzie współczynnik proporcjonalności  $C$  nazywamy pojemnością przewodnika. Pojemność przewodników zależy od:

- a) Rozmiarów przewodników.
- b) Kształtu przewodników.
- c) Wzajemnego ich położenia.
- d) Przenikalności elektrycznej otaczającego ich ośrodka.

Zależność liniowa między różnicą potencjałów i ładunkiem nie ma charakteru uniwersalnego. Zachowuje się tylko wtedy, kiedy nie występuje wpływ innych przewodników i ładunki na przewodnikach są równe i mają przeciwne znaki, lub inaczej mówiąc, jeśli linie pola elektrycznego wychodzące z jednego przewodnika zamykają się na innym. Typowym przykładem takiego układu jest kondensator, który jest układem dwóch przewodników oddzielonych dielektrykiem, którego grubość jest zazwyczaj mała w porównaniu z rozmiarami przewodników tworzących kondensator.

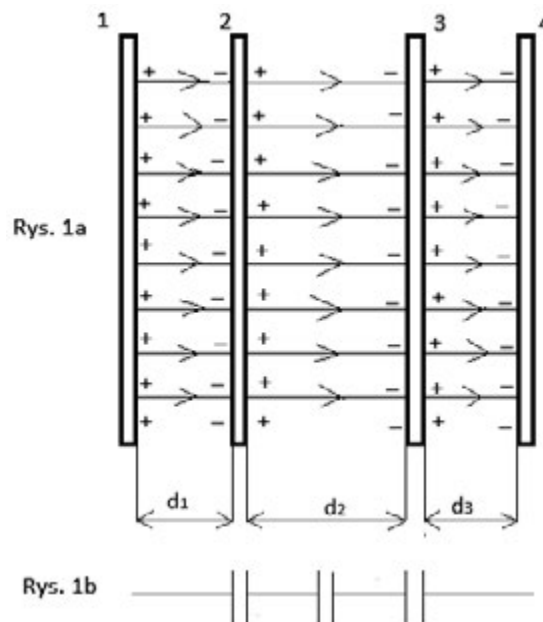
Nietypowość dotyczy zadań rozwiązanych w opracowaniu dla trzech omówionych przypadków oraz tych, które należy rozwiązać. Zadania tego typu sprawiają rozwiązującym duże trudności i często są rozwiązywane błędnie.

Pierwszy przykład jest ilustracją przypadku pierwszego, kiedy przewodniki nie są naładowane, a występuje między nimi różnica potencjałów.

## Przykład 1.

Dwie metalowe nienaładowane płytki 2 i 3 umieszczono wewnątrz naładowanego kondensatora płaskiego

(rys. 1a). Wewnątrz kondensatora istnieje jednorodne pole elektryczne o wartości natężenia  $E_0$ . Ile wynosi różnica potencjałów między płytkami 2 i 3, jeśli odległość między nimi wynosi  $d$ ?



## Rozwiązanie.

Płytki 2 i 3 stanowią formalnie kondensator, ale nie są odosobnione, ponieważ znajdują się wewnątrz naładowanego kondensatora (rys. 1a). Dlatego zależność (1) nie jest dla nich spełniona. Na płytce 2 i 3 nie ma ładunków, a różnica potencjałów jest różna od zera. Obliczymy tę różnicę potencjałów dwoma sposobami.

## Sposób 1.

Początkowo nie wykorzystamy pojęcia pojemności, a wykorzystamy tylko określenie różnicy potencjałów. Zgodnie z definicją różnica potencjałów między płytką 2 i 3 jest liczbowo równa pracy wykonanej przy przemieszczeniu jednostkowego ładunku z płytki 2 na płytkę 3. Zewnętrzne pole na płytkach 2 i 3 spowoduje rozdzielanie ładunków, przy czym lewe ich powierzchnie naładują się ujemnie a prawe dodatnio (rys. 1a). Pole między płytkami pozostanie  $E_0$ , a gęstość powierzchniowa ładunku na nich wyniesie  $\sigma$ , przy czym

$$\sigma = \varepsilon_0 \cdot E_0 \quad (2)$$

Zainteresowanym polecam wyprowadzenie tej zależności.

Różnica potencjałów między płytkami wynosi

$$\Delta V = E_0 \cdot d_2$$

**Sposób 2.**

Obliczymy różnicę potencjałów wykorzystując pojęcie pojemności. Nasz układ czterech płytek jest równoważny układowi trzech kondensatorów połączonych szeregowo przedstawionym na rys. 1b. Każdą z płytek 2 i 3 można rozdzielić na dwie części zachowując na każdej z nich ładunek, a ponieważ każda z nich ma taki sam potencjał to można je połączyć. Pojemność całego układu płytek wyniesie

$$C_{1,4} = \frac{\epsilon_0 S}{d_1 + d_2 + d_3}$$

gdzie  $S$  powierzchnia każdej płytki.

Różnica potencjałów między nimi wyniesie

$$U_{1,4} = E_0 (d_1 + d_2 + d_3)$$

a ładunek

$$q = C_{1,4} \cdot U_{1,4} = \epsilon_0 \cdot E_0 \cdot S$$

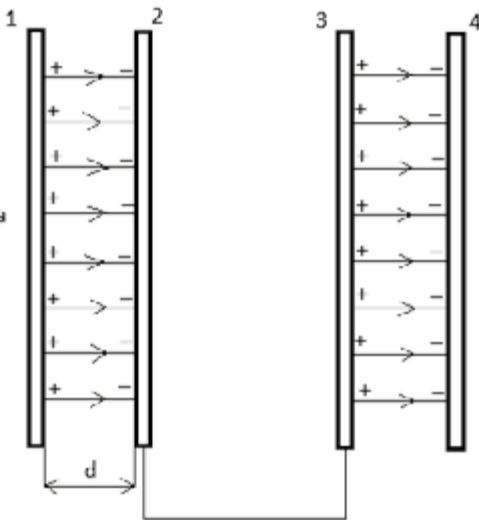
Przy szeregowym łączeniu kondensatorów ładunki na nich są równe, dlatego napięcie na kondensatorze 2, 3 wyniesie

$$U_{2,3} = \frac{q}{C_{2,3}} = \frac{\epsilon_0 \cdot E_0 \cdot S}{\frac{\epsilon_0 \cdot S}{d_2}} = E_0 \cdot d_2$$

Przykład 2 dotyczy przypadku drugiego, kiedy na okładkach kondensatora są ładunki, a różnica potencjałów między nimi wynosi zero.

**Przykład 2.**

W układzie płytek rozpatrywanych w przykładzie 1 łączy płytki 2 i 3 przewodnikiem. Jaki ładunek elektryczny pojawi się na nich?



Rys. 2a

Rys. 2b

**Rozwiązanie.**

Jeśli płytki połączymy przewodnikiem, to różnica potencjałów między nimi wyniesie zero, a na nich pojawiają

się równe co do wartości, ale o znakach przeciwnych ładunki (rys. 2a). Zadanie rozwiążemy dwoma sposobami jak w przykładzie pierwszym.

**Sposób 1.**

Ponieważ różnica potencjałów wynosi zero, to i natężenie pola elektrycznego pomiędzy płytkami 2 i 3 wynosi zero. Pole to jest wypadkową pól wytwarzanych przez kondensator i ładunki na płytkach 2 i 3. Jeśli na płytce drugiej znajduje się ładunek  $-q$  a na trzeciej  $+q$ , wówczas wypadkowe pole między płytkami 2 i 3 wynosi

$$E_0 - \frac{q}{\epsilon_0 \cdot S} = 0$$

stąd otrzymamy

$$q = \epsilon_0 \cdot S \cdot E_0$$

**Sposób 2.**

Rys. 2b przedstawia równoważny układowi płytek połączenie kondensatorów. Jest to układ dwóch kondensatorów połączonych szeregowo. Ładunek na płytce 2 określimy rozpatrując kondensator jaki tworzą płytki 1 i 2

$$q = C_{1,2} \cdot U_{1,2} = \frac{\epsilon_0 S}{d_1} E_0 \cdot d_1 = \epsilon_0 \cdot S \cdot E_0$$

W analogiczny sposób można określić ładunek płytki 3.

Przykład 3 dotyczy przypadku trzeciego, kiedy na przewodnikach znajdują się ładunki elektryczne i występuje różnica potencjałów.

**Przykład 3.**

Na płytce 1 (Rys. 3a) znajduje się ładunek  $q$ , a płytka 2 znajduje się w odległości  $d$  od 1 i nie jest naładowana. Ile wynosi różnica potencjałów między płytkami 1 i 2?

**Rozwiązanie.**

Zadania to również rozwiążemy dwoma sposobami.

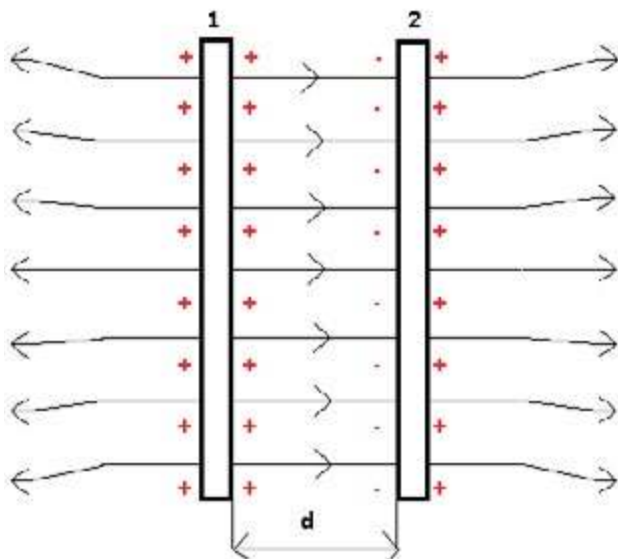
**Sposób 1.**

Pod działaniem pola elektrycznego wytwarzanego przez ładunki na płytce 1 po lewej stronie płytki 2 będzie się indukował ujemny ładunek elektryczny, a po prawej stronie ładunek dodatni tej samej wielkości. Natężenie pola elektrycznego między płytkami 1 i 2 jest określony przez ładunek na płytce 1 i wynosi  $E = \frac{q}{2\epsilon_0 S}$  Zależność tą wyprowadzamy korzystając z prawa Gaussa dla równomiernie naładowanej płaszczyzny. Różnica potencjałów wyniesie

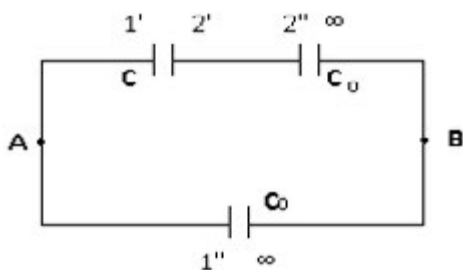
$$U_{1,2} = E \cdot d = \frac{qd}{2\epsilon_0 S}$$

**Sposób 2.**

Rozwiążemy zadanie posługując się pojęciem pojemności. Płytkę 2 można zastąpić dwiema połączonymi między sobą płytkami 2' i 2'', dla których sumaryczny ładunek wynosi zero. Dwiema równoważnymi płytkami 1' i 1''



Rys. 3a



Rys. 3b

można zastąpić płytkę 1 (przy zachowaniu sumarycznego ładunku). Rozpatrzmy pojemność odosobnionej płytki kondensatora, u którego druga okładka jest oddalona do nieskończoności. Oznaczmy tę pojemność przez  $2C_0$ . Pojemność takiej płytki można przedstawić jako pojemność dwóch kondensatorów połączonych równolegle, w którym każda z jednych okładek okazuje się jedną stroną naszej płytki, a druga znajduje się w nieskończoności. Pojemność każdego z kondensatorów wyniesie  $C_0$ . Na rysunku 3b pokazany jest ekwiwalentny schemat dla przypadku dwóch płytek, z których jedna jest naładowana. Według tego schematu sumaryczny ładunek  $q$ , ponownie rozdzieli się między płytką  $1'$  i  $1''$ , a sumaryczny ładunek na płytkach  $2'$  i  $2''$  jest równy zero. Pojemność zastępcza takiego układu kondensatorów wynosi

$$C_z = \frac{C \cdot C_0}{C + C_0} + C_0 = \frac{C_0(2C + C_0)}{C + C_0}$$

Różnica potencjałów między punktami A i B wynosi

$$U_{AB} = \frac{q}{C_z} = \frac{q(C + C_0)}{C_0(2C + C_0)}$$

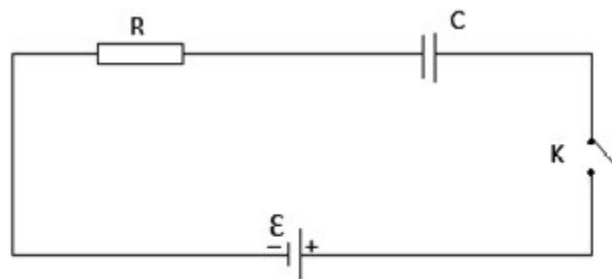
Szukana różnica potencjałów między płytkami 1 i 2 wynosi

$$U_{1,2} = \frac{q}{2C + C_0} \approx \frac{q}{2C} = \frac{q \cdot d}{2\varepsilon_0 \cdot S}$$

W wyniku końcowym pomijamy  $C_0$  przyjmując, że jest małe w porównaniu z  $2C$ .

#### Przykład 4.

Dla schematu przedstawionego na rys. 4 dane są:  $C$ ,  $R$ ,  $\mathcal{E}$ . Przy otwartym wyłączniku K ładunek lewej okładki kondensatora płaskiego jest równy zero. Określ początkowy ładunek prawej okładki kondensatora, jeśli po zamknięciu klucza K na oporze R wydzieli się taka sama ilość ciepła jak i w przypadku, kiedy kondensator nie był naładowany.



Rys. 4

#### Rozwiązanie.

W odróżnieniu od poprzednich zadań między płytkami kondensatora jest podtrzymywana przez źródło prądu różnica potencjałów wynosząca  $\mathcal{E}$ . Oznaczmy początkowy ładunek prawej okładki kondensatora przez  $q_0$ . Zakładamy, że ładunek jest równomiernie rozłożony na powierzchni płytki (zarówno zewnętrznej jak i wewnętrznej). Istnienie ładunku powoduje, że między okładkami kondensatora istnieje jednorodne pole elektryczne o natężeniu

$$E_0 = \frac{q_0}{2\varepsilon_0 S} \quad (3)$$

gdzie  $S$  powierzchnia płytki.

Zależność tę można wyprowadzić z prawa Gaussa dla nieskończonej płaszczyzny naładowanej równomiernie ładunkiem.

Między płytkami istnieje różnica potencjałów

$$U_0 = E_0 \cdot d = \frac{q_0 \cdot d}{2\varepsilon_0 \cdot S}$$

gdzie  $d$  – odległość między płytkami.

Jeśli  $U_0 < \mathcal{E}$ , to kondensator po zamknięciu klucza zaczyna się doładowywać. Na jego prawej płytce ładunek będzie się powiększał, a na jego lewej płytce pojawi się ładunek przeciwnego znaku, równy co do wartości dodatkowemu ładunkowi na prawej płytce (ale nie równy całkowitemu ładunkowi na niej). Przy tym źródło wykona dodatnią pracę doładowania płytki kondensatora, dopóki różnica potencjałów na okładkach kondensatora nie osiągnie wartości SEM źródła  $\mathcal{E}$ . Jeśli w czasie ładowania kondensatora przez źródło prądu przepływnie ładunek  $q$ , to równość między  $U$  i  $\mathcal{E}$  będzie miała postać

$$\frac{q_0 \cdot d}{2\varepsilon_0 \cdot S} + \frac{q}{C} = \mathcal{E}$$

Uwzględniając, że  $C = \frac{\varepsilon_0 \cdot S}{d}$  otrzymujemy  $q = \mathcal{E}C + \frac{q_0}{2}$

Obliczmy ilość ciepła jaka wydzieli się na oporze R podczas ładowania kondensatora. Praca wykonana przez źródło prądu częściowo została zużyta na zwiększenie energii pola elektrycznego między okładkami kondensatora, a częściowo na ogrzanie oporu R.

$$\mathcal{E} \cdot q = W + Q$$

Energię pola elektrycznego obliczymy korzystając z objętościowej gęstości pola elektrycznego równej  $\frac{\epsilon_0 E^2}{2}$

Przy otwartym kluczu K energia ta jest równa

$$W_0 = \frac{q_0^2}{8\epsilon_0 S^2} \cdot S \cdot d = \frac{q_0^2 d}{8\epsilon_0 S} = \frac{q_0^2}{8C}$$

Po naładowaniu kondensatora energia elektrycznego pola między okładkami kondensatora zwiększy się i wyniesie

$$W = \frac{\epsilon_0}{2} \left( \frac{q_0}{2\epsilon_0 S} + \frac{q}{Cd} \right)^2 = \frac{q_0^2}{8C} + \frac{q_0 q}{2C} + \frac{q^2}{2C}$$

Przyrost energii pola elektrycznego wyniesie

$$\Delta W = W - W_0 = \frac{q(q_0 + q)}{2C}$$

Bilans energetyczny możemy zapisać w postaci

$$\mathcal{E}q = \Delta W + Q = \frac{q(q_0 + q)}{2C} + Q$$

Stąd ilość ciepła wydzielonego na oporze R wyniesie

$$Q = \mathcal{E} \cdot q - \frac{q(q_0 + q)}{2C}$$

Podstawiając za q ostatecznie otrzymujemy

$$Q = \mathcal{E} \left( \mathcal{E} \cdot C - \frac{q_0}{2} \right) - \frac{\left( \mathcal{E} \cdot C - \frac{q_0}{2} \right) \left( \mathcal{E} \cdot C + \frac{q_0}{2} \right)}{2C} \\ = \frac{C \cdot \mathcal{E}^2}{2} + q_0 \left( \frac{q_0}{8C} - \frac{\mathcal{E}}{2} \right)$$

Ilość wydzielonego ciepła nie będzie zależeć od ładunku  $q_0$  na prawej płytce przy dwóch wartościach  $q_0$ :  $q_{01} = 0$ ,  $q_{02} = 4C\mathcal{E}$ .

Należy podkreślić, że do obliczenia energii pola elektrycznego między płytkami kondensatora, tak do zamknięcia klucza jak i po jego zamknięciu nie możemy posłużyć się wzorem na energię naładowanego kondensatora, ponieważ na prawej okładce kondensatora w obu przypadkach znajduje się ładunek początkowy  $q_0$ , a wprowadzenie tego wzoru zakłada  $q_0 = 0$ .

Opracowanie ekwiwalentnego schematu dla rozwiązania tego zadania drugim sposobem wymaga wprowadzenia ekwiwalentnego ładunku.

Czytelnikom zainteresowanym rozwiązaniem tego zadania drugim sposobem podaję informację, że schemat jest taki jak na rysunku 3b, natomiast równoważny ładunek po naładowaniu kondensatora wynosi  $q_0 + 2q$ , a do zamknięcia klucza wynosi  $q_0$

### Zadania:

1. Dwie metalowe płytki tworzą kondensator. Na jednej z nich znajduje się ładunek  $q$  a na drugiej  $nq$ . Określ różnicę potencjałów między płytkami, jeśli odległość między nimi wynosi  $d$ , a powierzchnia płytek  $S$ . Zadanie rozwiąż dwoma sposobami.

Odp.  $\Delta V = (n-1) \frac{q \cdot d}{2\epsilon_0 S}$  Ekwiwalentny schemat jest na rys. 3b opracowania.

2. Trzy metalowe płytki tworzą złożony kondensator (rys. 5). Na płytce 1 znajduje się ładunek  $q$ , a nienaładowane płytki 2 i 3 są połączone przewodem. Określ siłę działającą na płytkę 2.

Odp. Siła jest zwrócona do płytki 1

$$F = \frac{q^2}{8\epsilon_0 S}$$

3. W schemacie na rys. 4 dane są:  $C$ ,  $R$  i  $\mathcal{E}$ , a przy zamkniętym kluczu K płytki płaskiego kondensatora są naładowane jednoimiennymi ładunkami o sumie równej  $q_0$ . Określ ładunki początkowe każdej z płytek, jeśli po zamknięciu klucza na oporze R wydzieli się takie samo ciepło jak i w przypadku, kiedy kondensator nie był na początku naładowany.

Odp. Zadanie ma dwa rozwiązania:

$$1. q_1 = q_2 = \frac{q_0}{2}$$

$$2. q_1 = \frac{q_0}{2} - 2C\mathcal{E},$$

$$q_2 = \frac{q_0}{2} + 2C\mathcal{E} \quad q_0 > 4C\mathcal{E}$$

4. Dwie połączone przewodnikiem płytki kondensatora o powierzchni  $S$  znajdują się w odległości  $d$  od siebie (rys. 6), w jednorodnym polu elektrycznym o wartości natężenia  $E_0$ . Jaką pracę należy wykonać, aby powoli zbliżyć je na odległość  $\frac{d}{2}$ ?

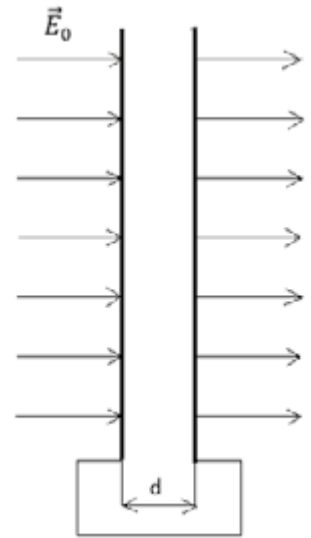
$$\text{Odp. } W = \frac{1}{4} \epsilon_0 \cdot S \cdot d \cdot E_0$$

5. W układzie przedstawionym na rys. 7 promień wewnętrznej przewodzącej sfery wynosi  $R$  a zewnętrznej przewodzącej sfery  $3R$ . Odległość od środka układu do ładunku  $q$  wynosi  $2R$ . Mając dane:  $q$ ,  $\mathcal{E}$ ,  $R$  określ ładunek na wewnętrznej sfery  $Q$ . Potencjał ziemi przyjmij równy zero.

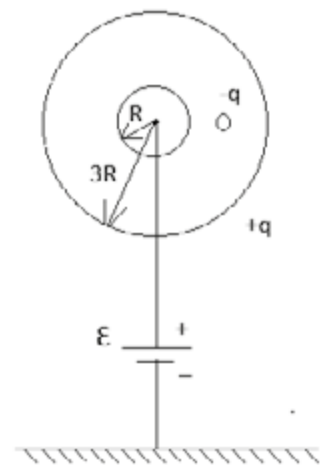
$$\text{Odp. } Q = 4\pi\epsilon_0 R\mathcal{E} + \frac{1}{6} q$$



Rys. 5



Rys. 6



Rys. 7

# O definiowaniu wielkości fizycznych i nie tylko...

## (Miniatura dydaktyczna)

Waldemar Reńda



Nie muszę chyba nikogo przekonywać o ważności precyzji języka w naukach ścisłych. Zespół pojęć i ich definicje muszą tworzyć logiczną i wewnętrznie spójną strukturę.<sup>1</sup> Dydaktyka wprawdzie postuluje, by przekazywać treści nauczania w sposób możliwie jak najprostszy – dostosowany do poziomu nauczania, jednak nie oznacza to rezygnacji z merytorycznej poprawności owych treści.

Proces poznawczy nie jest na ogół aktem jednorazowym, lecz pewnym procesem nierzadko rozciągniętym na kilka etapów nauczania. Rozpoczynamy go na lekcjach fizyki w klasie VII i VIII. Okres ten jest szczególnie ważny dla kształtowania podstaw języka fizyki. Jednakże warunek równoczesnej prostoty przekazu i poprawności merytorycznej przekazywanych treści nauczania sprawia nie lada problemy. Nie możemy bowiem przekazywać treści, które będą merytorycznie wątpliwe i które będą musiały być korygowane w późniejszych etapach nauczania.

Tworzywem języka fizyki są **pojęcia fizyczne** będące nazwami ciał, zjawisk i procesów fizycznych. Do szczególnie ważnych pojęć należą tak zwane **wielkości fizyczne**, będące cechami **ciał** (np. masa), **substancji** (np. gęstość), **zjawisk** (np. natężenie prądu elektrycznego) czy **procesów** (np. zamiana ciepła na pracę w silnikach cieplnych). Wprowadzenie ich do języka fizyki wymaga możliwie precyzyjnych definicji.

Na wstępie trzeba zaznaczyć, że część pojęć – np. nazw wielkości fizycznych, nie jest definiowana. Są to zwykle tak zwane wielkości podstawowe. Zaliczamy do nich np. długość, czas, masę czy ładunek elektryczny.<sup>2</sup> Ich rozumienie jest intuicyjne lub oparte na właściwościach i rolach, jakie pełnią w opisie innych wielkości fizycznych. Bywa też, że część znanych z języka potocznego nazw nabiera w fizyce innych znaczeń – np. droga, praca, moc czy ciepło. Musimy na to zwrócić uwagę w początkowej fazie nauczania.

### Gęstość

Są różne sposoby formułowania definicji wielkości fizycznych. Omówię to na przykładzie wielkości zwanej

**gęstością**. Najczęściej stosowaną definicją jest ta, że „gęstość to stosunek masy ciała do jego objętości.”<sup>3</sup> Podobnie definiuje się wiele wielkości fizycznych – np. moc mechaniczną. Problemem dydaktycznym jest to, że taka definicja niewiele mówi uczniowi o danej wielkości. Również słowo *stosunek* jest pojęciem dość enigmatycznym dla uczniów szkół podstawowych.<sup>4</sup>

Autorzy podręczników jednak stosują tę metodę i proponują dojście do definicji gęstości poprzez stwierdzenie, że dla ciał sporządzonych z tego samego rodzaju substancji, *stosunek* ich masy do objętości jest taki sam, co zapisują:  $m/V = \text{constans}$ . Jest to więc cecha charakterystyczna („właściwa”) dla tej substancji i teraz pozostaje tylko nazwać ją i przypisać jej odpowiedni symbol. Jest to oczywiście poprawny sposób, choć słowo *constans* jest dla ucznia dość obce i mało zrozumiałe. Dodam, że owo *constans* dotyczyć powinno raczej niezmienności danej wielkości wraz z upływem czasu. Np. zapis:  $v = \text{const.}$  oznacza, że wartość prędkości danego ruchu nie ulega zmianie w czasie jego trwania.

Z zapisu:  $m/V = \text{constans}$  wynika wzór:  $d = m/V$ , który w pewnym stopniu definiuje gęstość, a równocześnie jest sposobem na obliczanie wartości tej wielkości.<sup>5</sup> I tu możemy posłużyć się stwierdzeniem, które dydaktycy nazywają **sensem fizycznym** danej wielkości. Mówimy wówczas: „Gęstość aluminium równa  $2,7 \text{ g/cm}^3$  oznacza, że  $1 \text{ cm}^3$  tego metalu ma masę  $2,7 \text{ g}$ .”<sup>6</sup>

W definiowaniu danej wielkości można również posłużyć się pojęciem proporcjonalności. Np. masa ciała sporządzonego z danej substancji jest wprost proporcjonalna do jego objętości, co w powyższym przypadku dałoby zapis:  $m \sim V$ . Wówczas gęstość byłaby współczynnikiem proporcjonalności we wzorze:  $m = d \cdot V$ . Stąd:  $d = m/V$ . Niestety, w szkole podstawowej tego sposobu nie da się stosować, bo wprawdzie uczniowie znają pojęcie proporcji, ale bez stosowania współczynnika proporcjonalności.

W II klasie szkoły średniej możemy posłużyć się pojęciem funkcji liniowej – np. w ruchu jednostajnym droga

<sup>1</sup> Wnikanie w logiczną strukturę pojęć fizycznych to wspaniała intelektualna przygoda.

<sup>2</sup> Masa bywa definiowana jako miara bezwładności ciała, ale to wymaga zdefiniowania cechy jaką jest bezwładność, a o ładunku elektrycznym napiszę później.

<sup>3</sup> Poprawnie: „Gęstość to **wielkość fizyczna wyrażona** stosunkiem...”

<sup>4</sup> Dlatego niektórzy autorzy używają tu słowa „iloraz”. Jednakże są to różne pojęcia; stosunek wskazuje na relację pomiędzy dwiema zmiennymi, a iloraz jest jednym z działań arytmetycznych.

<sup>5</sup> Często się mówi, że wzór definiuje daną wielkość. Owszem, ale to raczej znajomość wzoru ułatwia podanie definicji. Dodam, że ze wzoru otrzymujemy jednostkę danej wielkości przez wstawienie do niego wartości równych ich jednostkom. Zob. też: Reńda W., *Ratunku! Znowu wzór...*, Fizyka w szkole 3/2018.

<sup>6</sup> Świadomie posłużyłem się tu jednostką pochodną, gdyż jednostka  $\text{kg/m}^3$  daje mało praktyczny wynik. W dodatku najprawdopodobniej w tych właśnie jednostkach uczniowie mierzyli masę i objętość w czasie wykonywania pomiarów. Dodam, że praktyczną jednostką jest też  $\text{kg/l}$  lub  $\text{dm}^3/\text{l}$  dla cieczy. I jeszcze jedna uwaga: słowo „pomiar” dotyczy bezpośredniego mierzenia danej wielkości – np. masy ciała, czasu trwania zjawisk, długości przedmiotu itp. Natomiast słowo „wyznaczanie” dotyczy czynności złożonej z wielu pojedynczych pomiarów zakończonych wykonaniem stosownych obliczeń.

jest liniową funkcją czasu. Wówczas wartość prędkości jest współczynnikiem kierunkowym prostej, będącej wykresem funkcji:  $s = v \cdot t$ .

## Ciepło właściwe

A teraz o ciepłe właściwym danej substancji. Jego wprowadzenie rozpocząłbym od pytania: „Od czego zależy ilość ciepła potrzebna do ogrzania danego ciała?” Uczeń zapewne odpowie, że od masy tego ciała i przyrostu temperatury. Następnie proponuję rozwiązanie następującego zadania: „Jeżeli do ogrzania 1 kg (litra) wody o 1 stopień potrzeba 4200 J ciepła,<sup>7</sup> to ile ciepła potrzeba do ogrzania 5 kg (litrów) wody o 20 stopni?” Uczeń łatwo poda sposób: „Należy liczbę 4200 pomnożyć przez 5 i przez 20. Otrzymujemy zatem zapis:  $Q = (4200 \cdot 5 \cdot 20)J$ .”

Zauważmy, że chcąc otrzymać ciepło w dżulach, obok liczby 4200 powinna się pojawić jednostka: J/kg·K. Następnie informujemy uczniów, że wielkość wyrażająca ilość ciepła potrzebna do ogrzania 1 kg ciała o 1 stopień jest cechą charakterystyczną danej substancji i nazywamy ją *ciepłem właściwym* tej substancji.<sup>8</sup> Jeżeli tę wielkość oznaczymy symbolem  $c_{wi}$ , to otrzymamy wzór:  $Q = c_{wi} \cdot m \cdot \Delta T$ . Oczywiście można powiedzieć, że *ciepło właściwe* to wielkość fizyczna wyrażona stosunkiem ciepła pobranego przez dane ciało do jego masy i różnicy temperatur, czyli:  $c_{wi} = Q/m \cdot \Delta T$ , ale to stwierdzenie niewiele więcej mówi nam o owej wielkości, jak tylko podaje sposób jej obliczania. Podobnie dojdziemy do sposobu obliczania *ciepła parowania* czy *ciepła krzepnięcia* oraz do ich definicji.

Na pierwszym etapie nauczania fizyki proponuję jednak – zawsze, jeżeli jest to możliwe – sformułować **sens fizyczny** danej wielkości. A zatem: ciepło właściwe wody równe 4200 J/kg·K informuje, że do ogrzania 1 kg wody potrzeba 4200 J ciepła. (Oczywiście tyle samo ciepła wydzielili się przy oziębianiu 1kg wody o 1 K.) Podobnie: „Ciepło topnienia lodu równe 334 kJ/kg informuje, że chcąc stopić jego 1kg należy dostarczyć mu 334 kJ ciepła” itp.

Nie zawsze jednak jest możliwe podanie tak sformułowanego sensu fizycznego danej wielkości fizycznej. Niech przykładem będzie **siła**.

## Siła

Druga zasada dynamiki Newtona orzeka, że przyspieszenie ciała jest wprost proporcjonalne do działającej na nie siły (wypadkowej). Możemy zatem napisać:  $a \sim F$  (raczej:  $\mathbf{a} \sim \mathbf{F}$ , bo obie wielkości są wektorami). Dodając współczynnik proporcjonalności, będący odwrotnością masy ciała, otrzymamy wzór:  $\mathbf{a} = \mathbf{F}/m$ . Tej formy dochodzenia do w/w wzoru raczej nie spotyka się w dydaktyce,

bo jak tu zdefiniować ów współczynnik? Mówi się więc, że przyspieszenie ciała jest wprost proporcjonalne do działającej na nie siły, a odwrotnie proporcjonalny do jego masy. I tu chciałbym zaprotestować, bo nie można stosować równocześnie obu zmiennych.

Należałoby raczej powiedzieć: „Przyspieszenie ciała o danej masie jest wprost proporcjonalne do działającej na nie siły oraz przyspieszenie to, przy nie zmieniającej się sile, jest odwrotnie proporcjonalne do masy ciała”. Mamy zatem tu dwie różne proporcje przy dwóch różnych nie zmieniających się wielkościach.

W szkole podstawowej starałbym się raczej dojść do sformułowania tej zasady w postaci:<sup>9</sup>  $\mathbf{F} = m \cdot \mathbf{a}$ . Wyszedłbym od stwierdzenia, że jeżeli chcemy, by ciało poruszało się ruchem przyspieszonym, to na ciało powinna działać wypadkowa siła różna od zera. A chcąc uzyskać tę samą wartość przyspieszenia wózka o dwa razy większej masie, należy użyć dwa razy większej siły.<sup>10</sup> Podobnie, chcąc uzyskać dwa razy większe przyspieszenie, należy zastosować dwa razy większą siłę.<sup>11</sup>

W ten sam sposób możemy otrzymać wzór na pracę mechaniczną, a moc zdefiniować jako szybkość wykonywania pracy. Jeżeli mamy problem z definicją jakiejś wielkości, to możemy się podeprzeć jednostką tej wielkości i jej definicją. A więc na przykład, że 1J to praca siły 1 N na drodze 1 m, a 1 W to taka moc, gdy praca 1J wykonywana jest w czasie 1sek. Czyli 1 J = 1 N · 1 m, co sugeruje, że należy napisać:  $W = F \cdot s$  oraz:  $P = W/t$ . Tu łatwo też podać sens fizyczny obu tych wielkości.

## Opór właściwy

Zatrzymam się jeszcze na chwilę nad **sensem fizycznym** innych wielkości fizycznych, Otóż układ SI stwarza tu pewne trudności. Przytoczę dwa przykłady: *opór właściwy* i *moduł Younga*. W układzie SI opór właściwy danego materiału jest liczbowo równy oporowi elektrycznemu przewodu o przekroju 1 m<sup>2</sup> i długości 1 m. Na przykład dla miedzi otrzymujemy wartość:  $17 \cdot 10^{-9} \text{ om} \cdot \text{m}$ . Poprzednio podawano wartość 0,017 om·mm<sup>2</sup>/m. Wówczas to opór właściwy był równy liczbowo oporowi przewodu o przekroju 1 mm<sup>2</sup> i długości 1m, co miało sens dydaktyczny i praktyczny. Podobnie jest z modułem Younga. Kiedyś wyrażał on naprężenie np. w pręcie o przekroju 1mm<sup>2</sup> wywołane siłą 1 kG. Nie, nie postuluję powrotu do starych układów jednostek, ale możemy to wykorzystać do przybliżenia uczniom sensu fizycznego niektórych pojęć. Dodam, że stara jednostka oporu właściwego pozwalała odtworzyć wzór:  $R = \rho \cdot l/s$ . Nowa zaś jest koszmarna i w dodatku „odporna” na analizę wymiarową.<sup>12</sup>

<sup>7</sup> Jest to równocześnie sens fizyczny ciepła właściwego. Nie należy jednak mówić (i pisać), że „ciepłem właściwym **nazywamy ciepło** potrzebne do ogrzania...”, bo *ciepło* i *ciepło właściwe* to dwie różne wielkości fizyczne.

<sup>8</sup> Zdanie to jest właśnie **sensem fizycznym** tej wielkości.

<sup>9</sup> Nie jest to wzór definiujący siłę. Określa on jedynie relacje pomiędzy występującymi w nim wielkościami fizycznymi. Wprawdzie o sile mówi się, że jest *miarą* oddziaływań, ale należałoby zdefiniować zarówno pojęcie *miary* wielkości fizycznej, jak i to, czym są te oddziaływania. Owe oddziaływania poznajemy jedynie po ich skutkach. A o tych skutkach mowa jest w zasadach dynamiki Newtona oraz w prawie Hooke’a.

<sup>10</sup> Doświadczenie polega na pomiarze czasu ruchu wózka na tej samej drodze.

<sup>11</sup> Tu pomiar jest trudniejszy, bo na tej samej drodze uzyskamy 4 razy krótszy czas ruchu wózka. Doświadczenie to można wykonać jako jakościowe. Natomiast dysponując torem powietrznym oraz elektronicznym pomiarem czasu, można je wykonać w sposób ilościowy, z tym że należy stosować obciążniki o niewielkiej masie, by ich bezwładność nie wpływała znacząco na wynik pomiaru. W tym bowiem przypadku:  $a = F/(m_{\text{wózka}} + m_{\text{obciążnika}})$ .

<sup>12</sup> Piszę o niej niżej.

Opisane wyżej sposoby definiowania wielkości fizycznych oraz dochodzenia do odpowiednich wzorów stosuje się dla większości nowowprowadzanych wielkości fizycznych. A jakie są inne sposoby formułowania definicji i zapisu wzorów wielkości fizycznych?

## Pęd

Kiedyś na przykład zauważono, że w oddziaływaniu ciał tworzących układ odosobniony zachowana jest suma wektorowa wektorów będących iloczynami masy ciał i ich prędkości, i w ten sposób wprowadzono wielkość wektorową zwaną *pędem*. Zauważono też w pewnym typie oddziaływań, że zachowane są iloczyny masy ciał i kwadratu wartości ich prędkości, co nazwano najpierw *ilością ruchu*. Potem stwierdzono, że zachowane są połowy tej wartości, co jest obecnie nazywane *energią kinetyczną* ciała. W szkole podstawowej zarówno energię potencjalną ciężkości, jak i energię kinetyczną ciał przyrównujemy do odpowiedniej pracy. Nie powinno być zatem z tymi wielkościami większych kłopotów.

## Ładunek elektryczny i prąd

Przejdźmy do wielkości związanych z oddziaływaniem ładunków i z prądem elektrycznym. Podstawowym tu pojęciem jest *ładunek elektryczny*. Jest to pojęcie niedefiniowalne.<sup>13</sup> Jego jednostka (kulomb) podobnie jak i jednostka masy (kilogram) powinna zatem być jednostką podstawową. Jednakże ze względu na trudności pomiaru ładunku elektrycznego zdecydowano,<sup>14</sup> że podstawową wielkością w nauce o elektryczności będzie *natężenie prądu elektrycznego*, a jednostką podstawową tej wielkości będzie *amper*.

Ze względu na dość skomplikowaną definicję ampera, w szkole podstawowej raczej się jej nie podaje, a *kulomb* definiujemy jako pewną wielokrotność ładunku elementarnego, czyli ok.  $6,24 \cdot 10^{18}$  e. W tym przypadku natężenie prądu elektrycznego będzie wielkością fizyczną wyrażoną stosunkiem ładunku, jaki przepłynął w obwodzie (ew. między wybranymi punktami obwodu) do czasu, w którym ten przepływ nastąpił. Oczywiście tak zdefiniowane natężenie prądu elektrycznego dotyczy wartości średniej. Nie muszą chyba dodawać, że amperomierze mierzą jego wartość chwilową.

## O ciśnieniu i naprężeniu

O ciśnieniu już kiedyś pisałem,<sup>15</sup> ale pozwólcie Państwo, że jeszcze raz zajmę się tą wielkością fizyczną, bo jest ona źle interpretowana w różnego rodzaju tekstach podręcznikowych.

W szkole podstawowej wielkość tę najczęściej wprowadza się jako stosunek siły działającej (prostopadle) na daną

powierzchnię do wartości tej powierzchni. Zatem:<sup>16</sup>  $p = F/S$ . W układzie SI jednostką tej wielkości jest *paskal*. Przy czym:  $1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2$ .  $1 \text{ Pa}$  to niezwykle mała wartość ciśnienia. Odpowiada ciśnieniu hydrostatycznemu wytworzonemu przez warstwę wody o grubości zaledwie  $0,1 \text{ mm}$ .<sup>17</sup> Dlatego operuje się raczej hektopaskalami lub kilopaskalami.

Pojawia się jednak pytanie, czy ciśnienie jest skalarem czy też wektorem. Otóż jest skalarem i nie należy mówić, że ciśnienie **działa** na daną powierzchnię, bo wówczas traktujemy je jako wielkość kierunkową, a więc jako wektor.

Skalarność tej wielkości wyraźniej ujawnia się na przykładzie ciśnienia gazu w zbiorniku, bo przecież w każdym punkcie tego gazu można określić jego wartość i nie potrzeba umieszczać tam jakiegokolwiek powierzchni i mierzyć wartość działającej na nią siły. Możemy w tym przypadku posłużyć się równaniem Clapeyrona:  $pV = nRT$ . Wiemy też, że w przypadku gazu jego ciśnienie związane jest gęstością energii kinetycznej ruchu postępowego cząsteczek tego gazu, co łatwo sprawdzić choćby przy pomocy analizy wymiarowej. Mówi się też, że ciśnienie jest funkcją stanu gazu.

Szkopuł jednak w tym, że ciśnienie obliczamy nie tylko w gazie, ale także w cieczy, gdzie nie można go wiązać z gęstością energii kinetycznej cząsteczek cieczy. W tym przypadku pozostaje nam obliczać ciśnienie tak, jakby na danej głębokości istniała pozioma powierzchnia, na którą działa parcie równe ciężarowi słupa cieczy znajdującego się nad tą powierzchnią. Otrzymujemy wówczas znany wzór na ciśnienie hydrostatyczne:  $p_h = \rho gh$ , w którym nie występuje pole powierzchni, co jest jednym z dowodów na to, że ciśnienia nie należy wiązać, ani z jakąś powierzchnią, ani też z działającą na nie siłą.

Trzeba tylko pamiętać, że ciśnienie całkowite w cieczy jest sumą ciśnienia hydrostatycznego i atmosferycznego. W przypadku ciśnienia gazu w zamkniętych zbiornikach podaje się zwykle wartość tzw. *nadciśnienia*, które informuje, ile razy ciśnienie w zbiorniku jest większe od ciśnienia atmosferycznego, przyjmując, że to ostatnie jest równe  $1 \text{ atm}$ , czyli  $101325 \text{ Pa}$ .

Nadciśnienie w zbiornikach gazu mierzymy manometrem, a ciśnienie atmosferyczne barometrem z wykorzystaniem wzoru:<sup>18</sup>  $p = \rho_{\text{Hg}} gh$ . Powyższy wzór pozwala obliczyć nie tylko wartość ciśnienia hydrostatycznego w cieczy, ale także zmianę ciśnienia atmosferycznego przy niewielkiej zmianie wysokości  $\Delta h$ . I tak np. w warunkach normalnych ( $0^\circ \text{C}$ ,  $101325 \text{ Pa}$ ) suchego powietrza i różnicy wysokości  $\Delta h = 10 \text{ m}$  (tuż nad poziomem morza na  $45^\circ$  szer. geogr.) różnica ciśnień:  $\Delta p = 1,293 \text{ kg/m}^3 \cdot 9,80665 \text{ m/s}^2 \cdot 10 \text{ m} = 126,8 \text{ Pa}$ , co dokładnie zgadza się z pomiarami.<sup>19</sup>

Ciśnienie aerostatyczne wywołane jest grawitacją. Gdyby nie rozprężliwość gazu, grawitacja ścisnęłaby gaz

<sup>13</sup> Można by było powiedzieć, że jest to porcja elektryczności, gdyby nie problem z definicją słowa „elektryczność”.

<sup>14</sup> Pomiar ładunku polegał na zmierzeniu masy danej substancji – np. miedzi wydzielonej podczas elektrolizy. Zob. *współczynnik elektrochemiczny* substancji.

<sup>15</sup> Zob. przypis 12. w art.: W. Reńda, *Ratunku! Znowu wzór...*, Fizyka w Szkole 3/2018.

<sup>16</sup> Symbol  $p$  pochodzi od słowa „presja” spotykanego w kilku językach. Nie należy jednak rozumieć tę „presję” jako wywieranie nacisku.

<sup>17</sup> Kiedyś jednostką ciśnienia była atmosfera techniczna ( $1 \text{ at}$ ) równa ciśnieniu, jakie wytwarza siła  $1 \text{ kG}$  na powierzchni  $1 \text{ cm}^2$ . Była to jednostka niezwykle praktyczna, w przybliżeniu równa atmosferze fizycznej ( $1 \text{ atm}$ ) czyli  $101325 \text{ Pa}$ .

<sup>18</sup> Korzystając z tego faktu można obliczyć ciężar atmosfery ziemskiej:  $F_c = p_{\text{atm}} \cdot S_{\text{ziemi}} = p_{\text{atm}} \cdot 4\pi R^2 = 101325 \cdot 4\pi (6371000)^2 \text{ N} = 5,17 \cdot 10^{19} \text{ N}$ , co odpowiada masie  $5,27 \cdot 10^{18} \text{ kg}$ . Wynika stąd, że gdyby cała atmosfera miała stałą gęstość – taką, jaką ma tuż nad powierzchnią Ziemi, to miałaby grubość ok.  $7,7 \text{ km}$ .

<sup>19</sup> Takie badania prowadził m.in. E. Torricelli (1608–1647).

do gęstości cieczy. Można więc powiedzieć, że ciśnienie, o którym mówi równanie Clapeyrona równowagi ciśnienie aerostaticzne, dzięki czemu powietrze jest w stanie równowagi statycznej.

### Mówiąc o ciśnieniu proponuję stosować następujące sformułowania:

1<sup>0</sup> Ciecz lub gaz wywiera nacisk (parcie) na powierzchnie naczyń i ciał, które stykają się z tą cieczą lub gazem. Parcie to obliczymy ze wzoru:  $F = p \cdot S$ .

2<sup>0</sup> Parcie jest siłą o wektorze prostopadłym do powierzchni, na którą działa.

3<sup>0</sup> Jeżeli na daną powierzchnię działa siła parcia, to wartość średnią ciśnienia związanego z tą siłą obliczamy ze wzoru:  $p = F/S$ .

4<sup>0</sup> Ciśnienie hydrostatyczne) możemy obliczyć ze wzoru:  $p = \rho_{\text{cieczy}} g h$ .

5<sup>0</sup> Na tym samym poziomie tej samej cieczy będącej w spoczynku ciśnienie ma taką samą wartość<sup>20</sup>. Jeżeli pomijamy składową grawitacyjną ciśnienia, to w zamkniętym zbiorniku wartość ciśnienia (będącego w spoczynku gazu lub nieruchomej cieczy) jest wszędzie jednakowa.

6<sup>0</sup> Ciśnienie dodatkowe – uzyskane w wyniku działania sił na zamkniętą w zbiorniku ciecz lub znajdujący się w nim gaz – jest jednakowe w całej objętości tej cieczy lub gazu (**prawo Pascala**). Aby więc obliczyć ciśnienie całkowite w cieczy, należy do wartości ciśnienia hydrostatycznego dodać wartość ciśnienia atmosferycznego.<sup>20</sup>

7<sup>0</sup> Nie należy mówić (i pisać), że ciśnienie wytworzone w cieczy lub gazie przez siły zewnętrzne **rozchodzi się** w nich jednakowo we wszystkie strony. Zob. prawo Pascala.

8<sup>0</sup> Zadanie, w wyniku którego chcemy obliczyć ciśnienie należy formułować następująco: „Oblicz wartość ciśnienia gazu w zbiorniku, na dnie jeziora, pod powierzchnią łyżwy... itp.”

### O naprężeniu

Wydaje się, że w przypadku ciał stałych wielkością podobną do ciśnienia jest tak zwane *naprężenie*. Obliczamy je bowiem z podobnego wzoru. Ma też tę samą jednostkę. Jest jednak jedna zasadnicza różnica, bo naprężenie ma cechę wielkości wektorowej.<sup>21</sup> Dodam, że *naprężenie* to wielkość fizyczna wyrażona stosunkiem siły (**F**) napinającej pręt do powierzchni (**S**) jego przekroju.<sup>22</sup> Naprężenie wówczas działa zgodne ze zwrotem tej siły. Trzeba jednak zauważyć, że równocześnie w materiale pojawiają się siły **wewnętrzne** o zwrocie przeciwnym do zwrotu siły zewnętrznej równo-

ważące tę siłę. Są to tak zwane *siły sprężystości* zapewniające stabilność materiału. Podkreślam: są to siły wewnętrzne – zawsze o zwrocie przeciwnym do sił zewnętrznych.

Dlaczego o tym piszę? Otóż w wielu podręcznikach siły reakcji, o których mowa w III zasadzie dynamiki Newtona, nazywane są siłami sprężystości, co – jak doświadczeniem – nie jest właściwe. Warto tu jeszcze zauważyć, że myli się pojęcie „*naprężenia*” z siłą „*napinającą*” i zamiast powiedzieć: „*Oblicz siłę napinającą nic*”, mówi się „*Oblicz naprężenie nici*”, co nie jest właściwe.

### I jeszcze słów kilka o analizie wymiarowej

Wspomniałem już o niej wyżej. Najprostszym przykładem jest odgadnięcie wzoru na wartość prędkości w ruchu jednostajnym, gdy znamy jednostkę tej wielkości – np. km/h.

A oto inny przykład: jednostką energii jest 1J. Wymiar tej jednostki to  $\text{kgm}^2/\text{s}^2$  lub  $\text{kg}(\text{m/s})^2$ . Wynika stąd, że energię można obliczać, mnożąc masę ciała przez kwadrat jego prędkości. Wynika stąd wzór:  $E = mv^2$ , który różni się od wzoru na energię kinetyczną o liczbę 2 w mianowniku.

Z dwóch ostatnich przykładów wynika, że uzyskany metodą analizy wymiarowej wzór może różnić się o bezwymiarową stałą. Bywają jednak problemy. O jednym z nich wspomniałem przy okazji nowej jednostki oporu właściwego.

W rozdziale o ciśnieniu stwierdziłem, że w przypadku gazu można je traktować jako gęstość energii kinetycznej jego cząsteczek. Wynika to stąd, że  $1\text{Pa} = 1\text{N/m}^2$ . Zatem paskal ma wymiar  $\text{kg/s}^2\text{m}$ . Mnożąc licznik i mianownik przez  $\text{m}^2$ , otrzymamy wymiar:  $\text{kgm}^2/\text{s}^2\text{m}^2$ , czyli  $\text{J/m}^2$ , co wskazuje na prawdziwość wyżej sformułowanego przypuszczenia.

Sprawdźmy to przy pomocy równania:  $p = (\frac{2}{3} N/V) E_{k(\text{sr.})}$ , gdzie  $N$  jest liczbą cząsteczek zaś  $E_k$  jest średnią wartością energii kinetycznej ruchu postępowego tych cząsteczek. Wzór ten można napisać też tak:  $p = \frac{2}{3} (E_k/V)$ , gdzie  $E_k$  jest łączną energią kinetyczną ruchu postępowego wszystkich cząsteczek gazu w zbiorniku. Zatem dokładniej wartość ciśnienia równa jest  $\frac{2}{3}$  gęstości ww. energii kinetycznej cząsteczek. Można więc powiedzieć, że ciśnienie jest **miarą**<sup>23</sup> gęstości tej energii. Proszę zauważyć, że podobnie definiuje się temperaturę, która jest miarą średniej energii kinetycznej ruchu postępowego cząsteczek gazu.

Waldemar Reńda  
Olkuś

<sup>20</sup> Na mapach pogody wartość ciśnienia atmosferycznego podaje się w przeliczeniu na poziom morza i temperaturę 0°C. Najwyższą wartość 1084 hPa zanotowano w 1968 r. w wyżu na Syberii, zaś najniższą 870 hPa w 1979 r. w oku cyklonu *Tip* na Pacyfiku. Różnica dałaby siłę 214 kN/m<sup>2</sup>! Stosowane w meteorologii hektopaskale przyjęły się dlatego, że wartość ciśnienia podanego w tych jednostkach jest najbardziej zbliżona do wartości ciśnienia w mm słupa rtęci (760 mmHg odpowiada bowiem 1013 hPa).

<sup>21</sup> Aby opisać rozkład naprężeń w ciele i związane z nimi odkształcenia tworzy się tzw. *tensor* naprężeń.

<sup>22</sup> Przypadek najprostszy, gdy siła rozciągająca działa wzdłuż pręta. Można też mówić o naprężeniach wywołanych **ściskaniem** pręta lub jego zginaniem.

<sup>23</sup> Definicja **miary** jest niedookreślona i często zależy od kontekstu, w którym to pojęcie występuje. Może to być np. wartość wielkości fizycznej (iloczyn liczby i jednostki tej wielkości), sama jej wartość liczbowa, liczbowa wartość innej wielkości równa wartości wielkości określanej (zob. wyżej), ale także wyrażenie definiujące tę wielkość – np. miarą gęstości jest stosunek masy ciała do jego objętości, a radialną miarą kąta (środkowego) jest stosunek długości łuku, na którym ten kąt się opiera do promienia okręgu, zaś miarą stopniową kąta jest 1/90 część płaszczyzny zawartej pomiędzy dwiema wzajemnie prostopadłymi półprostymi (wraz z tymi półprostymi). A zatem **miarą** danej wielkości bywa jej jednostka lub nawet tylko definicja tej jednostki

# Joseph Priestley (1733 – 1804)

## Hobbysta nauk

Tadeusz Wibig



**B**rytyjski filozof, nieznan większości naszych podręczników fizyki, był człowiekiem wielu talentów, wśród których fizyka nie była najważniejszym. Świat zna go przede wszystkim jako działacza religijnego, teologa i publicystę, dziś powiedzielibyśmy: politologa. Świat naukowy widzi w nim w pierwszej kolejności chemika, fizyka w drugiej, w dalszej kolejności wymienić należy dydaktyka i lingwistę.

Jeśli chodzi o chemię trzeba wspomnieć, że był on odkrywcą tlenu ( $O_2$ ), ale wyizolował także dwutlenek węgla, tlenek i dwutlenek azotu, chlorowodór, amoniak. Jako fizyk, badając dyfuzję gazów odkrył, że powietrze potrafi przenikać przez wiele substancji uważanych powszechnie za nieprzepuszczalne. Odkrycie to doprowadziło w końcu do stworzenia między innymi przez Daltona kinetycznej teorii gazów. Sam Priestley był do końca życia zwolennikiem teorii flogistonu.

Miał ciężkie dzieciństwo. Jako szóste dziecko, gdy miał roczek wysłany został na wychowanie do dziadków, a potem, gdy po śmierci jego matki, ojciec ożenił się ponownie, w wieku lat ośmiu oddany został bezdzietnemu wujostwu. Gdy miał 16 lat zachorował i o mało co nie umarł. Doświadczenia z tym związane zaważyły na jego dalszym życiu – zaczął się jąkać i przestał marzyć o służbie państwowej. Zamierzając zająć się handlem w dalekiej Portugalii zaczął uczyć się języków, a przy okazji poznał wyższą matematykę, naturalną filozofię, logikę i metafizykę studiując dzieła Willem Jacob „s Gravesande’a i Johna Locke’a.

W roku 1761 napisał „Podstawy gramatyki angielskiej”, podręcznik uważany za jeden z ważniejszych

w tym temacie. W nagrodę dostał stałą pracę. Jako wykładowca w szkole w Warrington na serio zajął się edukacją. Z tezami dzieła „Essay on a Course of Liberal Education for Civil and Active Life” można by zgodzić się i dziś. Priestley okazał się wybitnym teoretykiem nauczania w połowie XVIII wieku.

W roku 1765 Priestley spotkał się w Londynie z Beniaminem Franklinem. Spotkanie to wpłynęło na jego dalsze losy. Dwa lata później opublikował 700-stronicowe dzieło „The History and Present State of Electricity, With Original Experiments”. Na stronie 160 oryginalnego wydania Priestley opisał pierwszy raz znaną dziś powszechnie historię Franklina i jego latawca.

W innym miejscu opisując doświadczenia z naładowanymi sferami, w tym także ze sferami pustymi w środku z niewielką dziurą u góry, stwierdza, że najprawdopodobniej siły przyciągania i odpychania elektrostatycznego działają na podobieństwo sił grawitacji: odwrotnie proporcjonalnie do kwadratu odległości. Niestety Priestley nie poświęcił należytej uwagi temu odkryciu i do historii przeszedł dopiero Coulomb kilkanaście lat później. Tak, czy inaczej książka Priestley stała się podstawową lekturą przyszłych pokoleń na długie lata.

Później Priestley zajął się poważniej teologią i politologią. Filozofia naturalna była dla niego, jak sam mawiał, jedynie hobby, ale traktowanym mimo to niezwykle poważnie. Za swoje osiągnięcia nagrodzony został przez Towarzystwo Królewskie medalem Copleya, zanim jeszcze dokonał największych swoich odkryć, opisanych w sześciu tomach dzieła o gazach „Experiments and Observations on Different Kinds of Air”.

W burzliwych latach końca XVIII wieku, końca epoki oświecenia, rewolucji francuskiej, niepokoju w Anglii, także życie Priestleya skomplikowało się i w rezultacie wyjechał do Ameryki, gdzie znalazł swoje miejsce i w końcu ostateczny spoczynek w Northumberland w Pensylwanii.

Najbardziej znanym jego osiągnięciem, w pewnym sensie także naukowym, które powinno uczynić jego imię sławnym wszędzie i po wsze czasy, było wynalezienie w roku 1772 wody sodowej. Niestety znów dał znać o sobie brak talentów marketingowych i Priestley nie zdobył ani sławy, ani pieniędzy. Jedno i drugie zyskał wykorzystując jego pracę niejaki Johann Jacob Schweppe (znany z półek wszystkich chyba sklepów spożywczych) niemiecki jubiler i zegarmistrz, który w roku 1783 opatentował metodę nasycania wody mineralnej dwutlenkiem węgla.

Naukowcy powinni działać dla dobra ludzkości w ogóle, tak przynajmniej uważał Priestley, a że w szczególności profitów to na ogół nie daje, on sam jest tego najlepszym przykładem.

## Doświadczenie domowe: Dwutlenek węgla

### A. Potrzebne materiały:

1. Słoik z zakręcaną pokrywką.
2. Dwie szklanki.
3. Dwie słomki do napojów.
4. Mała świeczka do podgrzewacza i zapałki (zapalniczka) do jej zapalenia.
5. Soda oczyszczona (proszek do pieczenia).
6. Ocet (lub rozpuszczony w wodzie kwas cytrynowy).

### B. Narzędzia – nożyczki, śrubokręt, gwóźdź albo coś innego do przedziurawienia pokrywki od słoika.

### C. Kolejność czynności:

1. Wykonać w pokrywce słoika dziurkę o średnicy słomki do napojów.
2. Połączyć dwie słomki w coś w rodzaju litery „U”.
3. Jeden koniec „U” wcisnąć do dziurki w pokrywce, a drugi włożyć do szklanki, jak na rysunku.
4. Do trzeciej szklanki włożyć zapaloną świeczkę do podgrzewacza.
5. Do słoika wlać ocet do wysokości około 1 cm.
6. Do słoika wsypać łyżeczkę sody oczyszczonej.
7. Słoik szybko zamknąć pokrywką tak, aby wolny koniec litery „U” znajdował się w pustej szklance (jak na rysunku).

8. Po jakimś czasie (niedługim) delikatnie wyjąć słomkę z pustej szklanki.
9. Wziąć (ostrożnie) w rękę pustą szklankę i wlać (delikatnie!), to co w niej jest (mimo iż wydaje się, że nic tam nie ma!) do szklanki z palącą się świeczką.

Jeśli świeczka zgaśnie, to znaczy, że doświadczenie się udało.

Dwutlenek węgla powstały w reakcji sody (wodorowęglanu sodu) z kwasem octowym jest bezbarwny, nie pachnie niczym i jest cięższy od powietrza, zatem można go zebrać do szklanki i z tej szklanki wylać. Wypiera on powietrze ze szklanki, do której jest wlewany, a przy braku powietrza i tlenu świeczka gaśnie.

Na tej zasadzie działają gaśnice śniegowe.



## W następnym numerze

### 110-lecie odkrycia nadprzewodnictwa

Nadprzewodnictwo, jedno z najbardziej interesujących zjawisk fizycznych, zostało odkryte stosunkowo dawno – w roku 1911. Ciągłe jednak fascynuje wielu fizyków, zarówno eksperymentatorów, jak i teoretyków. Jego istotą jest to, że w nadprzewodniku poniżej pewnej temperatury, nazywanej temperaturą krytyczną  $T_c$  opór elektryczny oraz indukcja magnetyczna spadają do zera. Naukowcy z Indian Institute of Science uzyskali nadprzewodnictwo w normalnej temperaturze i ciśnieniu. Do tej pory było to możliwe jedynie w znacznie niższych temperaturach oraz przy skrajnie wysokim ciśnieniu...

### I. PRENUMERATĘ NA 2021 ROK MOŻNA ZAMÓWIĆ BEZPOŚREDNIO U WYDAWCY

- Przez internet: zakładka *Prenumerata 2021* na stronie [www.aspress.com.pl](http://www.aspress.com.pl) i wypełniając formularz zamówienia na podstronie prenumeraty
- e-mailem: [szewczyk24@gmail.com](mailto:szewczyk24@gmail.com) ■ telefonicznie: 606 201 244 ■ listownie: Agencja AS Józef Szewczyk, ul. Warchałowskiego 2/58, 02-776 Warszawa

### Cena prenumeraty w 2021 roku

Tytuł	Liczba wydań (I i II półrocze)	Cena egzemplarzowa	Cena prenumeraty rocznej	Cena prenumeraty w II półroczu
<b>Dwumiesięczniki</b>				
Chemia w Szkole	6 (3+3)	30,00	180,00	90,00
Geografia w Szkole	6 (3+3)	30,00	180,00	90,00
Fizyka w Szkole z Astronomią	6 (3+3)	30,00	180,00	90,00
Wiadomości Historyczne z WOS	6 (3+3)	30,00	180,00	90,00

### II. PRENUMERATA DOSTARCZANA PRZEZ FIRMY KOLPORTERSKIE:

1. RUCH – zamówienia na prenumeratę w wersji papierowej i na e-wydania można składać bezpośrednio na stronie [www.prenumerata.ruch.com.pl](http://www.prenumerata.ruch.com.pl). Ewentualne pytania prosimy kierować na adres e-mail: [prenumerata@ruch.com.pl](mailto:prenumerata@ruch.com.pl) lub kontaktując się z Centrum Obsługi Klienta „RUCH” pod numerami: 22 693 70 00 lub 801 800 803 – czynne w dni robocze w godzinach 7.00–17.00. Koszt połączenia wg taryfy operatora.
  2. GARMOND PRESS – tel. 22 836 69 21 [prenumerata.warszawa@garmondpress.pl](mailto:prenumerata.warszawa@garmondpress.pl).
  3. KOLPORTER S.A. – prenumeratę instytucjonalną można zamawiać w oddziałach firmy. Informacje: [www.kolporter.com.pl](http://www.kolporter.com.pl).
  4. POCZTA POLSKA – zamówienia we wszystkich urzędach pocztowych lub w listonoszy, drogą elektroniczną: [www.poczta-polska.pl](http://www.poczta-polska.pl). Infolinia w godz. 8.00–22.00: 801 333 444 (dla telefonów stacjonarnych) i 801 333 444 (dla telefonów komórkowych i z zagranicy).
- III. NUMERY ARCHIWALNE DRUKOWANE dostępne są w ograniczonym zakresie. Przed złożeniem zamówienia prosimy o kontakt pod adresem: [szewczyk24@gmail.com](mailto:szewczyk24@gmail.com).

Zamów prenumeratę przez Internet

[www.aspress.com.pl/prenumerata-2021/](http://www.aspress.com.pl/prenumerata-2021/)

# Kompendium astronomiczne

– wybrane pojęcia  
i zagadnienia – cz. 1



**Kompendium astronomiczne zostało napisane z myślą o szerokim gronie czytelników. Może być ono przydatne dla uczniów szkół ponadpodstawowych, a także dla kandydatów na studia, którzy planują zdawać egzamin maturalny z przedmiotu fizyka z astronomią. Również może stanowić ciekawą pozycję literaturową dla nauczycieli przedmiotu fizyka z astronomią i wszystkich miłośników tego przedmiotu.**

Marcin Wesółowski, Piotr Gronkowski

W pracy tej przedstawiono najważniejsze pojęcia i terminy związane z astronomią. W pierwszej części tego kompendium zostały przedstawione wybrane zagadnienia z astronomii w porządku alfabetycznym od litery A do B.

**Astronomia i Astrofizyka** są naukami przyrodniczymi, których obszarem zainteresowań są wszelkie obiekty kosmiczne. Stosują one głównie metody matematyczne, fizyczne i chemiczne do badania właściwości, budowy i ewolucji zarówno pojedynczych ciał niebieskich jak i ich układów oraz Wszechświata jako całości.

Obecnie astrofizyka stanowi najobszerniejszy dział astronomii, ściśle wiąże się z jej innymi dziedzinami tak, że często te dwie nauki są nawet traktowane jako swoista całość. Dlatego też obecnie te dwie nazwy **Astronomia** i **Astrofizyka** często są stosowane wymiennie. Nocne niebo pokryte gwiazdami, planetami i mgławicami stanowiło obszar zainteresowań ludzkości od najdawniejszych czasów. Warto chociażby przypomnieć, że słynna megalityczna budowla pochodząca z epoki neolitu – Stonehenge, położona w południowej Anglii miała odniesienia astronomiczne, gdyż najprawdopodobniej była związana z kultem Słońca i Księżycy. Również wielkie starożytne kultury Babilonii, Grecji Chin, Indii i Majów przejawiały silne zainteresowanie obserwacjami astronomicznymi i ich praktycznym zainteresowaniem.

Formalnie początków nowoczesnej astronomii, a więc i astrofizyki trzeba byłoby szukać w czasach renesansu, gdy nasz rodak Mikołaj Kopernik podał zasadniczo poprawny w swoich podstawach model Układu Słonecznego, co uutorowało drogę odkryciu prawa ruchu planet przez Keplera i następnie ich matematycznemu uzasadnieniu przez Newtona. Ten fakt oraz późniejszy wynalazek teleskopu przyczyniły się do ogromnego postępu w rozwoju obserwacji astronomicznych i rozkwitu astronomii i astrofizyki.

Podstawowym źródłem informacji astrofizycznych jest analiza promieniowania elektromagnetycznego (jego na-

tężenia, stopnia i kierunku polaryzacji, układu i natężenia poszczególnych linii widmowych) pochodzącego od obiektów kosmicznych. Dlatego za formalną datę narodzin astrofizyki przyjmuje się rok 1859, kiedy to Kirchhoff wspólnie z Bunsenem odkryli podstawowe prawa analizy spektralnej co umożliwiło bliższe poznawanie budowy ciał kosmicznych w oparciu o analizę ich widm. Od tego czasu nastąpił ogromny postęp w poznaniu Wszechświata, w którym opracowanie klasyfikacji widmowej gwiazd w ostatnich latach XIX wieku w obserwatorium astronomicznym Uniwersytetu Harvarda w USA, ogłoszenie w 1916 roku podstaw ogólnej teorii względności przez Alberta Einsteina i związany z tym rozwój astrofizyki relatywistycznej i kosmologii, odkrycie pulsarów, odkrycie pozasłonecznych układów planetarnych, odkrycie kwazarów oraz gwałtowny rozwój astronomii pozagalaktycznej stanowią wybrane z wielu innych „milowe słupy” na drodze poznawania przez ludzkość Wszechświata.

Celem niniejszego opracowania jest przybliżenie czytelnikowi treści podstawowych i najbardziej użytecznych haseł związanych ze współczesną astronomią i astrofizyką. Nie sposób przedstawić całości współczesnej problematyki astronomicznej i astrofizycznej w jednym artykule. Dlatego dobór haseł jest swego rodzaju kompromisem pomiędzy przedstawieniem podstaw klasycznej tematyki astronomicznej i astrofizycznej a treściami stanowiącymi informacje o aktualnej tematyce badań i najnowszych odkryciach tych dwóch nauk.

Treści kilku wybranych haseł, które dotyczą najbardziej fundamentalnych zagadnień będących obiektem zainteresowań astronomów i astrofizyków zostały rozbudowane do wymiarów „mini” wykładów. Celem przedstawienia tych krótkich, uproszczonych z przyczyn technicznych rozważań było umożliwienie czytelnikowi nieco głębszego zapoznania się z metodyką badań astronomicznych i astrofizycznych.

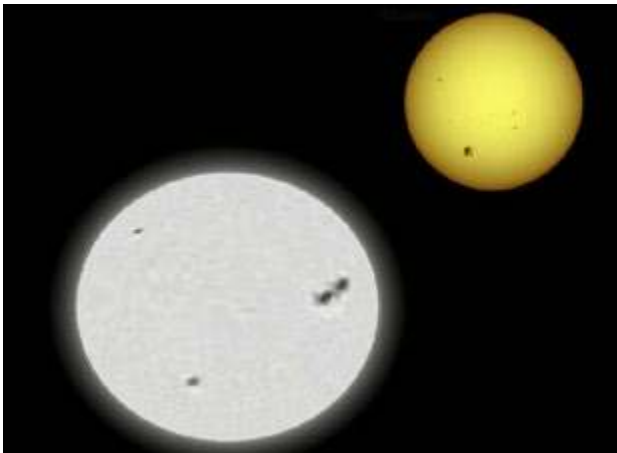
Musimy na wstępie zaznaczyć, że postęp w badaniu kosmosu jest dzisiaj ogromny; jedno odkrycie goni następne i dlatego może się zdarzyć, że w momencie, gdy artykuł

trafi do rąk czytelników, niektóre hasła mogą stać się nieaktualne, jednak Autorzy wyrażają skromną nadzieję, że większość z nich powinna jednak przetrwać próbę czasu.

**Achernar (Alfa Eridani,  $\alpha$  Eri)** – obserwowana wielkość gwiazdowa wynosi  $0.46^m$ , jest najjaśniejszą gwiazdą w gwiazdozbiornie Erydanu barwy błękitnej (absolutna wielkość gwiazdowa jest równa  $-2.77^m$ ). Wchodzi w skład układu podwójnego odległego od Słońca o około 139 lat świetlnych. Achernar jest gorącą, błękitną gwiazdą ciągu głównego i należy do typu widmowego B6 Vpe. Temperatura jej powierzchni szacowana jest na 15 000 do 20 000 K. W 2007 ogłoszono odkrycie drugiego składnika układu podwójnego, który tworzy z główną gwiazdą układu jej towarzysza Alfa Eridani B. Maksymalna zaobserwowana odległość pomiędzy składnikami układu podwójnego została oszacowana na 12,3 au.

**Alfa Centauri ( $\alpha$  Cen)** – trzecia pod względem jasności gwiazda na nocnym niebie o jasności gwiazdowej obserwowanej  $-0.27^m$  i jasności absolutnej  $4.35^m$  odległa od Słońca o około 4.37 lat świetlnych. Układ wielokrotny gwiazdy Alfa Centauri tworzą trzy gwiazdy: dwie jasne ciągu głównego, Alfa Centauri A typu widmowego G2V o temperaturze powierzchniowej 5900 K i Alfa Centauri B typu widmowego K1V o temperaturze powierzchniowej 4350 K, które tworzą ciasny układ podwójny. Okrąża je po dalekiej orbicie czerwony karzeł o nazwie Proxima Centauri (Alfa Centauri C) typu widmowego K5,5, o temperaturze powierzchni 3042 K, który może być powiązany grawitacyjnie z dwoma pozostałymi składnikami układu. Wielkości gwiazdowe obserwowane i absolutne składników ciasnego układu podwójnego Alfa Centauri A i Alfa Centauri B są odpowiednio równe  $0^m$  oraz  $4.37^m$  i  $1.33^m$  oraz  $5.7^m$ . Trzeci najmniejszy składnik układu gwiazda Proxima Centauri (Alfa Centauri C) o gwiazdowej wielkości obserwowanej  $11.13^m$  i gwiazdowej wielkości absolutnej  $15.60^m$  jest najbliższą po Słońcu gwiazdą w stosunku do Ziemi. Ze względu na małą jasność nie jest widoczna gołym okiem.

**Altair (Alfa Aquilae,  $\alpha$  Aql)** – jest białą gwiazdą ciągu głównego typu widmowego A7Vn położoną w gwiazdozbiornie Orła, którego jest najjaśniejszym obiektem i równocześnie dwunastą pod względem jasności gwiazdą na nocnym niebie. Jej odległość od Słońca wynosi o 16,7 roku



Rys. 1. Bezpośrednie porównanie gwiazdy Altair i Słońca (źródło: [https://pl.wikipedia.org/wiki/Plik:Altair-Sun\\_comparison.png](https://pl.wikipedia.org/wiki/Plik:Altair-Sun_comparison.png)).

świetlnego. Wielkość obserwowana wynosi  $0.76^m$  a wielkość absolutna  $2.21^m$ . Temperatura powierzchni jest rzędu 6860-8450 K. Altair tworzy wraz z Wega i Deneb tzw. gwiazdny trójkąt letni, który w Polsce najlepiej jest widoczny w Polsce na wiosnę i w lecie.

**Aberracja astronomiczna** – odkryte przez astronoma angielskiego Jamesa Bradleya w latach 1725-1727 w oparciu o analizę obserwacji gwiazdy  $\gamma$  Draconis zjawisko astronomiczne polegające na pozornej zmianie położenia kąтового ciał niebieskich. Jego przyczyną jest skończona wartość prędkości światła. Rozróżniamy aberrację dzienną wynikającą z ruchu obrotowego Ziemi, aberrację roczną związaną z ruchem Ziemi wokół Słońca oraz aberrację wiekową będącą konsekwencją ruchu Układu Słonecznego wokół środka masy Galaktyki. Aberracja dzienna osiąga maksymalną wartość na równiku Ziemi przesuując pozornie gwiazdę w kierunku wschodnim o  $0.32''$ . Na biegunach Ziemi aberracja dzienna nie występuje. W wyniku zjawiska aberracji rocznej gwiazdy zakreślają elipsy o dużej półosi równej  $20.496$  a małej równej  $20.496 \cdot \sin\beta$ , gdzie  $\beta$  jest szerokością ekliptyczną gwiazdy. Zjawisko aberracji rocznej jest jednym z fizycznych dowodów teorii Kopernika o ruchu Ziemi wokół Słońca. Analiza ilościowa tego zjawiska daje również możliwość obliczenia odległości Ziemi od Słońca.

**Akrecja** – opadanie rozproszonej materii na ciało niebieskie. Akreacja odgrywa szczególną rolę w układach podwójnych gwiazd. W rotującym wokół wspólnego środka masy układzie dwóch gwiazd materia wypływająca z jednego składnika opada na drugi poruszając się po torze spiralnym. Bezpośrednie opadnięcie tej materii na drugi składnik – centrum akrecji – uniemożliwia jej posiadany przez nią znaczny moment pędu. Wzajemne tarcie molekuł gazu gwiazdowego poruszających się po spirali powoduje stopniową utratę momentu pędu, nagrzewanie się gazu i stopniowe zmniejszanie promienia orbity umożliwiające osiągnięcie drugiego składnika. W ten sposób wokół centrum akrecji tworzy się dysk akrecyjny, którego znaczna część energii cieplnej może być wypromieniowana w rentgenowskim obszarze promieniowania elektromagnetycznego. Zjawisko to ma również podstawowe znaczenie w tworzeniu się układów planetarnych wokół młodych gwiazd. W dyskach akrecyjnych w wyniku stopniowego zderzeniowego zlepiania się materii mogą powstawać planety i drobniejsze ciała niebieskie.

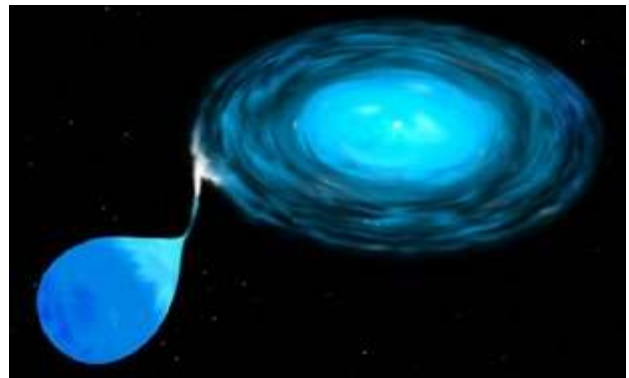


Foto. 1. Tworzenie się dysku akrecyjnego poprzez wymianę mas pomiędzy dwiema gwiazdami w układzie podwójnym (Foto. NASA).

**Albedo** – (białość) wielkość wyrażona w ułamku lub procentach, która charakteryzuje zdolność odbijania światła przez daną powierzchnię. Jest to stosunek natężenia promieniowania elektromagnetycznego odbitego we wszystkich kierunkach od rozpatrywanej powierzchni do natężenia promieniowania padającego na nią. Dla ciał kosmicznych krążących w Układzie Słonecznym największe albedo mają ciała lodowe (niektóre księżycy planetarne)  $\approx 0.90$ . Dla powierzchni Ziemi albedo wynosi średnio  $\approx 0.40$ , zmieniając się od 0.32 do 0.52 w zależności od pory roku. Bardzo małe albedo mają powierzchnie jąder kometarnych; np. 0.04 ma powierzchnia jądra komety Halleya.

**Aldebaran** (*Alfa Tauri*,  $\alpha$  Tau) – najjaśniejsza gwiazda w konstelacji Byka i oddalona o 67 lat świetlnych od Słońca. Jest to układ podwójny, wokół większego składnika pomarańczowego olbrzyma krąży również planeta. Wielkość gwiazdowa obserwowana głównej gwiazdy wynosi  $0.86^m$  a jej wielkość gwiazdowa absolutna jest równa  $-0.68^m$ , temperatura powierzchniowa większego składnika wynosi 4010K, typ widmowy K5.

**Antares** (*Alfa Scorpii*,  $\alpha$  Sco) – najjaśniejsza gwiazda w gwiazdozbiorze Skorpiona. Odległa od Słońca o 550 lat świetlnych, gwiazda koloru pomarańczowo-czerwonego, temperatura powierzchni 3400 K, wielkość absolutna jest równa  $-5.29^m$ , a wielkość obserwowana wynosi  $-0.91^m$ . Antares jest gwiazdą podwójną. Czerwonemu nadolbrzymowi typu widmowego M1.5 towarzyszy niebieska gwiazda ciągu głównego Alfa Scorpii B, należąca do typu widmowego B.

**Antyapeks** – punkt przeciwstawny apeksowi.

**Apeks** – taki punkt na sferze niebieskiej, ku któremu skierowany jest wektor prędkości obserwatora.

**Apeks** (ruchu Słońca) – punkt na sferze niebieskiej o współrzędnych równikowych równonocnych:  $\alpha = 18^h$ ,  $\delta = +30^\circ$  (gwiazdozbiór Herkulesa) wyznaczony przez kierunek, ku któremu porusza się Słońce względem otaczających je gwiazd.

**Apeks** (ruchu orbitalnego Ziemi) – punkt na sferze niebieskiej, ku któremu w danej chwili porusza się Ziemia w ruchu orbitalnym względem Słońca.

**Aphelium** – najbardziej odległy od Słońca punkt orbity ciała – planety, asteroidy, komety, meteoroidu – poruszającego się wokół niego (ściśle wokół środka masy Układu Słonecznego).

**Apocentrum** – najbardziej odległy punkt orbity ciała niebieskiego od centrum jego ruchu.

**Apogeum** – najbardziej odległy od Ziemi punkt orbity ciała (Księżycy, sztucznego satelity) poruszającego się wokół niej.

**Arktur** ( *$\alpha$  Boo*, *Alfa Boötis*) – najjaśniejsza gwiazda w gwiazdozbiorze Wolarza. Jej obserwowana wielkość gwiazdowa wynosi  $-0,04^m$  a absolutna wielkość gwiazdowa jest równa  $-0.31^m$ . Typ widmowy tego olbrzyma jest określony jako KO, temperatura powierzchni wynosi 4286 K. Gwiazda na sferze niebieskiej położona jest poblizu gwiazdozbioru Wielkiej Niedźwiedzicy. Jej odległość od Słońca wynosi 36.72 lat świetlnych.

**Asocjacja gwiazdowa** – gromada luźno powiązanych ze sobą gwiazd, które mogą mieć wspólne pochodzenie.

**Astrofizyka** – nauka z pogranicza fizyki i astronomii badająca właściwości fizykochemiczne obiektów kosmicznych. Nauka ta jest zastosowaniem fizyki do badania obiektów kosmicznych. Przyjmuje się, że narodziny astrofizyki miały miejsce w 1859 roku, gdy odkrycie praw analizy spektralnej przez Kirchhoffa umożliwiło poznanie składu chemicznego gwiazd. Rozróżniamy astrofizykę obserwacyjną i astrofizykę teoretyczną. Przedmiotem astrofizyki obserwacyjnej jest rejestracja i analiza (natężenie, skład spektralny, polaryzacja) widma promieniowania elektromagnetycznego pochodzącego z przestrzeni kosmicznej w zakresie od promieniowania  $\gamma$ , poprzez promieniowanie rentgenowskie, ultrafioletowe, widzialne, do podczerwonego. Analizą dłuższych fal elektromagnetycznych zajmuje się zasadniczo radioastronomia. Astrofizyka obserwacyjna zajmuje się także analizą promieniowania korpuskularnego (kosmicznego) docierającego z kosmosu do Ziemi. Astrofizyka teoretyczna stara się wyjaśnić w oparciu o teorie fizyczne rezultaty obserwacji dokonywanych przez astronomów. Teoria atmosfer gwiazdowych, teoria struktur gwiazdowych i zagadnienie ewolucji gwiazd należą do klasycznych działów astrofizyki teoretycznej. Obecnie istnieją inne silnie rozwijane działy astrofizyki teoretycznej takie jak teoria procesów gwiazdo-twórczych, zagadnienie powstawania i ewolucji galaktyk. Osobne zagadnienie stanowi astrofizyka pozasłonecznych układów planetarnych oraz astrofizyka pulsarów, kwazarów i jąder galaktycznych.

**Astronomia** – najstarsza nauka przyrodnicza, której przedmiotem są ciała niebieskie, ich zbiorowiska i materia rozproszona we Wszechświecie. Nazwa wywodzi się z języka greckiego: astron – gwiazda i nomos – prawo. Astronomię można więc inaczej zdefiniować jako naukę o wszelkich formach materii znajdującej się poza Ziemią. Podstawowym łącznikiem pomiędzy Ziemią a obiektami kosmicznymi jest ich promieniowanie elektromagnetyczne. Głównym źródłem informacji astronomicznych jest dlatego promieniowanie elektromagnetyczne obiektów kosmicznych docierające do teleskopów i radioteleskopów. Oprócz tego wykorzystuje się analizę promieniowania kosmicznego oraz materii meteorytowej. W ostatnich dziesięcioleciach dużego znaczenia nabrały wyniki bezpośredniej analizy i pomiarów materii kosmicznej przeprowadzane przez aparaturę naukową umieszczoną w sondach kosmicznych. Ze względu na stosowaną metodykę i zakres badań można wyróżnić następujące „klasyczne” już działy astronomii:

- astrometrię – obejmującą zagadnienia praktyczne i teoretyczne związane z pomiarami kątowymi na sferze niebieskiej;
- mechanikę nieba – zajmującą się głównie teorią ruchów ciał niebieskich;
- astronomię gwiazdową – badającą kinematykę, dynamikę i ewolucję układów gwiazdowych;
- astrofizykę, której istota polega na zastosowaniu praw fizyki do interpretacji wyników obserwacji astronomicznych;
- radioastronomię – zajmującą się promieniowaniem radiowym pochodzącym od obiektów astronomicznych, które rejestrują radioteleskopy.

Radioastronomia jest w pewnym sensie nauką analogiczną do astrofizyki – różnią je jednak pasma badanego promieniowania elektromagnetycznego. Ciała (obiekty) kosmiczne – planety, Słońce, gwiazdy, galaktyki, materia międzygalaktyczna są źródłem ciągłego promieniowania radiowego, które jest wynikiem promieniowania cieplnego, cyklotronowego lub drgań plazmy kosmicznej. Gaz międzygwiazdowy może być jednak źródłem emisji i pochłaniania promieniowania radiowego monochromatycznego. Aktualnie obserwacje radioastronomiczne odgrywają bardzo ważną rolę w poznawaniu Wszechświata i są źródłem najbardziej przełomowych odkryć w ciągu ostatnich kilkudziesięciu lat (pulsary, kwazary, promieniowanie reliktywne, poza słoneczne układy planetarne, gromady i super gromady galaktyk); kosmogonię – teorię powstawania gwiazd i układów planetarnych; kosmologię – najbardziej fundamentalną naukę zajmującą się zagadnieniem powstania, budowy i ewolucji Wszechświata. Celem jej jest poznanie Wszechświata jako całości.

Podstawę teoretyczną kosmologii stanowi ogólna teoria względności. Oprócz wymienionych dyscyplin z astronomią ściśle związane są m.in.:

- astrobiologia – nauka zajmująca się możliwością życia biologicznego poza Ziemią;
- astronautyka (kosmonautyka) – nauka zajmującą się zagadnieniem lotów kosmicznych,
- kosmochemia – nauka z pogranicza astronomii i chemii badająca skład chemiczny ciał niebieskich,
- medycyna kosmiczna – nauka zajmująca się badaniem zdrowotnych aspektów przebywania człowieka w kosmosie,

**Astronomiczna jednostka** (au) – jednostka długości stosowana do wyrażania odległości pomiędzy ciałami należącymi do Układu Słonecznego, równa średniej odległości środków Ziemi i Słońca,  $1 \text{ au} \approx 149\,600\,000 \text{ km}$ .

**Azymut (A)** – jedna ze współrzędnych układu horyzontalnego. Jest to kąt dwuścienny pomiędzy płaszczyzną koła wielkiego przechodzącego przez pion i ciało niebieskie a płaszczyzną południka liczony od punktu południowego S w kierunku zachodnim (wyrażany w stopniach).

**Betelgeza** (*Betelgeuse, Alfa Orionis*) odległy od Słońca o około 640 lat świetlnych czerwony nadolbrzym o obserwowanej wielkości gwiazdowej  $0.45^m$  i absolutnej wielkości gwiazdowej  $-5.43^m$  położony w gwiazdozbiornie Oriona. Gwiazda jest typu widmowego M1-2 o temperaturze powierzchni około 3500 K i olbrzymim promieniu 617 100 000 km.

**Biały karzeł** – jeden z możliwych produktów ewolucji gwiazdy o masie mniejszej niż  $1.44M_S$  (gdzie  $M_S$  oznacza masę Słońca), o stosunkowo dużej temperaturze powierzchniowej, lecz małej jasności absolutnej i bardzo małych wymiarach. Jądro gwiazdy zawiera hel i węgiel będące produktem wcześniejszych etapów ewolucji gwiazdy. Wodór może znajdować się jedynie w cienkiej warstwie otaczającej jej jądro. Materia, z której zbudowana jest gwiazda jest gazem zdegenerowanym, którego specyficzne właściwości można wyjaśnić w oparciu o mechanikę kwantową a w szczególności o zakaz Pauliego.

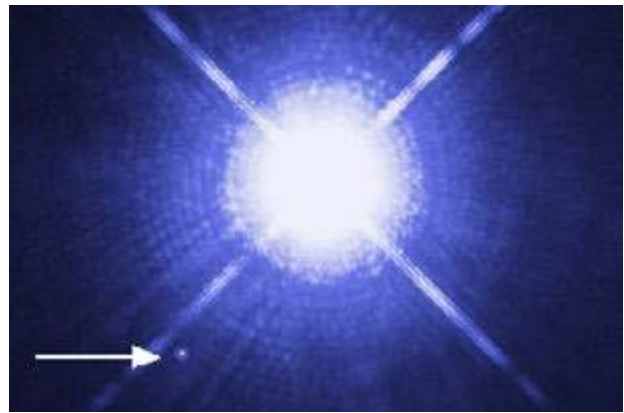


Foto. 2. Układ podwójny Syriusz A i B (biała strzałka odnosi się do białego karła Syriusza B, Foto. NASA).

Ciśnienie wewnątrz białego karła uwarunkowane jest głównie przez zdegenerowany gaz elektronowy, gdyż wpływ cięższych cząstek jest relatywnie zaniedbywalny. We wnętrzu białych karłów nie zachodzą już reakcje termojądrowe. Białe karły świecą kosztem zgromadzonej energii cieplnej co prowadzi do ich stygnięcia. Obniżenie temperatury powierzchni gwiazdy, prowadzi do zmiany jej barwy z białawej do żółtej a później czerwonej i w końcu gwiazda przestaje promieniować. Dlatego białe karły osiągną stan zimnej ciemnej gwiazdy – czarnego karła.

**Biegun niebieski** – punkt przecięcia się osi obrotu Ziemi ze sferą niebieską. Wokół niego obraca się w ruchu dobowym sfera niebieska. Istnieją dwa bieguny niebieskie – północny – widoczny w północnych szerokościach geograficznych w pobliżu Gwiazdy Polarnej oraz południowy widoczny w południowych szerokościach geograficznych.

**Bolometryczna poprawka BC** – różnica pomiędzy obserwowaną wielkością gwiazdową bolometryczną  $m_{bol}$  a wizualną  $m_v$  ciała niebieskiego:  $BC = m_{bol} - m_v$ . (1)

**Brązowy karzeł** – słabo świecące ciało niebieskie o masie mniejszej od masy gwiazdy, ale większej od masy przeciętnej planety. Nie jest ono w stanie wytworzyć w swoim wnętrzu warunków potrzebnych do zaistnienia procesów jądrowych, które mają miejsce w zwykłych gwiazdach. Jednak może ono spalać deuter. Brązowe karły świecą kosztem energii cieplnej zmagazynowanej w swoim wnętrzu.



Foto. 3. Fotografia gwiazdy 54 Piscium wraz z krążącym wokół niej brązowym karłem 54 Psc B (Foto. NASA).

dr Marcin Wesołowski<sup>1,2</sup>,  
dr hab. Piotr Gronkowski<sup>1,2</sup>, prof. senior UR

<sup>1</sup>Kolegium Nauk Przyrodniczych, Instytut Nauk Fizycznych, Uniwersytet Rzeszowski,  
<sup>2</sup>Centrum Innowacji i Transferu Wiedzy Techniczno – Przyrodniczej Uniwersytetu Rzeszowskiego.



Na krawędzi dwóch płyt tektonicznych, w Zatoce Tomales, w okolicach San Francisco, Źródło: NASA

## Ziemia planeta wyjątkowa – cz. 14

# Dryf kontynentów i tektonika płyt

Jednym z ważniejszych wyróżników naszej planety jest dryf kontynentów. Właściwie żaden inny obiekt kosmiczny – o ile wiemy – nie wykazuje takiej własności.

Zbigniew Wiśniewski

Odkąd, przynajmniej z grubsza, znane były zarysy kontynentów, co śmiało myślący naukowcy wysunęli hipotezę, że kiedyś były one połączone. Prekursorem tej teorii był wybitny kartograf holenderski (albo raczej niderlandzki), zatrudniony jako naczelnny geograf na dworze króla Hiszpanii – Abraham Ortelius, który taką teorię wysunął w roku 1596. Nie powinno zaskakiwać, że był on twórcą pierwszego nowoczesnego atlasu geograficznego. W XVII wieku hipotezę taką wysunął Franciszek Bacon (1620) i George Luis Leclerc Buffon (1780). Była ona wynikiem porównania kształtu wybrzeża obu Ameryk i zachodnich wybrzeży starego świata, czyli Afryki i Europy. Dalszych dowodów na poparcie wspomnianej tezy dostarczały badania archeologiczne.

W wieku XIX Antonio Snider badając skamieliny amerykańskie i afrykańskie z okresu karbonu doszedł do wniosku, że są one bardzo podobne, co jego zdaniem stanowiło dowód na łączność obu kontynentów w przeszłości.

Wydał on nawet w 1858 roku mapę ze stosownie poruszonymi kontynentami. Hipotezę wędrujących kontynentów wykorzystał też w 1907 roku amerykański astronom Wiliam Henry Pickering. Innym zwolennikiem teorii dryfu kontynentów był amerykański geolog F. B. Taylor. Posłużył się nią celem wyjaśnienia występowania długich podłużnych łańcuchów górskich.

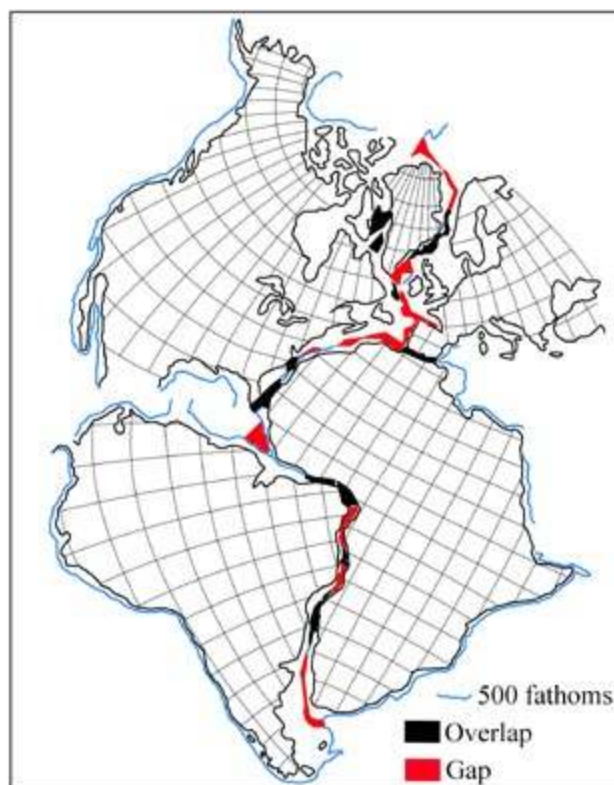


Fig 1. Dopasowanie kontynentów z obu stron Atlantyku dokonane przez Bullarda w 1965 r. Źródło: [https://en.wikipedia.org/wiki/Boris\\_Choubert](https://en.wikipedia.org/wiki/Boris_Choubert)

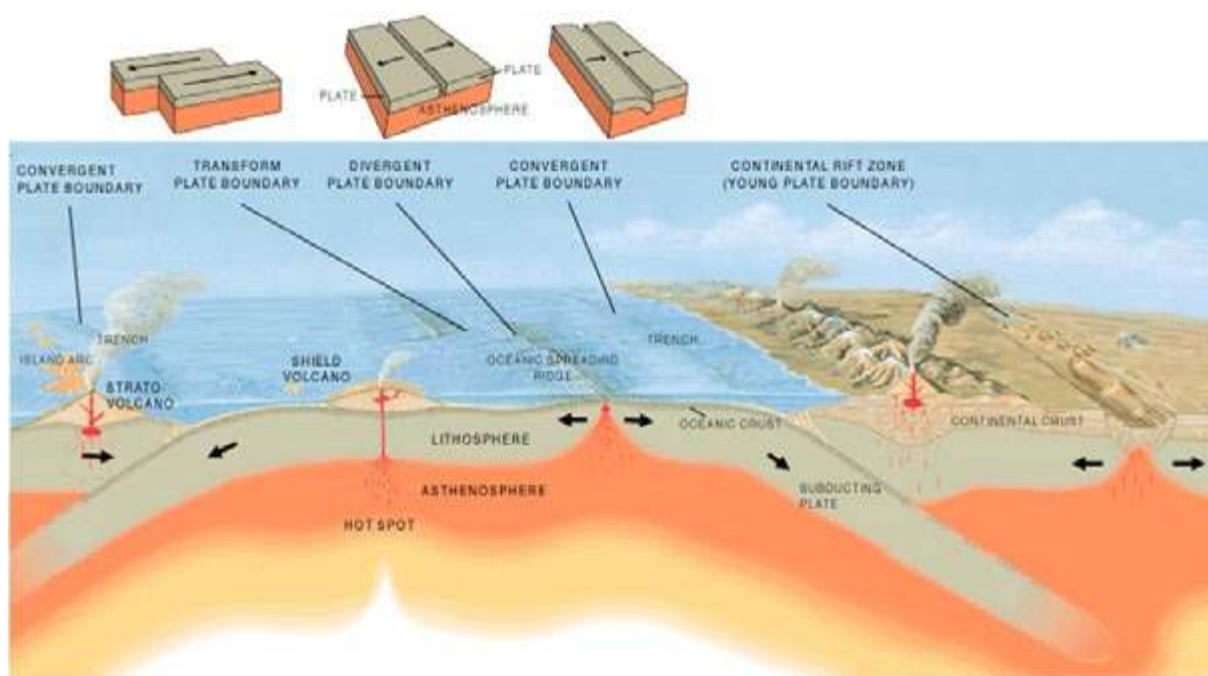


Fig. 2 Współczesny obraz tektoniki płyt. Źródło: [https://tl.wikipedia.org/wiki/Plate\\_tectonics#/media/Talaksan:Tectonic\\_plate\\_boundaries.png](https://tl.wikipedia.org/wiki/Plate_tectonics#/media/Talaksan:Tectonic_plate_boundaries.png)

Jeszcze bardziej przekonujący jest fakt odkrycia w zimnych zakątkach naszego globu szczątków organizmów ciepłolubnych. Jest to dowód, że Antarktyda lub Grenlandia musiały być kiedyś zupełnie gdzie indziej – w miejscu, gdzie takie organizmy mogły egzystować.

## XX wieczna teoria dryfu kontynentów

Za twórcę teorii dryfu kontynentów uważa się jednak niemieckiego meteorologa Alfreda Wagnera, który w 1912 roku opublikował pracę „Powstawanie kontynentów i oceanów”. W pracy tej dokonał jednej ważnej innowacji. Otóż kontynenty były dopasowane nie według obecnych linii brzegowych, lecz względem granicy szelfu kontynentalnego. Dzięki temu uzyskał dużo lepszą zgodność. Możemy to sobie wyobrazić w ten sposób, że kontynenty są tak naprawdę znacznie większe niż nam się wydaje, jednak woda w oceanach nie mieści się w wymyślonym przez naturę naczyniu i część kontynentów jest lekko podtopiona.

Pierwotna teoria dryfu kontynentów miała jednak jeden słaby punkt. Otóż ani Wagner ani jego zwolennicy nie byli w stanie podać mechanizmu fizycznego mogącego wywołać ten ruch. Ten defekt sprawił, że w okolicach lat trzydziestych dwudziestego wieku teoria ta została przez większość naukowców, jeśli nie odrzucona to zdecydowanie zakwestionowana.

Istniały jednak badania paleomagnetyczne, których wyników trudno było ignorować. Na czym one polegają? W skrócie możemy powiedzieć, że niektóre skały pamiętają swoją magnetyzację z chwili zastygnięcia. Ich domeny magnetyczne wskazują pewien określony kierunek. Ten który miało pole magnetyczne, gdy ich temperatura spadła poniżej punktu Curie.

Naukowcy używając techniki zwanej czyszczeniem magnetycznym, są w stanie wydobyć z nich tą informację. Gdyby ruchu kontynentów nie było, to wszystkie skały

z danego okresu powinny wskazywać to samo położenie bieguna magnetycznego. Tak jednak nie jest. Skoro tak, to kontynenty, w których skład wchodziły musiały być inaczej położone niż obecnie. Otrzymujemy więc sprzeczność.

Z jednej strony modele fizyczne nie potrafiły podać źródła ruchu kontynentów z drugiej strony kontynenty zdawały się ruszać. Rozwiązania paradoksu dostarczyły badania oceanograficzne z lat pięćdziesiątych i sześćdziesiątych dwudziestego wieku. Odkryto bowiem opasujący całą Ziemię system ryftów.

## Ryfty

Ryfty są to jakby śródoceaniczne góry z charakterystycznym wgłębieniem pośrodku. Ale co to ma wspólnego z ruchem kontynentów? Robert Sinclair Dietz zaproponował mechanizm wiążący aktywność wulkaniczną występującą w rejonie ryftów z teorią dryfu kontynentalnego.

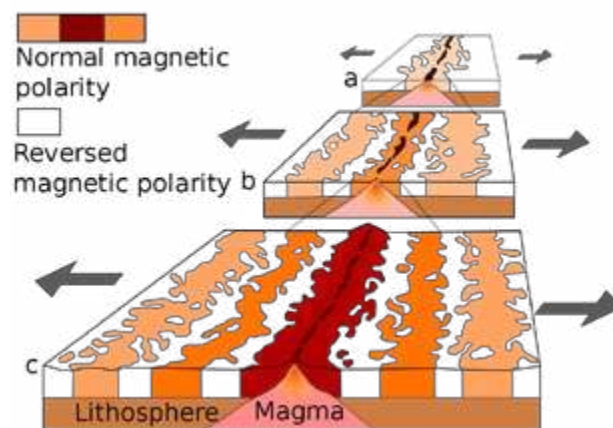
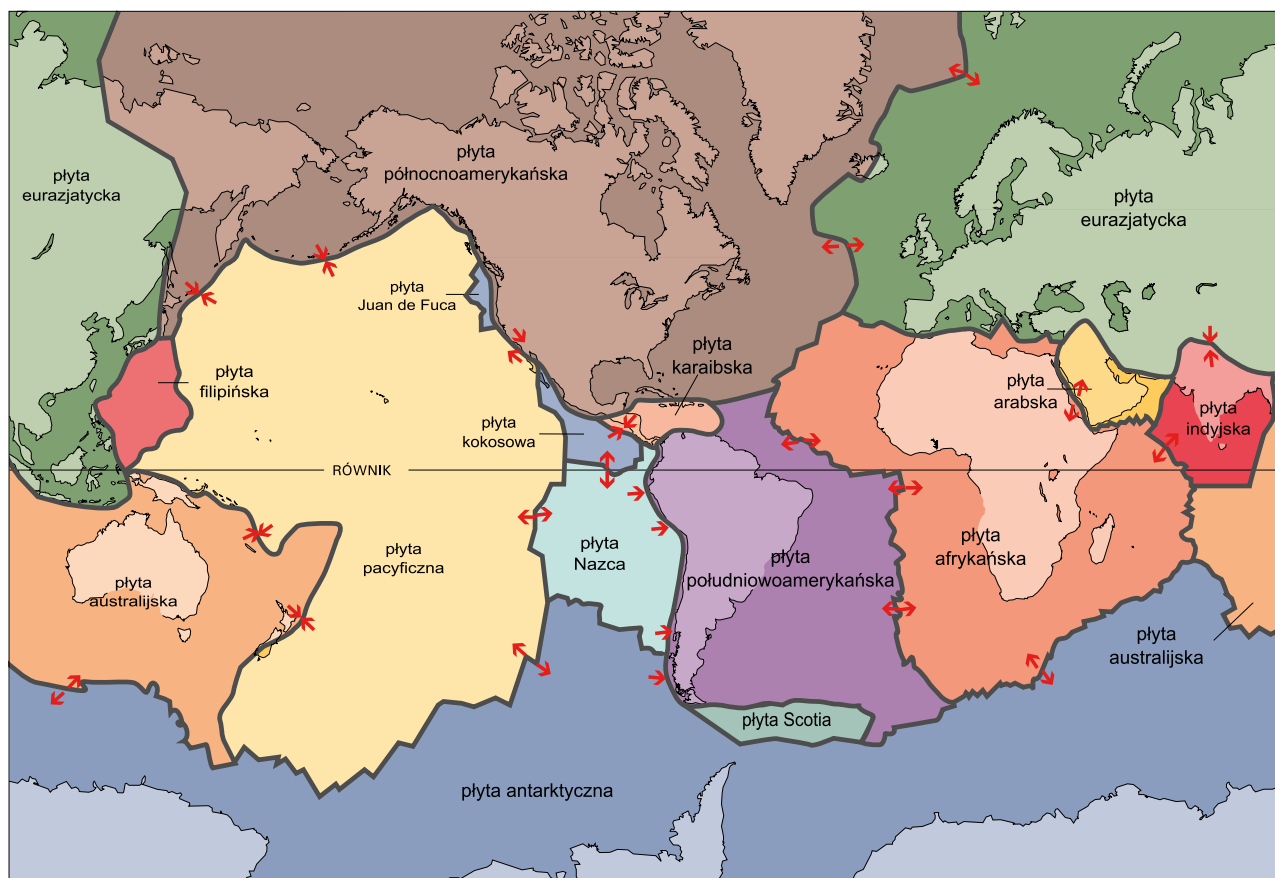


Fig. 3. Namagnesowanie dna oceanicznego w okolicach ryftów (podmorskich gór). Źródło: <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Oceanic.Stripe.Magnetic.Anomalies.Scheme.svg?uselang=pl>



Rys. 4. Podział Ziemi na płyty tektoniczne: [https://en.wikipedia.org/wiki/File:Płyty\\_tektoniczne.svg](https://en.wikipedia.org/wiki/File:Płyty_tektoniczne.svg)

Należy tu nadmienić, że rejony ryftów są bardzo aktywne wulkanicznie i sejsmicznie. Według jego teorii pomiędzy ryftów wydostaje się lava rozpychając dno oceaniczne. Są to tak zwane strefy rozrostu. Siłą napędową tego procesu jest konwekcja magmy w płaszczu. Jeśli tak jest w istocie, to dno oceaniczne przy ryftach byłoby najmłodsze a nim dalej tym starsze. Ten wniosek został potwierdzony przez badania paleomagnetyczne.

Ótóż pierwotne namagnesowanie dna oceanicznego zmienia się co pewien czas. Przy czym jest to struktura symetryczna względem ryftów. Za każdym razem, gdy biegunowość Ziemi się odwraca zmienia się namagnesowanie nowopowstającego dna oceanicznego. Stąd pasista struktura magnetyzacji dna oceanicznego. Struktura taka występuje praktycznie przy każdym ryfcie. Szerokość paska to ok. 20 km a długość kilkaset.

Czyli to nie kontynenty ślizgają się po powierzchni oceanów a raczej dno oceanu pcha kontynenty. Poza strefami rośnięcia dna oceanicznego są też strefy, gdzie dno oceaniczne gwałtownie się zapada, są to słynne rowy. Gdyby tak nie było, to nasza planeta nieustannie by pęczniała. W tych strefach kawałek dna oceanicznego wchodzi pod inny kawałek dna oceanicznego albo pod kontynent. Fachowo takie rejony nazywamy strefami subdukcji. Zazwyczaj występują one przy brzegach kontynentów. Czyli mamy pewnego rodzaju płyty, które ciągle się ze sobą zderzają i poruszają względem siebie. Płyty te obejmują zarówno lądy jak i oceany. Choć te lądowe są zdecydowanie grubsze i zazwyczaj starsze.

Dno oceaniczne najprawdopodobniej nigdzie nie jest starsze niż 200 mln lat. Płyty te wchodzą też jedna pod drugą, gdzie ulegają stopieniu. Powstaje więc pewien obieg materii, mający duże znaczenie przy bilansie pierwiastków. Tlen czy woda, jeśli zostaną wyłapanie w atmosferze mogą do niej wrócić dzięki wybuchom wulkanów. Oczywiście zajmie to statystycznej części kilka milionów lat, ale jest to proces znaczący.

Dodatkowo należy wspomnieć, że płyty mogą poruszać się względem siebie równolegle. W tych miejscach powstanie coś co uczeni nazywają uskokiem transformacyjnym. W tym momencie pojawia się pytanie, ile jest takich płyt. Tutaj mogą paść różne odpowiedzi. Na przykład L Czechowski podaje liczbę 11. W innych opracowaniach znajdziemy liczbę 7. Różnica wynika z faktu, że płyt jest tak naprawdę wiele. Poza dużymi płytami wyróżnia się mikro płyty, które możemy wskazać np. na Morzu Śródziemnym.

W opracowaniu Bird'a, które jest stosunkowo nowe znaleźć możemy liczbę 14 dużych i 38 mikro płyt. W tym opracowaniu największa jest płyta Pacyficzna obejmująca 20.5% powierzchni Ziemi. Najmniejsza jest mikro płyta Manu obejmująca 0.016% powierzchni Ziemi. Co ciekawe proces, który doprowadził do pęknięcia pierwotnego kontynentu wcale się nie zakończył. System ryftów możemy zaobserwować w niektórych rejonach Afryki.

Osobnym źródłem danych jest analiza trzęsień ziemi. To właśnie w Afryce ryfty zostały dostrzeżone po raz pierwszy i właśnie dla tych lądowych utworów stworzono samą nazwę ryft. Dopiero potem rozszerzono tą nazwę

na twory podmorskie. Należy się spodziewać, że w niedalekiej przyszłości, oczywiście, mając na myśli niedaleką przyszłość mamy na myśli geologiczne pojmowanie czasu, w miejscach ryftów nastąpi rozerwanie płyty kontynentalnej i pojawienie się tam młodego oceanu. Czyli należy się spodziewać, że Afryka rozpadnie się na dwie części.

Innym efektem zmiany dryfu kontynentów jest zmiana rozmiarów cieśniny Gibraltarskiej. O ile wierzyć kronikarzom Cieśnina Gibraltarska przez ostatnie 2000 lat podwoiła swoją szerokość. Z drugiej strony pewne rejony świata dziś złączone były kiedyś odseparowane. Chyba najbardziej znanym przykładem, gdzie kiedyś kontynenty były od siebie odseparowane a dziś stanowią nierozrwalną całość to Indie i Azja. Przez wiele milionów lat te obiekty były odseparowane, aż nastąpiło zderzenie. Pamiątką po tym zderzeniu są Himalaje, które podobno nadal rosną. Innym odseparowanym obiektem była kiedyś Europa. Skutkiem jej uderzenia w Azjatycką płytę było powstanie górnictwa Ural.

### Tektonika a woda

Jednym z czynników umożliwiających ruch płyt jest obecność oceanów. Podczas procesów subdukcji olbrzymia ilość wody jest pochłaniana co znacząco zmienia właściwości skał tworzących płyty. Stają się one bardziej elastyczne. Nie jest to jednak proces typu smarowania, gdyż w procesach smarowania smar zazwyczaj nie wnika do smarowanej powierzchni. Ubóstwo wodne w przypadku Wenus najprawdopodobniej jest przyczyną braku tektoniki płyt w ziemskim sensie.

### Pomiary ruchu płyt

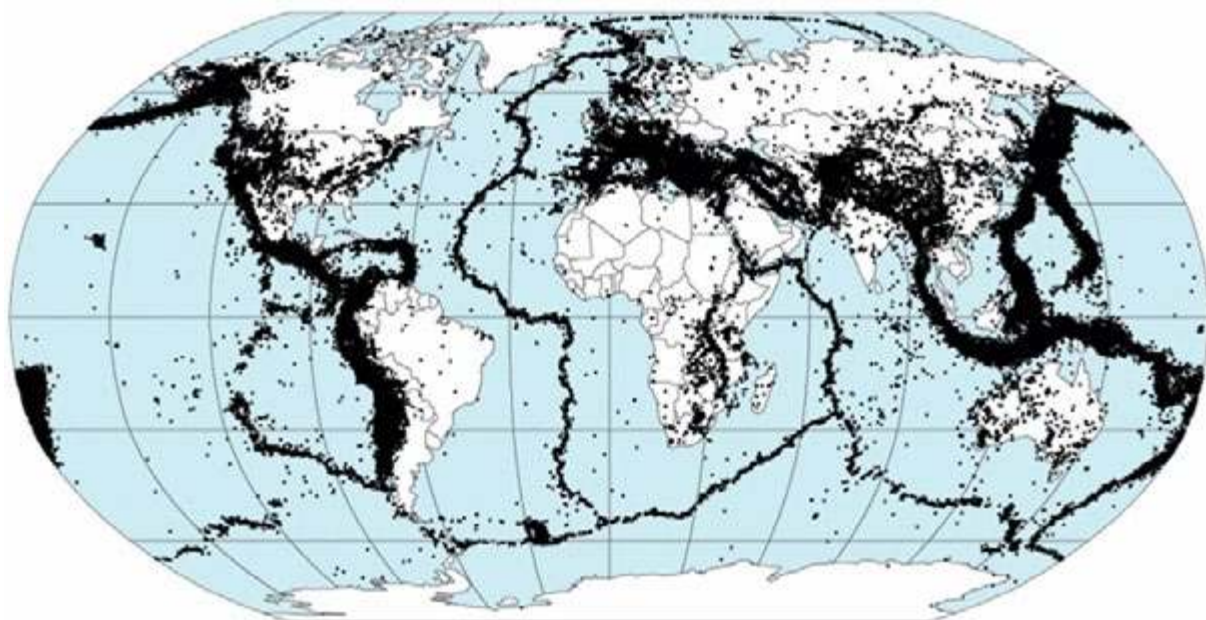
Czy można dziś na bieżąco mierzyć przesuwanie się kontynentów? Pomiary takie, metodą radiową wykonywano już w pierwszej połowie XX wieku. Wykazały one, że kontynent amerykański oddala od Europy 30 cm rocznie.

Obecnie najważniejszym narzędziem do badania ruchów płyt skorupy ziemskiej jest system GPS. Istnieje ponad sześćset stacji GPS, przeznaczonych do pomiarów tektoniki płyt. To co się naprawdę mierzy, to względne przesunięcie stacji GPS. Opracowując dane z ruchu poszczególnych stacji otrzymuje się dane o ich całościowych ruchach płyt. Im dłuższy czas pomiaru, tym dokładniejsze dane. Przyjmuje się, że minimalny czas obserwacji to 3 lata. Krótsze okresy są zakłócane przez wszelkiego rodzaju szумы. Jak widać szумы to nie jest zjawisko ograniczone do elektroniki.

### Tektonika płyt a wulkany

Występowanie płyt litosfery ma jeszcze jeden efekt. Otóż porządkuje ono aktywność wulkaniczną i sejsmiczną. Jeśli porównamy sobie mapę wulkanów na Wenus i Ziemi to stwierdzimy jedną istotną różnicę. Wulkany na Wenus są praktycznie wszędzie. Wulkany na Ziemi są tylko w rejonie granic płyt. Z czego to wynika? Otóż skała w rejonach granic jest ze swojej natury cieńsza. Stanowi ona swego rodzaju wentyl dla magmy.

Tam właśnie magmie jest najłatwiej się wydostać. Nie jest to jednak stuprocentowa reguła. W niektórych rejonach występują na Ziemi wulkany, mimo że są one położone z dala od miejsc styku płyt. Takie miejsca nazywane są plamami gorąca (ang. hot spot). Przykładem takich miejsc są Wyspy Kanaryjskie. Innym zjawiskiem związanym z granicami płyt są oczywiście trzęsienia ziemi. Ich genezę łatwo jest zrozumieć, jeśli jedna płyta porusza się względem drugiej, to część energii zostanie przekształcona w naprężenia. Coś jakby ścisnąć kawałek gumki do ścierania. Zgodnie z zasadą entropii każdy układ dąży do pozbycia się energii. Sposobem na uwolnienie tej energii są trzęsienia ziemi. To tak jakby nasza gumka wyskoczyła nam z dłoni i powróciła do pierwotnego kształtu. W inny sposób można trzęsienia ziemi opisać jako zjawisko tarcia o siebie dwóch nierównych powierzchni.



Rys. 5. Epicentra trzęsień Ziemi w latach 1963–98. Źródło [https://en.wikipedia.org/wiki/Plate\\_reconstruction?uselang=pl#/media/File:Quake\\_epicenters\\_1963-98\\_notitle.png](https://en.wikipedia.org/wiki/Plate_reconstruction?uselang=pl#/media/File:Quake_epicenters_1963-98_notitle.png)



Himalaje – „pamiątka” po zderzeniu Indii i Azji. Źródło: NASA

Jednym z pytań, które stawiają sobie geofizycy jest czy istnieje jakiś wypadkowy ruch płyt? Odpowiedź na to pytanie oczywiście brzmi – względem czego? Tak postawione zagadnienie wymaga określenia pewnego absolutnego układu odniesienia. Kwestia tego układu odniesienia nie jest do końca ustalona. Najczęściej przyjmuje się, że takim idealnym układem odniesienia byłby układ wyznaczony przez średnią płam gorąca. Opisując ruch w takim układzie należy pamiętać, że jest to ruch po powierzchni kuli, dlatego właściwym parametrem opisującym ruch każdej z płyt jest prędkość kątowna, względem bieguna rotacji. W takim układzie płyty wykazują pewną prędkość wypadkową.

### Ruch pionowy kontynentów

Zjawiskiem związanym z dryfem kontynentów jest ich ruch pionowy. Zjawisko takie obserwujemy np. w północnej Francji, Holandii i Niemczech. Niektóre obszary nad zatoką Neapolitańska np. wykazują pewien ruch wahadłowy. Widać to na podstawie poszczególnych ruin, które dziś są na powierzchni, ale na niektórych ich elementach widać ślady długiego pozostawania pod wodą.

Najbardziej spektakularnym przykładem tego ruchu jest stopniowe wynurzenie się Półwyspu Skandynawskiego. Szacuje się, że od ostatniej epoki lodowej Półwysep Skandynawski podniósł się o ok 280 m. Z punktu widzenia fizycznego ruchu pionowego kontynentów możemy opisać odwołując się do prawa wyporu Archimidesa. Skorupa zagłębia się w płaszcz pod wpływem siły ciężkości. Płaszcz oddziałuje na ugniatającą go skałę próbując wypchnąć ją do góry. W końcu ustala się równowaga między grawitacją i siłą wyporu, tak jak w przypadku góry lodowej. Czyli pod łańcuchem górskim musi pojawić się grubsza warstwa skał.

Taki prosty opis pionowej równowagi płyt sformułowali Pierre Bouguer i George Biddell Airy. Dokładna analiza musi uwzględniać jednak fakt, że ośrodek znajdujący się pod litosferą nie jest całkowicie ciekły a raczej elastyczny. Szukając analogii ze światem nam znanym moglibyśmy go sobie wyobrazić jako poduszkę, na której postawilibyśmy szklankę. Zaobserwujemy, że szklanka spowoduje wgniecenie poduszki z jednoczesnym pojawieniem się fałd po bokach. Próba ścisłego matematycznego rozwiązania tego zagadnienia prowadzi do równań różniczkowych wysokich rzędów (Pkearey et al. 2009).

Dodatkowo płyty tektoniczne nie są całkowicie odseparowane. Jak wiemy potrafią zderzać się ze sobą a nawet wchodzić jedna pod drugą. Wszystko to niesamowicie komplikuje matematyczny opis zjawisk. Jeśli teraz z jakiegoś powodu obciążenie kawałka płyty ulegnie zmianie zmienia się położenie równowagi i pojawiają się pionowe ruchy skorupy ziemskiej.

A jak to było ze Skandynawią? Kiedy zalegał na niej lód skorupa Ziemska była wtłoczona w głąb płaszczu. Gdy lód stopniał płaszcz zaczął wypierać leżącą na niej skałę i stąd obserwowany ruch do góry. To samo zjawisko ma miejsce w północnej Kanadzie. Innym obszarem, który nawet dziś doświadcza wtłaczania do dołu jest Antarktyda. Jest ona silnie wgnieciona w płaszcz i jeśli lód kiedyś zniknie to Antarktyda rozpocznie powolny proces wędrówki do góry.

#### LITERATURA

- [1] L. Czechowski, „Tektonika płyt i konwekcja w płaszczu Ziemi”, Wydawnictwo Naukowe PWN,
- [2] R. M. Hazen, „Historia Ziemi od gwiazdowego pyłu do żyjącej planety”, Pruszyński i S-ka (2012).
- [3] E. Stenz, „Ziemia”, PWN (1956)
- [4] P. Kearey, K. A. Klepeis and F. J. Vine, „Global Tectonics”, Willey-Blackwell (2009).

# FIZYKA

w Szkole z Astronomią

CZASOPISMO DLA NAUCZYCIELI

372 (LXIV) indeks 35810X Nr 1 styczeń/luty 2021 CENA 30,00 zł (w tym 8% VAT)

## Bariera dźwięku

Samoloty w nowym  
obszarze prędkości  
hipersonicznej

+ Kompendium pojęć  
z astronomii i astrofizyki

**ROGER PERNOZE** i czarne dziury  
**MUTACJE DNA** a promieniowanie  
**ZDERZENIA** w makro i mikroświecie



# Energia za połowę ceny!



ROCZNIK 2020

**50% taniej**

ROCZNIKI STARSZE

**80% taniej**

(oferta ważna do wyczerpania zapasów)

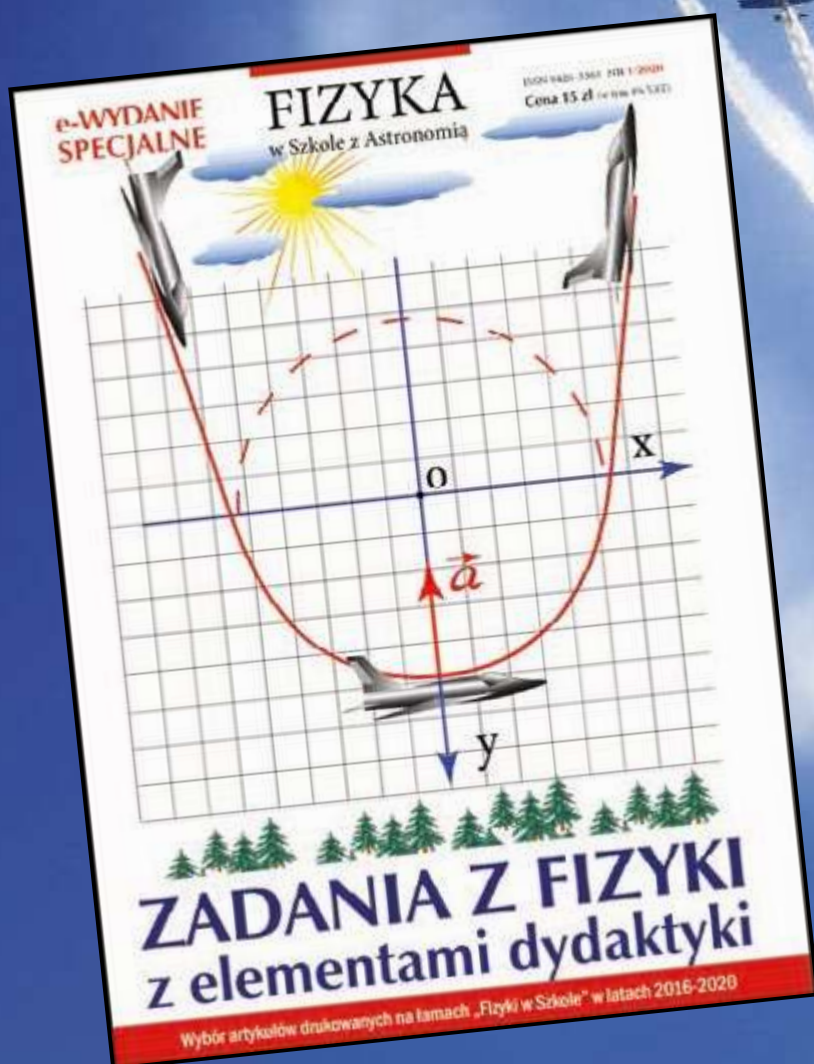
Szczegóły i formularz zamówienia na [www.aspress.com.pl/roczniki/](http://www.aspress.com.pl/roczniki/)

eprasa.pl e727e5c780

# 90 zadań, 20 przykładów i 10 problemów

(z omówieniem niektórych rozwiązań)

- ✓ **Dlaczego fizyka** jest trudna dla nauczyciela?
- ✓ **Światowe trendy** w dydaktyce fizyki
- ✓ **Które zadania** są dla ucznia interesujące?
- ✓ **Czynniki wpływające** na zapamiętywanie wiedzy



Wydanie specjalne  
w wersji  
elektronicznej (PDF)

Cena **15 zł!**

Szczegóły i formularz zamówienia: [www.aspress.com.pl/specjalne/](http://www.aspress.com.pl/specjalne/)

**WYDANIE SPECJALNE „Fizyki w Szkole” 1/2021**

**WERSJA ELEKTRONICZNA – PLIK PDF**



**16** artykułów  
z „Fizyki w Szkole”  
z ostatnich lat

**Cena 15 zł**  
w tym 8% VAT

Szczegóły i formularz zamówienia na [www.aspress.com.pl/specjalne/](http://www.aspress.com.pl/specjalne/)

eprasa.pl e727e5c780